



SERVICES CULTURE ÉDITIONS  
RESSOURCES POUR  
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Rennes**

**pour la  
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement  
professionnel**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

Session : Printemps 2009

# **BREVET PROFESSIONNEL**

**Monteur en installations de génie climatique**

*Épreuve E4 - Unité 40*

**MATHÉMATIQUES**

Durée : 1 heure

Coefficient : 1

Ce sujet est composé de 5 pages :

\* les questions à traiter sont aux pages numérotées 2/5, 3/5 et 4/5 .

\* une annexe numérotée page 5/5, à rendre avec la copie .

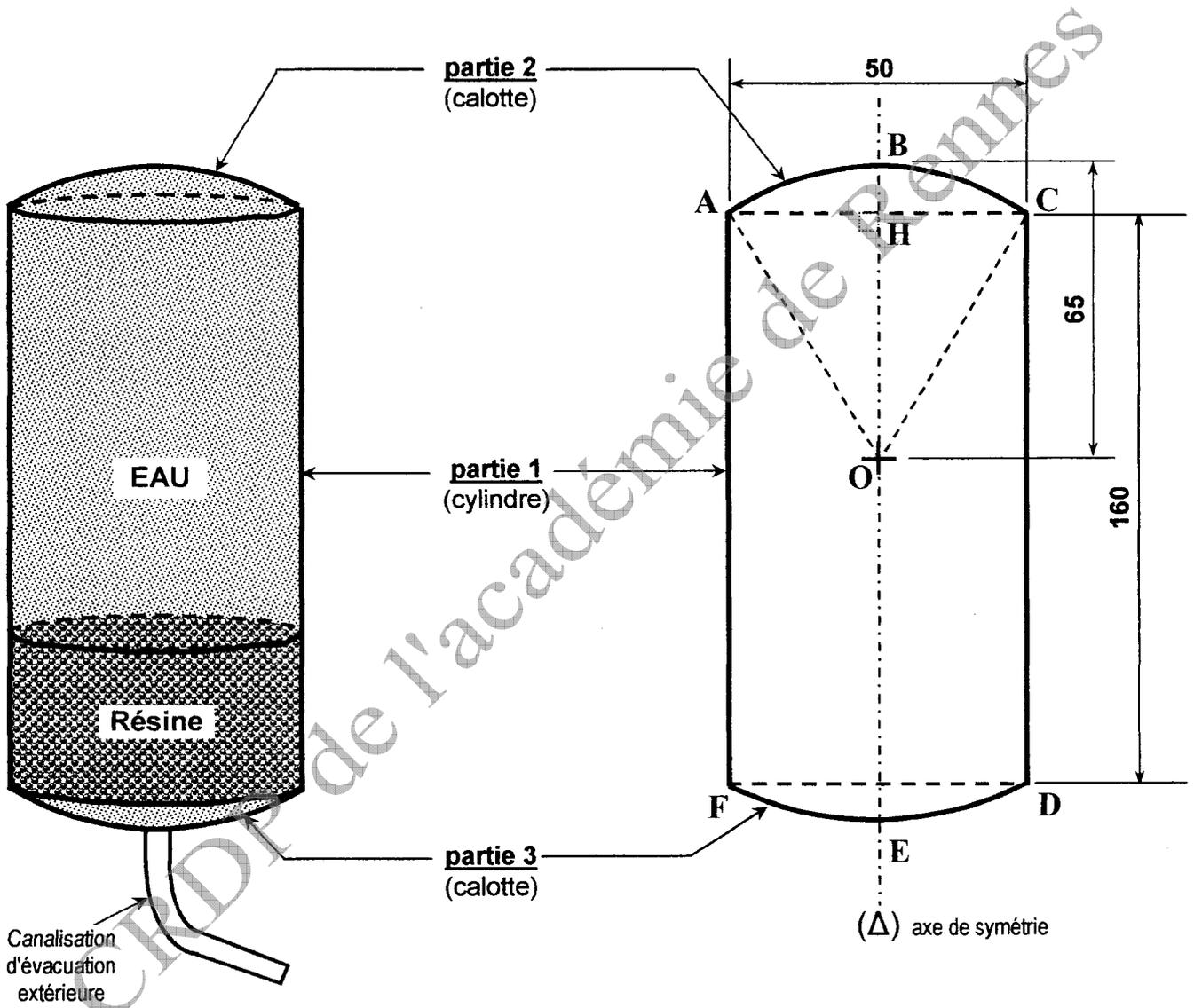
### Exercice 1 : (12 points)

L'adoucissement est une des étapes importantes du traitement des eaux.

La méthode d'adoucissement d'eau la plus courante appelée "échange d'ions" est un procédé chimique qui consiste à changer les ions de l'eau dure (ions calcium  $\text{Ca}^{2+}$  et ions magnésium  $\text{Mg}^{2+}$ ) pour les ions de l'eau douce (ions sodium  $\text{Na}^+$ ) à l'aide d'une résine échangeuse d'ions.

Les figures 1 et 2 représentent respectivement une vue en perspective et une vue en coupe d'un réservoir contenant de l'eau et de la résine échangeuse d'ions.

Ce réservoir est constitué d'un cylindre (partie 1) et de deux calottes sphériques identiques (partie 2 et partie 3).



**Figure 1**

(vue en perspective du réservoir)

**Figure 2**

(coupe verticale du réservoir)

- Sur les figures, les longueurs sont exprimées en centimètre (cm) et les proportions ne sont pas respectées.
- O est le centre de la surface sphérique de la calotte supérieure (partie 2) représentée en coupe par  $\widehat{ABC}$ .
- BH représente la hauteur de la calotte.
- CD représente la hauteur du cylindre (partie 1) et AC le diamètre de sa section circulaire.

■ **Première partie :** *Calcul du volume du réservoir.*

On donne :  $OA = OB = OC = 65 \text{ cm}$  ;  $AC = 50 \text{ cm}$  et  $CD = 160 \text{ cm}$ .

- 1.1) - Calculer, en cm, la longueur représentée par [AH] .
- 1.2) - En utilisant la propriété de Pythagore dans le triangle AHO rectangle en H, calculer, en cm, la longueur représentée par [OH] .
- 1.3) - En déduire la hauteur  $h$  de la calotte supérieure (partie 2) représentée par [BH] .
- 1.4) - Calculer, en  $\text{cm}^3$ , les volumes suivants et arrondir les valeurs à l'unité :
  - 1.4.1) - le volume  $V_1$  du cylindre (partie 1).
  - 1.4.2) - le volume  $V_2$  de la calotte supérieure (partie 2) en prenant  $BH = 5 \text{ cm}$ . On donne la formule du volume d'une calotte :  $V = \frac{\pi \cdot h^2}{3} (3R - h)$  ( avec :  $R = OA$  et  $h = BH$  ).
  - 1.4.3) - le volume  $V_{\text{TOTAL}}$  du réservoir.

■ **Deuxième partie :** *Calculs du volume occupé par la résine échangeuse d'ions et du volume d'eau dans le réservoir.*

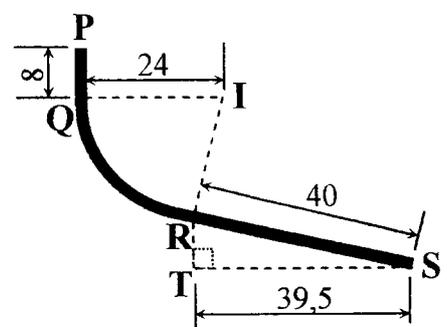
La résine d'échangeuse d'ions est un matériaux organique insoluble qui se présente généralement sous forme de petites sphères, en grande quantité, afin d'obtenir une surface de contact maximale avec l'eau.

- 2.1) - Dans ce réservoir la résine échangeuse d'ions est constituée de  $4,4 \times 10^8$  petites sphères et le volume moyen  $V_S$  d'une petite sphère est égal à  $0,31 \text{ mm}^3$ .  
Calculer le volume  $V_R$  occupé par la résine dans le réservoir. Exprimer le résultat en  $\text{cm}^3$  .
- 2.2) - En prenant pour volume du réservoir  $V_{\text{TOTAL}} = 324\,107 \text{ cm}^3$ , calculer le volume d'eau  $V_E$  que contient le réservoir (voir figure 1 – page 2/5).  
Exprimer le résultat en litre.

■ **Troisième partie :** *Calcul de la longueur de la canalisation d'évacuation extérieure.*

Sur la figure 3, la ligne PQRS représente la fibre neutre de la canalisation d'évacuation extérieure du réservoir.

- 3.1) - En utilisant une relation trigonométrique dans le triangle RTS rectangle en T, montrer que la mesure arrondie à l'unité de l'angle  $\widehat{\text{TRS}}$  est  $81^\circ$ .
- 3.2) -  $\widehat{\text{QR}}$  est un arc de cercle de centre I et de rayon  $IQ = 24 \text{ cm}$ .  
L'angle  $\widehat{\text{QIR}} = \widehat{\text{TRS}} = 81^\circ$ .  
Montrer que la longueur, arrondie à l'unité, représentée par  $\widehat{\text{QR}}$  est de 34 cm.
- 3.3) - En déduire la longueur  $l$  (en cm) de cette canalisation.



**Figure 3**  
**Fibre neutre de la canalisation**

## Exercice 2 : (8 points)

Une entreprise envoie un groupe d'ouvriers sur un chantier pour réaliser des installations de chauffage. Le temps nécessaires pour réaliser l'ensemble des travaux est de 4 900 heures.

Dans ce problème, on suppose que chaque ouvrier effectue le même nombre d'heures sur le chantier et a le même rendement pour les réalisations confiées.

### ■ **Première partie :** *Calculs numériques – Relation entre le temps de travail effectué par un ouvrier et l'effectif du groupe.*

1.1) - Le groupe comporte 14 ouvriers. Calculer, en heure, le temps de travail  $t_1$  effectué par chaque ouvrier.

1.2) - On ajoute 2 ouvriers dans ce groupe. Calculer, dans ce cas, le temps de travail  $t_2$  effectué par chaque ouvrier. Exprimer le résultat en heure-minute (exemple : 3h 40min).

1.3) - On note :  $x$  l'effectif du groupe (nombre d'ouvriers).  
 $t$  le temps de travail effectué par un ouvrier (en heure).

Ecrire une relation permettant de calculer  $t$  en fonction de  $x$ .

### ■ **Deuxième partie :** *Etude de l'évolution du temps de travail $t$ effectué par un ouvrier en fonction de l'effectif $x$ du groupe.*

Le tableau ci-dessous donne le temps de travail  $t$  (en heure) effectuée par un ouvrier en fonction de l'effectif  $x$  du groupe pour  $x$  compris entre 8 et 32.

$x$ (nombre d'ouvriers)	8	12	16	20	24	28	32
$t$ (en heure)	612,5	408,3	306,3	245	204,2	175	153,1

2.1) - Dans cette situation peut-on dire que « le temps de travail effectué par un ouvrier » et « l'effectif du groupe » sont deux grandeurs proportionnelles ? Justifier la réponse.

2.2) - Dans le plan rapporté au repère orthogonal donné sur l'annexe - page 5/5 (à rendre avec la copie), placer les points de coordonnées  $(x ; t)$  correspondant aux valeurs du tableau ci-dessus.

(Nota : Les points de coordonnées  $(8 ; 612,5)$  et  $(32 ; 153,1)$  sont déjà placés dans ce repère)

2.3) - Les points placés dans le repère appartiennent à une branche d'hyperbole  $(H)$ .  
Sur le même repère, tracer la courbe  $(H)$  passant par ces points sur l'intervalle  $[8 ; 32]$ .

2.4) - En utilisant la courbe  $(H)$  et en laissant apparents les traits nécessaires pour justifier les lectures graphiques, déterminer :

2.4.1) - le temps de travail effectué par chaque ouvrier si l'effectif du groupe est de 25 ouvriers.

2.4.2) - l'effectif du groupe (arrondi à l'unité) pour lequel le temps de travail effectué par chaque ouvrier sera 490 heures.

# **ANNEXE** (à rendre avec la copie)

\* **Exercice 2 – Questions (2.2), (2.3) et (2.4) :** Courbe représentative et lectures graphiques.

