Session 2009 | 0906 - REA ST B

E1 - EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS EPREUVE B1 - MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

L'emploi des calculatrices est autorisé.
Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.
L'échange de machines entre candidats est interdit durant la durée de l'épreuve.

Documents remis au candidat : 5

- Texte du sujet : feuilles 1/5 – 2/5 – 3/5
- Document à rendre : feuille 4/5
- Formulaire : feuille 5/5

La feuille 4/5 devra être encartée dans une copie double anonymée.

NOTA : Dès la distribution du sujet, assurez-vous que l'exemplaire qui vous a été remis est conforme à la liste ci-dessus ; s'il est incomplet, demandez un nouvel exemplaire au responsable de salle.

On désire fabriquer des pièces en inox qui ont la forme de parallélépipèdes rectangles de capacité d'un litre.

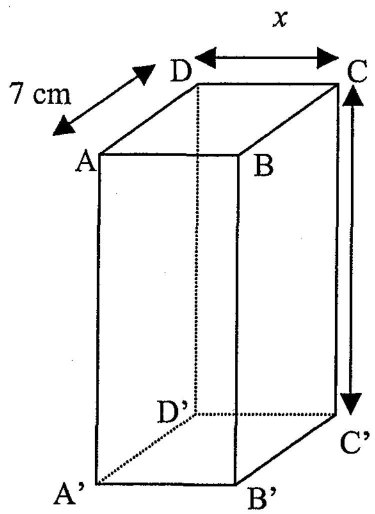


Fig. 1

Première Partie : Calculs géométriques (3 points)

Une pièce a les dimensions suivantes : $x = 9{,}4$ cm et $h = 15{,}2$ cm.

1.1 - Calculer le volume, en cm^3, du parallélépipède rectangle. Arrondir le résultat à l'unité.

1.2 – En déduire la capacité, en litre, du parallélépipède rectangle.

2 - On note O le centre de symétrie de la face supérieure du parallélépipède rectangle. On rappelle que O est l'intersection des diagonales du rectangle ABCD.

2.1 - Calculer la longueur du segment [AC]. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

2.2 - En déduire la longueur OA. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

3 - Calculer l'aire de la surface d'inox nécessaire pour fabriquer le parallélépipède rectangle.

Deuxième partie : Etude du problème (3,5 points)

L'objectif est de fabriquer des parallélépipèdes rectangles de capacité d'un litre avec une surface d'inox minimale sachant que l'un des cotés mesure 7 cm.

Un patron du parallélépipède est représenté ci-contre.

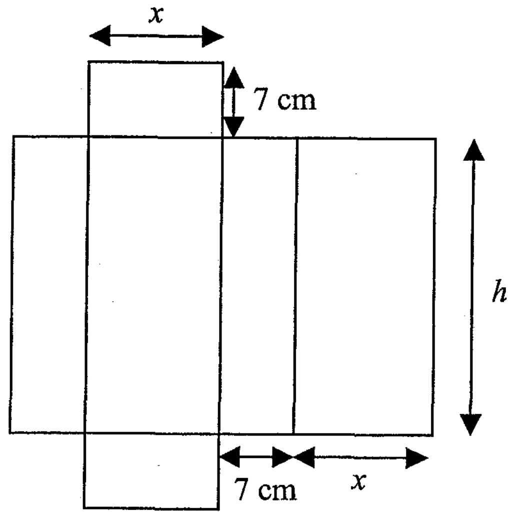


Fig. 2

1 – A l'aide de la fig. 2 montrer que l'aire totale S du parallélépipède, en fonction de x et h, s'écrit $S = 14x + 14h + 2xh$.

2.1 - Exprimer le volume V en fonction de x et h.

2.2 - A l'aide de la fig. 1, sachant que le volume est de 1000 cm^3, déduire que $h = \dfrac{1000}{7x}$.

3- Montrer que l'aire totale peut s'écrire en fonction de x par $S = 14\,x + \dfrac{2000}{x} + \dfrac{2000}{7}$.

Troisième partie : Etude de la fonction f (6 points)

On note f la fonction définie sur [5 ; 30] par $f(x) = 14x + \frac{2000}{x} + \frac{2000}{7}$.

1.1 - Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

1.2 – Résoudre dans l'intervalle [5 ; 30] l'équation $14 - \frac{2000}{x^2} = 0$.

Donner la valeur exacte de la solution puis l'arrondir à 10^{-2} près.

1.3 – En déduire le signe de la dérivée sur [5 ; 30].

2 - Compléter le tableau de variation de la fonction sur l'annexe.

3 - On a alors $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$.

Les représentations graphiques de f_1 et f_2 notées respectivement C_1 et C_2, sont données en annexe.

A partir de C_1 et C_2, tracer sur l'annexe la représentation graphique de f.

Quatrième partie : Exploitation des résultats.(2,5 points)

1.1 - Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de la plaque d'inox utilisée est minimale. (Justifier la réponse)

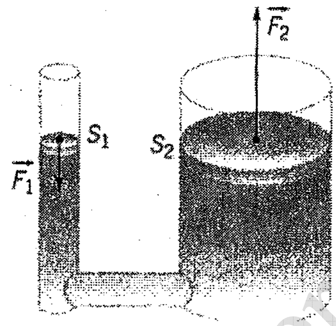
1.2 - En déduire l'aire minimale de la plaque d'inox utilisée.

1.3 - Calculer la hauteur h correspondante. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

SCIENCES PHYSIQUES – 5 points

Exercice 1 : Transmission de pression (2 points)

Pour compacter les emballages, on utilise la presse hydraulique schématisée ci-contre.



Le petit piston a pour diamètre d = 10 cm.

Le grand piston a pour diamètre D = 40 cm.

La force exercée sur le petit piston est $F_1 = 6000$ N.

On note p_1 la pression exercée par le petit piston sur le fluide incompressible, et p_2 la pression exercée par le fluide sur le grand piston.

On rappelle l'expression de la pression exercée par une force pressante F sur une surface d'aire S : $p = \frac{F}{S}$.

1.1 - Calculer l'aire S_1 du disque de diamètre d du petit piston.

Donner le résultat en m^2, arrondi à 10^{-6}.

1.2 – Calculer, en pascals, la pression p_1. Arrondir le résultat à la dizaine.

2 - Donner la relation liant p_1 et p_2.

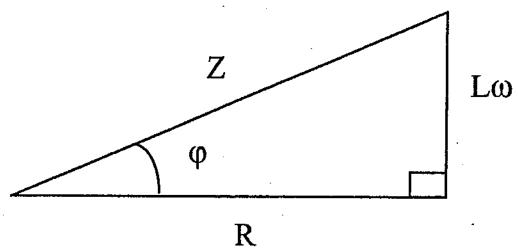
3 - On donne $p_2 = 763940$ Pa. Calculer F_2. Arrondir à l'unité.

Exercice 2 : Electricité (3 points)

Une bobine d'inductance L = 0,2 H est placée en série avec une résistance R = 100 Ω. L'ensemble est alimenté sous une tension alternative monophasée sinusoïdale de valeur efficace 230 V et de fréquence 50 Hz.

On donne le triangle des impédances :

On rappelle U = Z . I.



1 - Calculer la pulsation ω. Arrondir à l'unité.

2 - Sachant que ω = 314 rad/s, calculer l'impédance Z du circuit.

3 - Calculer l'intensité dans le circuit. Arrondir à 10^{-1}.

4 - Calculer le facteur de puissance du circuit. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

ANNEXE **Document à rendre avec la copie**

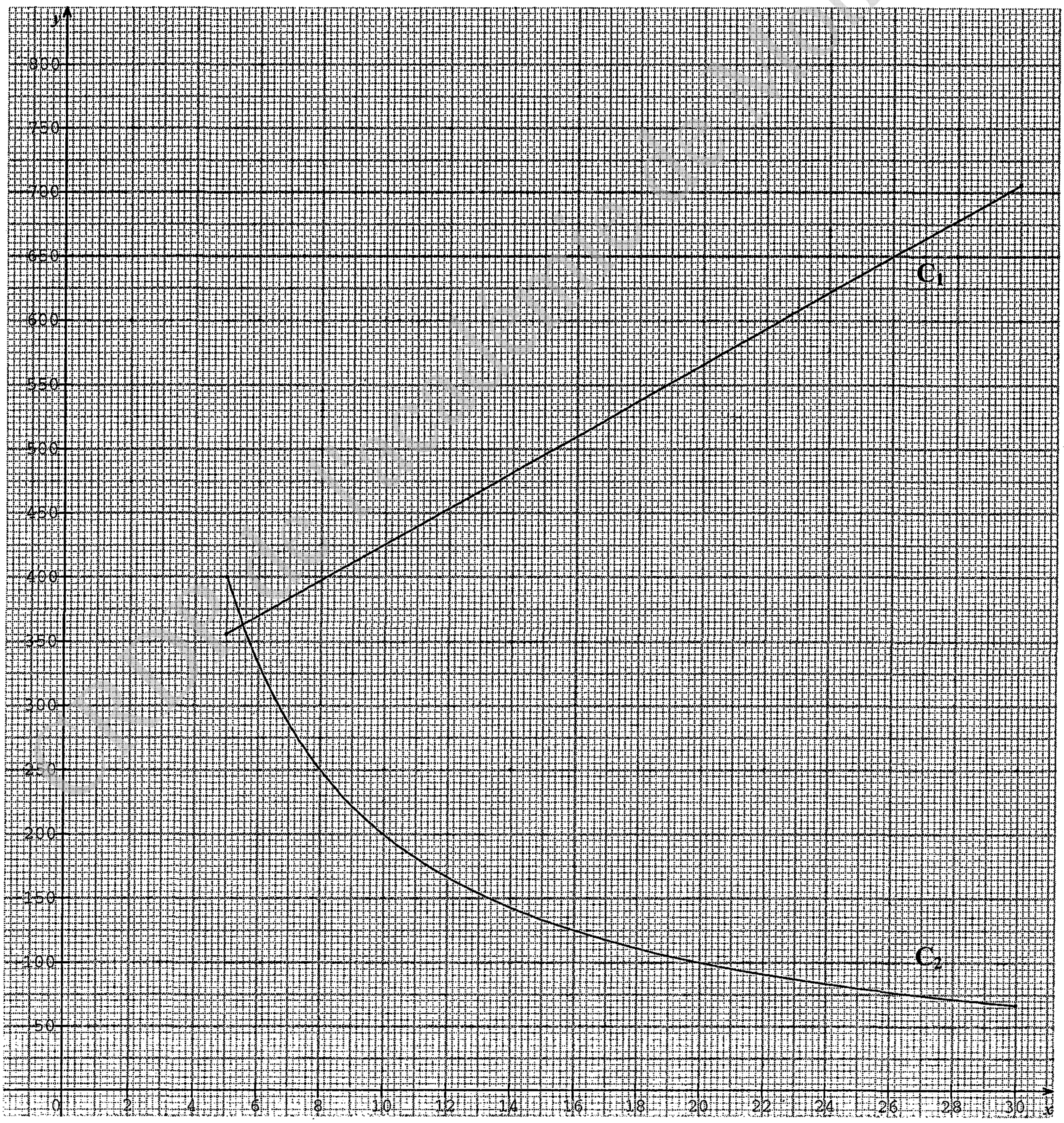
Première partie.

2.1 - Tableau de variation :

Les trois valeurs de $f(x)$ du tableau de variation seront arrondies à l'unité.

x	5 $\qquad\qquad$ $\sqrt{\dfrac{1000}{7}}$ $\qquad\qquad$ 30
signe de $f'(x)$	
Variation de f	

3 - Représentation graphique



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

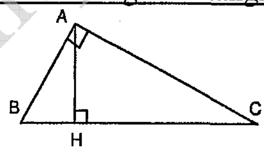
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v}'\Vert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$