SESSION 2009

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
CARROSSERIE

Options : CONSTRUCTION et RÉPARATION

E1
ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
Sous-épreuve B1
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (Réf. C n° 99 - 186 du 16 - 11 - 1999).

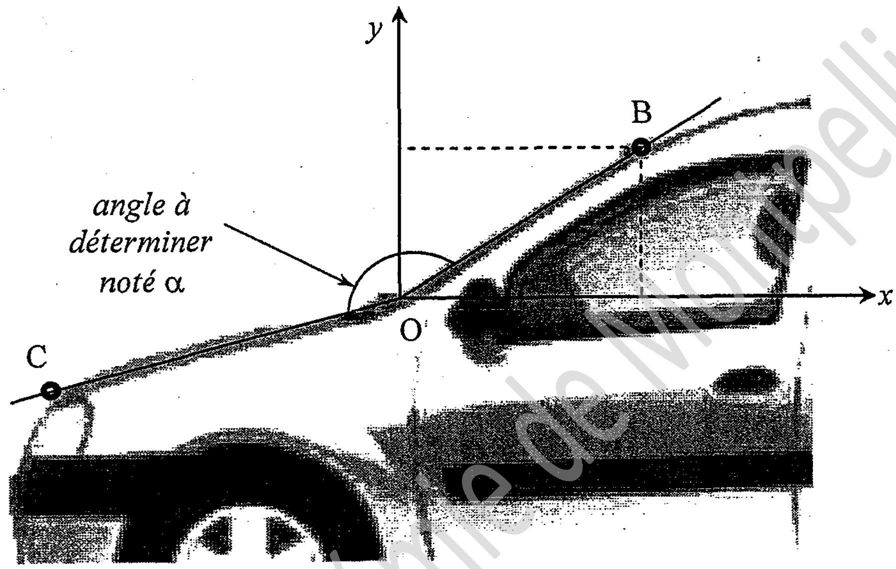
Ce sujet comporte 7 pages dont le formulaire et 1 annexe (à remettre avec la copie).

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

Afin de réduire les pertes aérodynamiques, les concepteurs de véhicules s'imposent une contrainte : la mesure de l'angle « capot / pare-brise » doit être supérieure à 150°.

Le but de cet exercice est de déterminer la mesure de cet angle pour le véhicule ci-dessous.



Remarques :

On considère que les points C, O et B sont dans le même plan vertical muni du repère orthonormal d'origine O et d'axes (Ox) et (Oy) *(voir figure ci-dessus)*.

Dans le repère défini précédemment, les points B et C ont pour coordonnées :

B (67,9 ; 37)   C (– 92,7 ; – 24,7)

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$.
2. Calculer les normes $||\overrightarrow{OB}||$ et $||\overrightarrow{OC}||$. Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$.
4. Calculer cos α et en déduire une valeur de α arrondie au degré.
5. La contrainte imposée est-elle vérifiée ? Justifier la réponse.

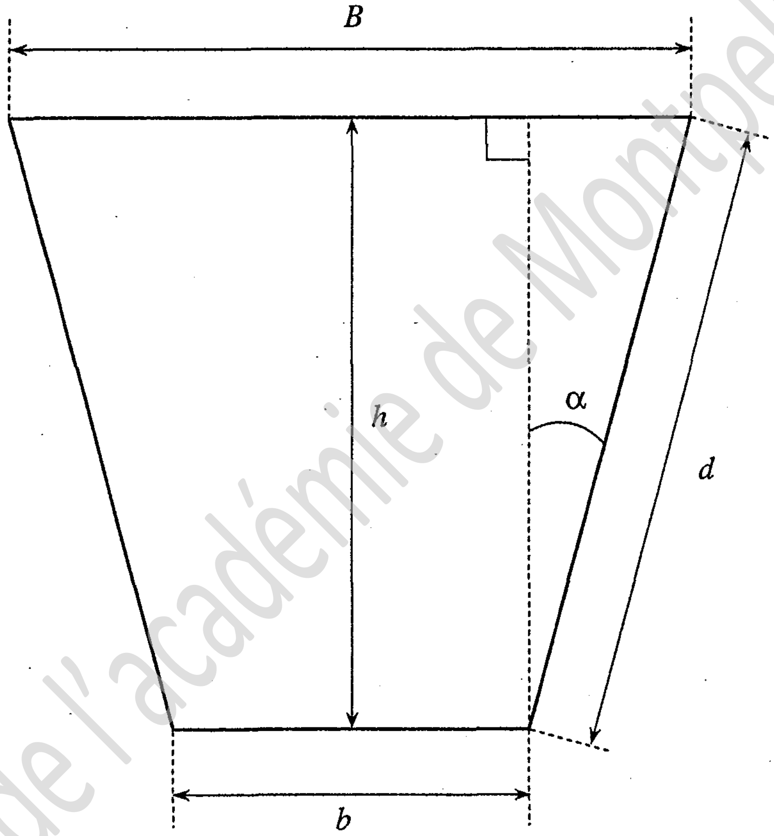
EXERCICE 2 : (10 points)

Lors de la conception d'un nouveau véhicule, une étude du capot est réalisée. Des contraintes thermodynamiques imposent que la surface de ce capot soit maximale, certaines dimensions étant fixées.

On suppose que les grandeurs que l'on peut raisonnablement fixer à la construction sont :

- le périmètre P du capot ;
- l'angle α.

On schématise le capot par un trapèze isocèle (voir figure ci-dessous).



Le schéma n'est pas à l'échelle

Partie A : (3 points)

Un premier capot a été conçu avec les dimensions suivantes :

$B = 120$ cm ; $b = 110$ cm ; $d = 116$ cm ; $\alpha = 24{,}6$ °

1. Calculer, en cm, la dimension h. Le résultat sera arrondi à l'unité.
2. En déduire, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ de ce capot.
3. Calculer, en cm, le périmètre P de ce capot.

Partie B : (4 points)

On admet que la formule permettant de calculer l'aire $\mathcal{A}$ du capot est :

$$\mathcal{A} = \frac{P\,h}{2} - \frac{h^2}{\cos\alpha}.$$

1. Les contraintes de construction sont $P = 462$ cm et $\alpha = 24{,}6°$.

   Montrer que $\mathcal{A} = 231\,h - 1{,}1\,h^2$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [85 ; 120] par $f(x) = 231\,x - 1{,}1\,x^2$.

Avec les notations précédentes, on a : $\mathcal{A} = f(h)$.

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [85 ; 120].
4. Compléter le tableau des variations de f situé en **annexe page 6/7**.

Partie C : (3 points)

1. En utilisant les résultats de la question précédente, donner la valeur de h pour laquelle l'aire $\mathcal{A}$ du capot est maximale.
2. Quelle est la valeur, en cm^2, de cette aire maximale ? Le résultat sera arrondi à l'unité.
3. Calculer la différence, en cm^2, entre l'aire maximale et l'aire du premier capot obtenue à la question **2. partie** A.

   Exprimer ce résultat en pourcentage de l'aire maximale. Le résultat sera arrondi au centième.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Sur une publicité pour une voiture, on peut lire l'information suivante :

Toutes les berlines Diesel de cette gamme rejettent
moins de 130 g de CO_2 au kilomètre et qualifient donc leur
acheteur pour un bonus écologique !

Le but de cet exercice est de vérifier la quantité de CO_2 rejetée au kilomètre.

Le gazole est un mélange d'hydrocarbures qui comptent de 12 à 22 atomes de carbone. Nous considèrerons que le principal constituant du gazole est le cétane, de formule $C_{16}H_{34}$.

1. À quelle famille de composés organiques le cétane appartient-il ? Justifier la réponse.

2. Calculer la masse molaire moléculaire du cétane.

3. Recopier et compléter l'équation-bilan de la combustion du cétane dans le dioxygène :

$$\ldots\ldots C_{16}H_{34} + \ldots\ldots O_2 \longrightarrow \ldots\ldots CO_2 + \ldots\ldots H_2O\ .$$

4. La consommation mixte de ce véhicule est donnée par le constructeur : elle est de 4,8 L/100 km.

- **a)** Sachant que la masse volumique du cétane est de 850 g/L, calculer la masse de cétane consommé pour 100 km parcourus, puis pour 1 km.
- **b)** Calculer le nombre de moles de cétane consommé pour 1 km. Arrondir le résultat à 10^{-2}.
- **c)** En utilisant l'équation-bilan, déduire le nombre de moles de dioxyde de carbone rejeté. Arrondir le résultat à 10^{-2}.
- **d)** Calculer la masse molaire moléculaire du dioxyde de carbone, puis la masse de dioxyde de carbone produit pour un kilomètre parcouru.

5. D'après le résultat de la question précédente, la publicité dit-elle vrai ?

On donne :

M (O) = 16 g/mol ; M (C) = 12 g/mol ; M (H) = 1 g/mol.

ANNEXE

(À remettre avec la copie)

EXERCICE 2 : partie B question 4. *Tableau de variation de la fonction f.*

x	85	……	120
Signe de $f'(x)$		0	
Variations de f			

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln $\ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

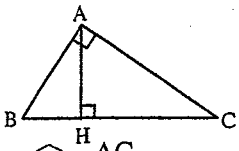
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin\widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}\cdot\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}\cdot\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$