BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

MRIM	SEN
Épreuve E1 : **Épreuve scientifique et technique** **Mathématiques (E12)**	**Épreuve E1 :** **Épreuve scientifique à caractère professionnel** **Mathématiques (E11)**

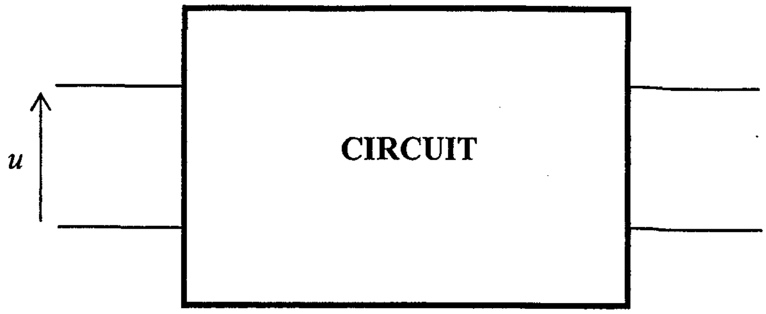
DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2,5 (MRIM)
2 (SEN)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

Un circuit électronique est alimenté par une tension d'entrée u variant en fonction du temps t.



<u>EXERCICE 1</u> : (5 points)

La fonction de transfert en régime sinusoïdal du circuit, constitué par une résistance de valeur $R = 1\,000\ \Omega$ et par un condensateur de capacité $C = 10^{-7}$ F, a pour expression :

$$T = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

avec R en Ω, C en F et ω en rad/s.
j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Montrer que, pour $\omega = 2 \times 10^{4}$ rad/s, l'expression de T peut s'écrire :

$$T = \frac{2j}{1+2j}.$$

2. Calculer $(1 + 2j)(1 - 2j)$.

3. En utilisant le résultat précédent, montrer que $T = 0{,}8 + 0{,}4j$.

4. Calculer le module du nombre complexe T. Le résultat sera arrondi au millième.

5. Calculer un argument du nombre complexe T. Le résultat sera arrondi au centième de radian.

EXERCICE 2 : (7 points)

La tension u d'entrée du circuit précédent est représentée par le signal s, de période $T = \pi \times 10^{-4}$ s, défini sur une période par :

$$\begin{cases} s(t) = 10 & \text{pour } t \text{ appartenant à l'intervalle } \left[0\,;\frac{T}{2}\right[\\ s(t) = 0 & \text{pour } t \text{ appartenant à l'intervalle } \left[\frac{T}{2}\,;T\right[\end{cases}$$

1. Calculer la pulsation ω de cette tension (on rappelle que $\omega = \frac{2\pi}{T}$).

2. On rappelle que la forme générale du polynôme de Fourier d'ordre n d'un signal périodique s'écrit :

$$P_n(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + \cdots + a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)$$

Le polynôme de Fourier associé au signal s est le suivant :

$$P(t) = 5 + 6\sin(2 \times 10^4\, t) + 2\sin(6 \times 10^4\, t)$$

a) Par identification, compléter le tableau situé en **annexe page 5/6**, regroupant les valeurs de a_k et b_k pour $0 \leqslant k \leqslant 3$.

b) En utilisant la formule de Parseval :

$$E = a_0^2 + \frac{1}{2}(a_1^2 + b_1^2 + \cdots + a_n^2 + b_n^2)$$

calculer, en joule, l'énergie E transportée par le signal.

3. La valeur exacte de l'énergie E_s transportée par ce signal est donnée par l'intégrale :

$$E_s = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt \quad (E_s \text{ est exprimée en joule})$$

a) En appliquant la relation de Chasles donnée dans le formulaire, justifier que :

$$E_s = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} 100\,dt$$

b) Montrer que $E_s = 50$ J.

4. Calculer le rapport $\frac{E}{E_s}$ et exprimer ce résultat par un pourcentage.

EXERCICE 3 : (8 points)

À partir de l'instant $t = 0$ où la tension d'entrée du circuit passe à 10 V, le condensateur se charge. La tension u_C aux bornes du condensateur est exprimée en volt ; elle est donnée, en fonction du temps t, exprimé en seconde, par la relation :

$$u_C = 10\,(1 - e^{-10^4 t})$$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,3 \times 10^{-4}]$ par :

$$f(x) = 10\,(1 - e^{-10^4 x})$$

Avec les notations précédentes on a : $u_C = f(t)$.

1. La dérivée de la fonction f est notée f'. Montrer que $f'(x) = 10^5 \times e^{-10^4 x}$.

2. En déduire, en le justifiant, le sens de variation de la fonction f.

3. Compléter le tableau de valeurs situé en **annexe**. Les résultats seront arrondis au dixième.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'**annexe**.

5. **a)** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 5$. *Laisser les traits de construction apparents sur le repère.*

   b) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 5$. La solution sera arrondie à 10^{-5}.

   c) En déduire la durée nécessaire, exprimée en milliseconde, pour que la tension aux bornes du condensateur atteigne 50 % de la valeur de la tension d'entrée.

ANNEXE

(À remettre avec la copie)

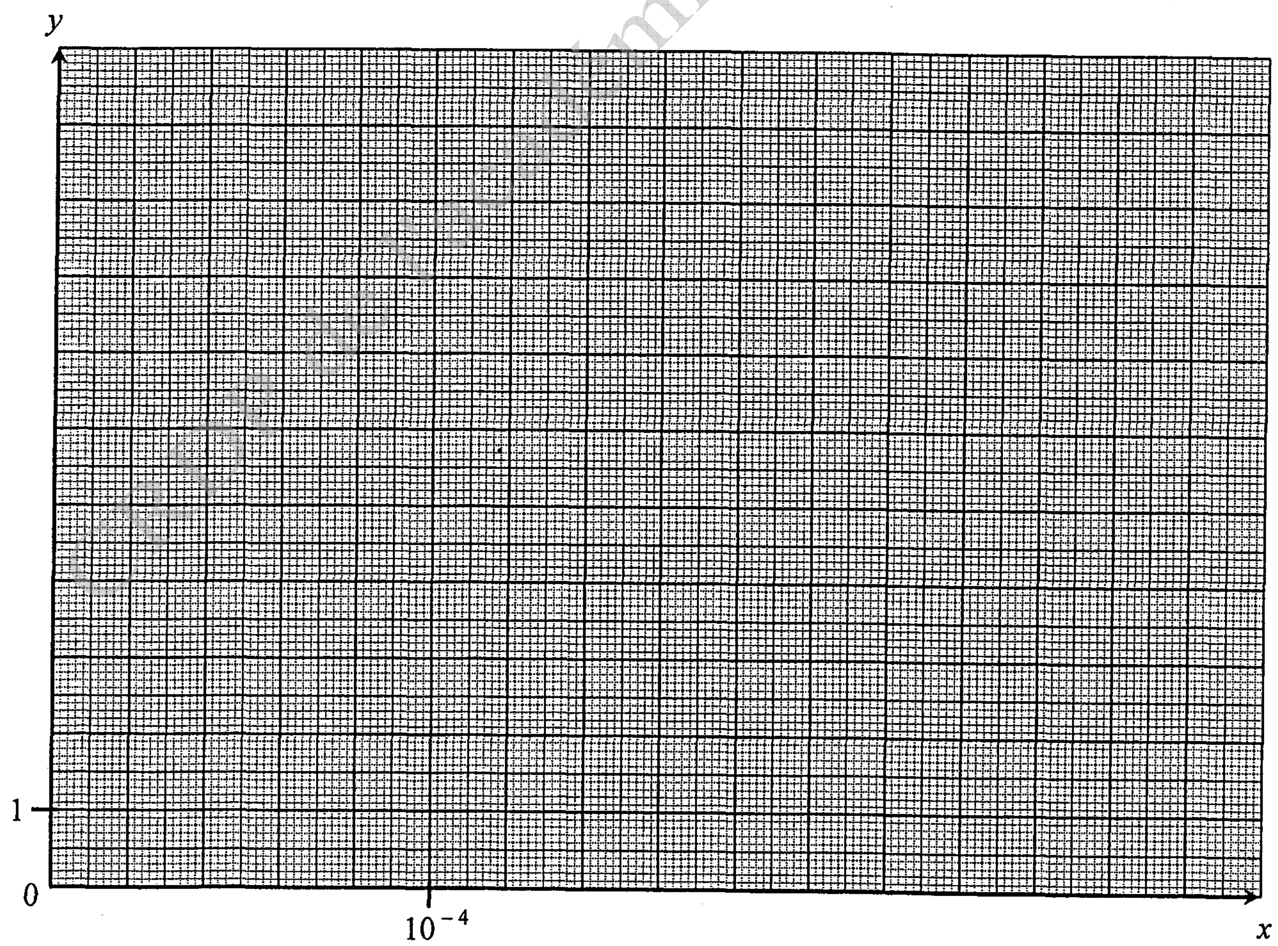
EXERCICE 2 : question 2. a) Tableau de valeurs

a_0	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3

EXERCICE 3 : question 3. Tableau de valeurs

x	0	$0,5 \times 10^{-4}$	10^{-4}	$1,5 \times 10^{-4}$	2×10^{-4}	3×10^{-4}
$f(x)$	0		6,3			

EXERCICE 3 : question 4. Courbe représentative



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique / forme trigonométrique

$z = x + jy \qquad z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$

$\overline{z} = x - jy \qquad z = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \rho = |z|$

$\theta = \arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$