SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

0906 AMA E STB	0906 AMA T STB

SESSION 2009

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

L'emploi des calculatrices est autorisé.
Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.
L'échange de machines entre candidats est interdit durant la durée de l'épreuve.

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de **8** pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/8** à la **page 8/8** ;
- **une annexe 1 à joindre à la copie** donnée **page 6/8** ;
- **une annexe 2 à joindre à la copie** donnée **page 7/8** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 8/8**

Problème 1 : (3 points)

En application de l'interdiction de fumer dans les établissements accueillant du public, un fabricant a conçu un modèle de tables hautes incluant des cendriers et pouvant être placées à l'extérieur.

En 2008, cette entreprise a vendu 1850 tables.

Compte tenu de l'évolution possible du marché, l'entreprise dresse le tableau suivant :

31 décembre de l'année	2008	2009	2010	2011
Ventes	Réalisées 1850	Estimées 2025	Estimées 2200	Estimées 2375

1. Les nombres 1850, 2025, 2200 et 2375, pris dans cet ordre, constituent une suite numérique.
Indiquer, en donnant tous les calculs permettant de justifier la réponse, s'il s'agit d'une suite arithmétique ou s'il s'agit d'une suite géométrique.
Préciser le premier terme et la raison de cette suite.

2. On considère la suite arithmétique (u_n) composée de 7 termes, de premier terme $u_1 = 1850$ et de raison $r = 175$.

2.1. Calculer le dernier terme u_7 de cette suite.

2.2. Calculer la somme S_7 des 7 termes de la suite (u_n).

3. L'entreprise considère que le bénéfice réalisé sur la vente de ces tables sera « BON » si, sur une période de 7 ans le nombre <u>total</u> de tables vendues dépasse 16250.

3.1. En admettant que l'augmentation des ventes estimées reste identique pendant 7 ans, dire quel est le nombre de ventes que l'entreprise peut espérer réaliser en 2014.

3.2. À l'aide du résultat de la question 2.2., et en justifiant la réponse, indiquer si les ventes estimées jusqu'en 2014 permettront de réaliser un « BON » bénéfice.

Problème 2 : (17 points)

Étude d'un siège design.

Les deux schémas ci-dessous présentent :

Schéma 1 : la vue en perspective du siège.

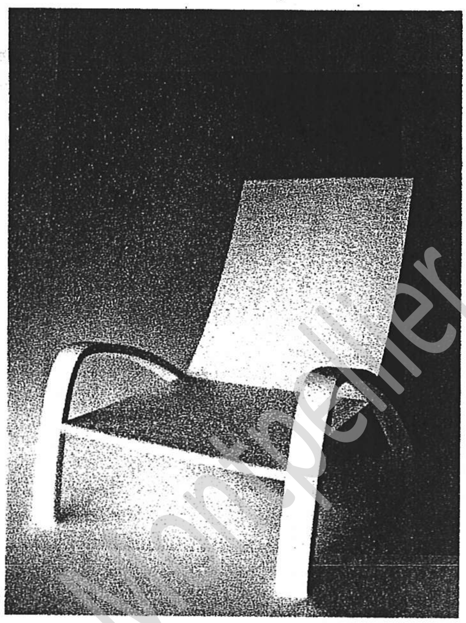
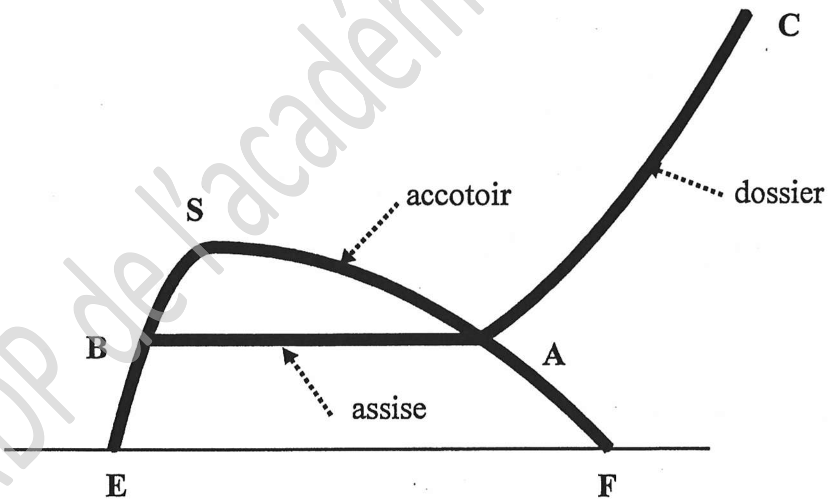


Schéma 2 : le profil du siège avec l'indication de quelques points particuliers.



Le problème se compose de cinq parties différentes qui peuvent être traitées séparément.

Dans le problème, on sera amené à représenter le profil du siège dans le repère orthonormal d'unité graphique 1 cm pour 5 unités, donné sur **l'annexe 2.**

Dans ce repère, une partie du profil du siège, notée $\mathcal{P}_3$, est tracée et les points E, F et S de coordonnées respectives (-15 ;0), (60 ;0) et (0 ; 36) sont déjà placés.

1 - Étude et tracé de la représentation du support du profil du dossier. (3,5 points)

On considère que la représentation du profil du dossier est une partie de la courbe $\mathcal{C}_1$, d'extrémités B et C, représentative de la fonction f de la variable réelle x définie sur l'intervalle [-10 ; 80] par l'expression : $f(x) = 0{,}016x^2 - 0{,}48x + 13{,}6$.

1.1. Écrire l'expression de $f'(x)$, f' étant la fonction dérivée de la fonction f.

1.2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

1.3. Sur **l'annexe 1 page 6/8** (à rendre avec la copie) :

1.3.1. Compléter le tableau de variation de la fonction f ;

1.3.2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

1.4. Dans le repère donné sur **l'annexe 2 page 7/8** tracer la courbe $\mathcal{C}_1$ et placer les points B et C.

2 - Détermination des coordonnées des points A et B, extrémités de la représentation du profil de l'assise. (2,5 points)

Les points A et B sont les points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_1$ et de la droite (D) d'équation $y = 20$.
A est le point d'abscisse positive, B celui d'abscisse négative.

2.1. Dans le repère de **l'annexe 2**, tracer le segment [AB] porté par la droite (D).
Le segment [AB] représente l'assise du siège.

2.2. Les abscisses des points A et B sont les solutions de l'équation $f(x) = 20$ qui est équivalente à l'équation $0{,}016x^2 - 0{,}48x - 6{,}4 = 0$.
Résoudre cette équation et préciser les abscisses x_A et x_B des points A et B.

2.3. En utilisant les valeurs trouvées pour x_A et x_B, vérifier que les ordonnées y_A et y_B des points A et B sont bien égales à 20.

3 - Étude et tracé de la représentation du profil des pieds arrière et d'une partie des accotoirs. (4 points)

On considère que la représentation du profil des pieds arrière et d'une partie des accotoirs est donnée par $\mathcal{C}_2$ courbe représentative d'une fonction g de la variable réelle x définie sur l'intervalle [0 ; 60] par $g(x) = ax^2 + c$, a et c étant deux réels à déterminer.

3.1. Les points A et F de coordonnées respectives $(40 ; 20)$ et $(60 ; 0)$ appartiennent à la courbe $\mathcal{C}_2$; leurs coordonnées vérifient donc la relation $g(x) = ax^2 + c$.
Les valeurs de a et c sont ainsi celles du couple solution du système de deux équations à deux inconnues donné ci-dessous :

$$\left\| \begin{array}{l} 3600a + c = 0 \\ 1600a + c = 20 \end{array} \right.$$

En résolvant ce système, montrer que $g(x) = -0{,}01x^2 + 36$.

3.2. L'expression de $g'(x)$, g' étant la fonction dérivée de la fonction g, est $g'(x) = -0{,}02x$.
Calculer $g'(0)$ et préciser la valeur du coefficient directeur de la droite (T_1) tangente à la courbe $\mathcal{C}_2$ au point S de coordonnées (0 ; 36).

3.3. Dans le repère de **l'annexe 2** tracer la droite (T_1).

3.4. Sur **l'annexe 1**, compléter le tableau de valeurs de la fonction g.

3.5. On admet que la fonction g est décroissante sur l'intervalle [0 ; 60].
Dans le repère de **l'annexe 2**, tracer la courbe $\mathcal{C}_2$.

4 - Raccordement de la représentation des pieds avant et des pieds arrière. (2 points)

Dans le repère de **l'annexe 2** est tracée la courbe $\mathscr{P}_3$ représentation du profil des pieds avant et d'une partie des accotoirs.

La courbe $\mathscr{P}_3$ est la courbe représentative de la fonction *h* de la variable réelle *x* définie sur l'intervalle $[-15\,;0]$ par $h(x)=-0{,}16x^2+36$.

4.1. Montrer que les points B et E de coordonnées respectives $(-10\,;20)$ et $(-15\,;0)$ appartiennent bien à la courbe $\mathscr{P}_3$.

4.2. L'expression de $h'(x)$, h' étant la fonction dérivée de la fonction *h*, est $h'(x)=-0{,}32x$.
On appelle (T_2) la tangente à la courbe $\mathscr{P}_3$ au point S.
Justifier que les droites (T_1) et (T_2) sont confondues.

5 - Détermination de l'angle du profil du dossier et du profil des pieds arrière au point A. (5 points)

Le point H de coordonnées (60 ; 36) est situé sur la tangente à la courbe $\mathscr{P}_1$ au point A.
Le point K de coordonnées (60 ; 4) est situé sur la tangente à la courbe $\mathscr{P}_2$ au point A.
On rappelle les coordonnées du point A sont (40 ; 20).

On veut déterminer la valeur en degré de l'angle $\widehat{HAK}$.

5.1. Sur le repère de **l'annexe 2**, placer les points H et K puis tracer les vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AK}$.

5.2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AK}$.

5.3. Montrer que la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AK}$ est $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AK} = 144$.

5.4. Calculer les valeurs exactes des normes $\|\overrightarrow{AH}\|$ et $\|\overrightarrow{AK}\|$ des vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AK}$.

5.5. Déduire des calculs précédents la valeur de $\cos(\widehat{HAK})$.
Donner alors, en degré, la valeur arrondie à l'unité de l'angle $\widehat{HAK}$.

Annexe 1 - À rendre avec la copie.

Question 1.3.

On rappelle que $f(x)=0{,}016x^2-0{,}48x+13{,}6$.

1.3.1. Tableau de variation de la fonction f

Valeurs de x	
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

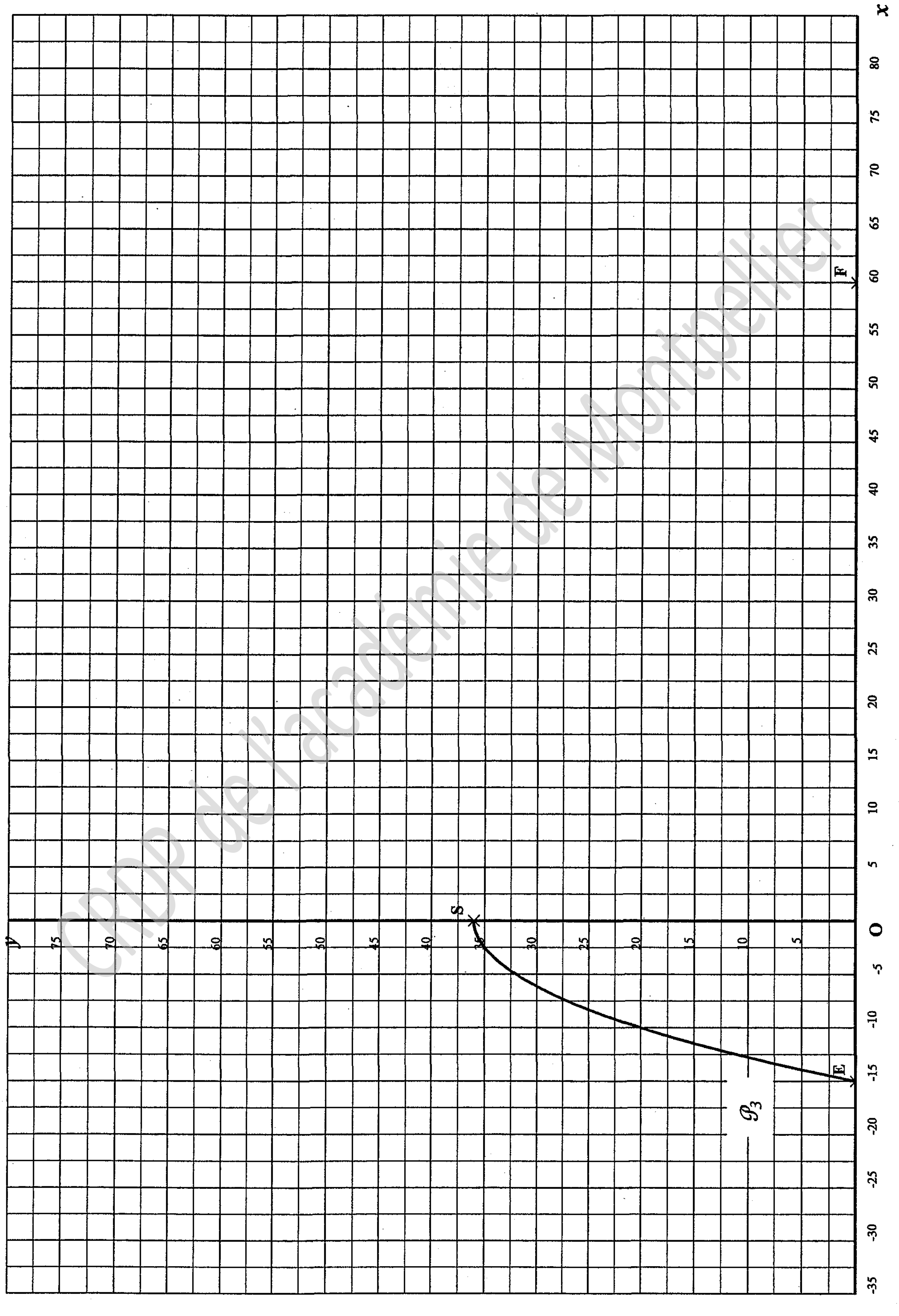
1.3.2. Tableau de valeurs de la fonction f

x	-10	-5	5	15	30	40	50	60	70	80
$f(x)$		16,4	11,6		13,6			42,4	58,4	77,6

Question 3.2.1. Tableau de valeurs de la fonction g.

x	0	10	20	30	40	50	60
$g(x)$		35		27	20		

Annexe 2 - À rendre avec la copie.



Fonction f — Dérivée f'

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

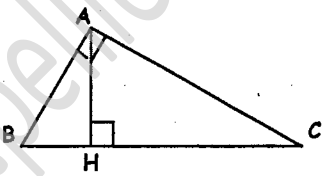
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire $= 4\pi R^2$ Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$
- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $= \frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' \qquad \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ $\quad \vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos\left(\vec{v}, \vec{v}'\right)$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$