BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Électrotechnique Énergie Équipements Communicants

SESSION 2009

E1 – Épreuve scientifique

Sous-épreuve E11
mathématiques et sciences physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Circulaire N°99-186 du 16-11-1999 : le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumérique ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.
Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur table. En cas de défaillance, elle pourra être remplacée.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits.

Le sujet comporte 7 pages dont :
- 1 page de garde
- 1 page d'annexe à rendre obligatoirement avec la copie (page 6/7)
- 1 page formulaire de mathématiques (page 7/7)

Barème :

1ère partie - Sciences physiques (5 points)

Exercice 1 : Acoustique	*2 points*	*page 2*
Exercice 2 : Dynamique	*3 points*	*page 3*

2ème partie - Mathématiques (15 points)

Exercice 3 : Équation différentielle	*3 points*	*page 4*
Exercice 4 : Étude de fonction, solution particulière de l'équation différentielle	*9 points*	*page 4 et 5*
Exercice 5 : Équation du second degré et volume	*3 points*	*page 5*

Dans une usine de confiserie, la crème de châtaigne est recueillie dans un malaxeur chargé de mélanger les châtaignes à d'autres ingrédients (sucre, ...).

Photo extraite d'un dossier technique

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 1 : Acoustique (2 points)

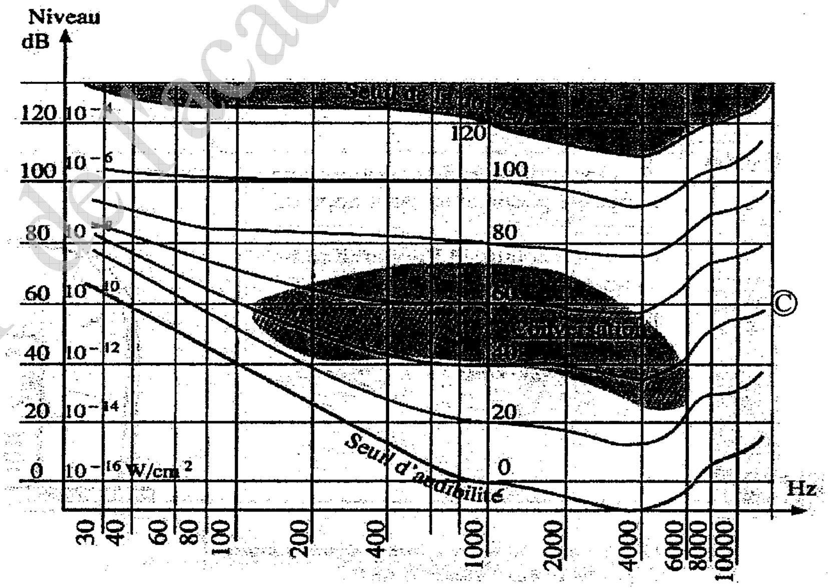
En fonctionnement, le malaxeur émet un bruit d'intensité acoustique I à une distance d'un mètre. Le dossier technique précise qu'à une distance de 1 mètre de la machine, la puissance acoustique P est égale à $4\pi \times 10^{-7}$ W.

1.1. Calculer, en W/m², l'intensité acoustique I.

1.2. Calculer, en dB, le niveau d'intensité acoustique L du malaxeur.

1.3. Le diagramme ci-dessous donne le niveau d'intensité acoustique L d'un son en fonction de sa fréquence f.

1.3.1. En utilisant la courbe notée ©, déterminer graphiquement les deux fréquences f_1 et f_2 correspondant à un niveau d'intensité acoustique L égal à 50 dB.



1.3.2. Sachant que la hauteur du son émis est grave, choisir parmi les 2 fréquences f_1 et f_2 celle qui correspond au bruit émis par le malaxeur.

Données : $I = \dfrac{P}{S}$; $S = 4\,\pi\,R^2$; $L = 10 \times \log\dfrac{I}{I_0}$; $I_0 = 10^{-12}$ W/m².

EXERCICE 2 : Dynamique (3 points)

Le malaxeur est entraîné par un moteur électrique.
La vitesse de rotation de ce moteur est égale à 140 tr/min.

2.1. Calculer, en rad/s, la vitesse angulaire du moteur électrique.
Arrondir le résultat à l'unité.

2.2. Le malaxeur est assimilé à un volant d'inertie en forme de jante de masse m égale à 40 kg et de diamètre D égal à 50 cm.

2.2.1. Calculer, en kg.m², le moment d'inertie J_1 de la jante.

2.2.2. Pour un moment d'inertie du moteur J_2 égal à 2 kg.m², déduire le moment d'inertie total J_T correspondant à la chaîne cinématique « jante + moteur ».

2.2.3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique en rotation, calculer, en N.m, le moment M du couple de la chaîne cinématique lors de la phase de démarrage.
On prendra $\alpha = 2{,}1$ rad/s².

2.3. Le moment du couple résistant du malaxeur est estimé à 5 N.m.

2.3.1. Calculer le moment du couple moteur de ce moteur électrique lors de la phase de démarrage.

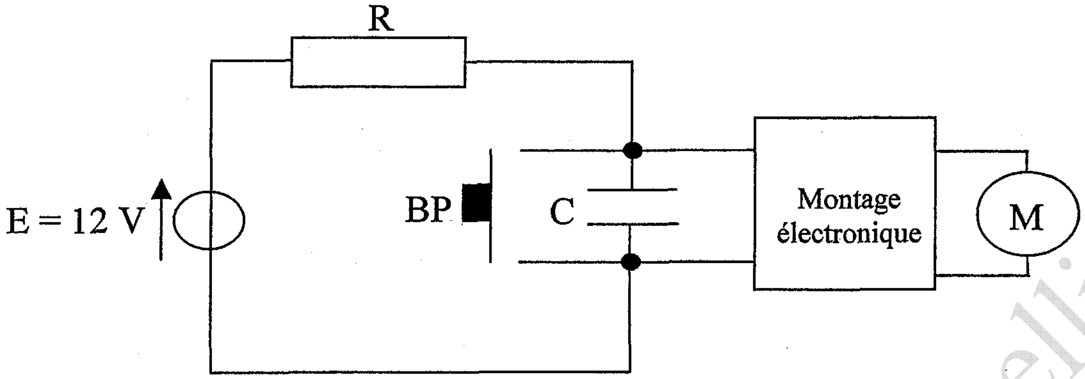
2.3.2. Parmi les 3 propositions ci-dessous, quel est le moteur le plus approprié ?

Moteur A :	Moteur B :	Moteur C :
10 N.m	15 N.m	20 N.m

Données : $J = \text{m}\,R^2$; $\Sigma M = J\,\alpha$

MATHÉMATIQUES (15 points)

Un circuit RC associé à un montage électronique détermine la durée de fonctionnement du moteur du malaxeur (schéma ci-dessous) :



Lorsqu'on appuie sur le bouton poussoir BP, le condensateur se décharge instantanément. En relâchant le bouton poussoir, le condensateur se charge à travers la résistance R.

Tant que la valeur de la tension aux bornes du condensateur C est inférieure à 8 V, le montage électronique commande le moteur.

Dès que la tension aux bornes du condensateur C atteint 8 V, le moteur du malaxeur s'arrête.

EXERCICE 3 : Équation différentielle (3 points)

Lors de la charge du condensateur, la tension à ses bornes est solution de l'équation différentielle

$$y'(t) - \left(-\frac{1}{RC}\right) y(t) = E$$

3.1. L'équation différentielle sans second membre s'écrit : $y'(t) - a\,y(t) = 0$ avec $a = -\dfrac{1}{RC}$.

En prenant R = 50 000 Ω et $C = 1\,000 \times 10^{-6}$ F, calculer a.

3.2. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle $y'(t) + 0{,}02\,y(t) = 0$ (1)

3.3. Une solution particulière de l'équation différentielle (1) est $y(t) = k.e^{-0{,}02.t} + 12$

3.3.1. Calculer la valeur de la constante k sachant que $y(0) = 0$ puis écrire y(t).

3.3.2. Vérifier que : $y(t) = 12\,(1 - e^{-0{,}02.t})$

EXERCICE 4 : Étude de la fonction, solution particulière de l'équation différentielle (9 points)

4.1. On considère la fonction f définie sur [0 ; 120] par $f(x) = 12\,(1 - e^{-0{,}02.x})$.

4.1.1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f sur [0 ; 120].

4.1.2. Déterminer le signe de la fonction dérivée f' sur [0 ; 120].

4.1.3. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe (page 7/8).

4.1.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe (page 7/8).

Arrondir chaque valeur au dixième.

4.1.5. Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f sur [0 ; 120] en utilisant le repère de l'annexe (page 7/8).

4.2. Exploitation :

4.2.1. Tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 8$ en utilisant le même repère de l'annexe (page 7/8).

4.2.2. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection I de la droite $\mathscr{D}$ et de la courbe $\mathscr{C}$. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

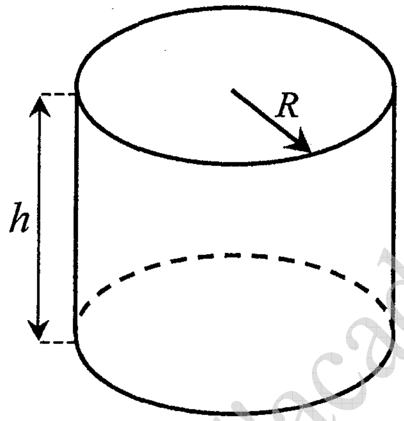
4.2.3. Résoudre l'équation $8 = 12\,(1 - e^{-0,02.x})$. Arrondir le résultat au dixième.

4.2.4. Comparer la valeur de x déterminée graphiquement avec la valeur calculée.

4.2.5. À quoi correspond cette valeur ?
Rappel : lorsque le malaxeur s'arrête, la tension aux bornes du condensateur est de 8 V.

EXERCICE 5 : Équation du second degré et volume (3 points)

La cuve du malaxeur est un cylindre dont l'aire totale (fond + paroi latérale) est égale à 3 730 cm^2 et sa hauteur h est égale à 24 cm.
Cette aire est calculée en utilisant la relation $A = 2\pi.R.\text{h} + \pi.R^2$ (1)
avec h = hauteur (en cm)
R = rayon (en cm).



5.1. Écrire la relation (1) en utilisant les données. Arrondir chaque coefficient au centième.

5.2. Le rayon de cette cuve est une solution de l'équation $3,14\,R^2 + 150,80\,R - 3730 = 0$.
Résoudre cette équation.
En déduire le rayon R de cette cuve. Arrondir le résultat au centimètre.

5.3. Calculer, en cm^3, le volume V de cette cuve. Arrondir le résultat à l'unité.

ANNEXE - À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 4 :

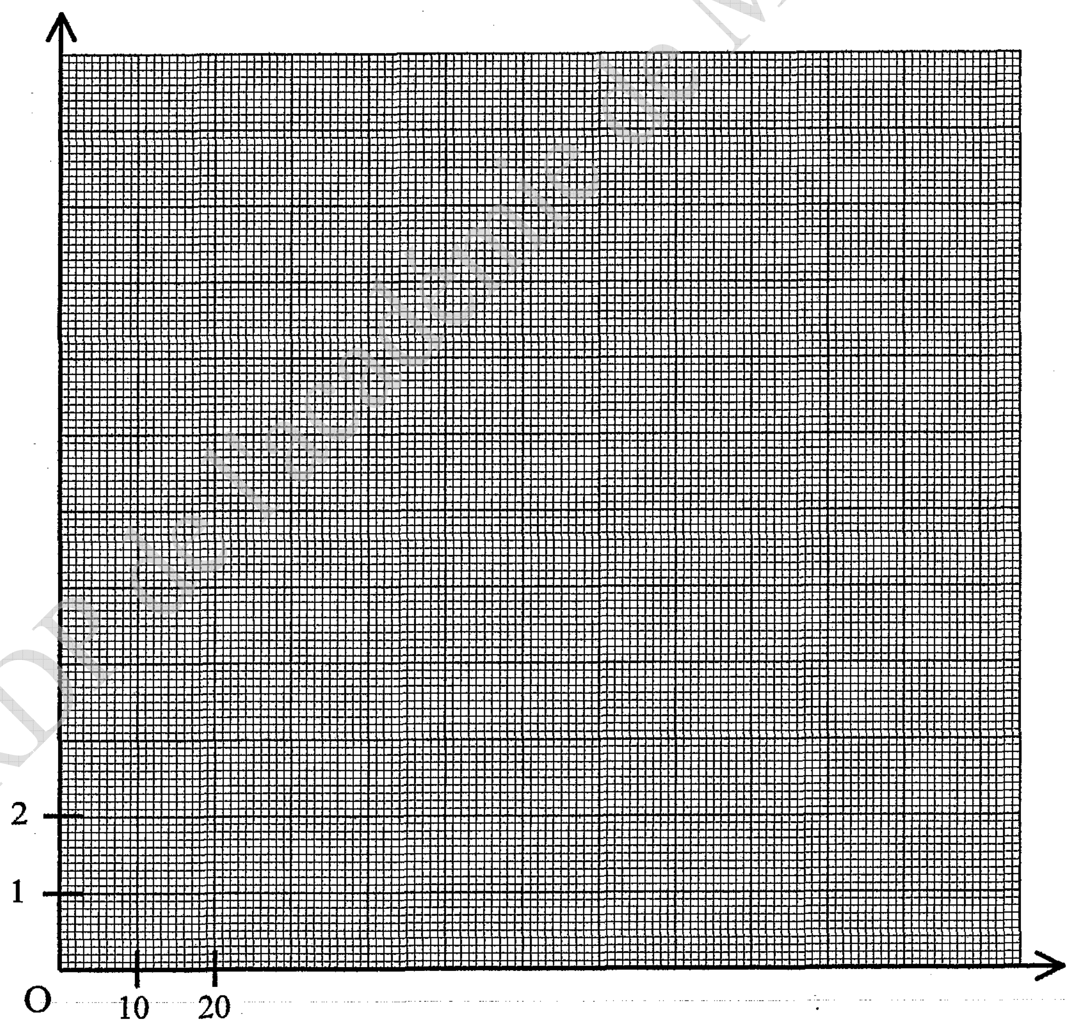
Tableau de variation de la fonction *f*

x	0 120
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs de la fonction *f*. **Arrondir chaque valeur au dixième.**

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$f(x)$	0	2,2			6,6		8,4		9,6		10,4		10,9

Représentation graphique



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b \qquad \ln(a^n)=n\ln a$

$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=k\,e^{ax}$

$y''+\omega^2y=0 \qquad y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a=2\cos^2 a-1$

$\quad=1-2\sin^2 a$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonomètrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\bar{z}=x-jy$	$\bar{z}=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}'=xx'+yy'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v}'\neq\vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}'=\|\vec{v}\|.\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$;

$\vec{v}.\vec{v}'=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt=k\int_a^b f(t)dt$