RESEAU-CANOPE.FR

CANOPÉ

LE RÉSEAU DE CRÉATION
ET D'ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUES

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Ce document a été mis en ligne par le Canopé de l'académie de Bordeaux pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Exercice 1 (9 points)

	Partie A
1°) a)	Les solutions sont les fonctions $t \mapsto x(t) = Ce^{-k_1 t}$ où C décrit **R**.
b)	$x(0) = C = 1$ donc $x(t) = e^{-k_1 t}$, pour tout $t \geq 0$.
2°) a)	Pour tout $t \geq 0$: $f'(t) + k_2 f(t) = -k_1\alpha\, e^{-k_1 t} + k_2\, \alpha\, e^{-k_1 t} = (k_2 - k_1)\, \alpha\, e^{-k_1 t}$. Pour que f soit une solution de (2), il suffit que : $(k_2 - k_1)\, \alpha = k_1$ donc que : $\alpha = \dfrac{k_1}{k_2 - k_1}$.
b)	Les solutions de l'équation différentielle $\dfrac{dy}{dt} + k_2 y = 0$ sont les fonctions $t \mapsto y(t) = Ce^{-k_2 t}$ où C décrit **R** donc les solutions de (2) sont les fonctions $t \mapsto y(t) = Ce^{-k_2 t} + \dfrac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t}$ où C décrit **R**.
c)	$y(0) = C + \dfrac{k_1}{k_2 - k_1} = 0$ donc $C = \dfrac{k_1}{k_1 - k_2}$ d'où $y(t) = \dfrac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$, pour tout $t \geq 0$.
3°)	Pour tout $t \geq 0$: $z(t) = x(0) + y(0) + z(0) - x(t) - y(t)$ $z(t) = 1 - e^{-k_1 t} - \dfrac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t})$ $z(t) = 1 - \dfrac{k_2}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} + \dfrac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t}$.
	Partie B
1°)	x est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$ (dérivée ou composition de fonctions).
2°)	Pour tout $t \geq 0$: $y'(t) = -0{,}5\, e^{-0{,}5 t} + e^{-t} = e^{-0{,}5 t}(-0{,}5 + e^{-0{,}5 t})$. $e^{-0{,}5 t} > 0$ donc $y'(t) = 0$ si $-0{,}5\, t = \ln(0{,}5)$ soit $t = \dfrac{\ln 2}{0{,}5}$ $y'(t) > 0$ si $-0{,}5\, t > \ln(0{,}5)$ soit $t < \dfrac{\ln 2}{0{,}5}$ et $y'(t) < 0$ si $t > \dfrac{\ln 2}{0{,}5}$. Sur $[0 ; +\infty[$, y admet un maximum en $t_M = \ln 4$ égal à 0,25.
3°)	Pour tout $t \geq 0$: $z'(t) = e^{-0{,}5 t} - e^{-t} = e^{-t}(e^{0{,}5 t} - 1)$. $e^{-t} > 0$ donc $z'(t) = 0$ si $0{,}5\, t = 0$ soit $t = 0$, $z'(t) > 0$ si $0{,}5\, t > 0$ soit $t > 0$. z est donc strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} z(t) = 1$.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Exercice 2 (11 points)

Partie A

1°)

Expériences	Moyenne	X_1	X_2	X_3	Passage du courant
1	1	-1	-1	-1	15 %
2	1	1	-1	-1	9 %
3	1	-1	1	-1	61 %
4	1	1	1	-1	49 %
5	1	-1	-1	1	17 %
6	1	1	-1	1	11 %
7	1	-1	1	1	64 %
8	1	1	1	1	54 %

2°) $\hat{a}_0 = 35\ \%$ $\hat{a}_1 = -4{,}25\ \%$ $\hat{a}_2 = 22\ \%$ $\hat{a}_3 = 1{,}5\ \%$

$Y = 0{,}35 - 0{,}0425\, X_1 + 0{,}22\, X_2 + 0{,}015\, X_3 + \varepsilon.$

3°)

X_1	-1	1
Y_{moyen}	39,25 %	30,75 %

X_2	-1	1
Y_{moyen}	13 %	57 %

4°) D'après la question précédente, Y est maximum pour $X_1 = -1$ et $X_2 = 1$. L'effet du facteur X_3 étant positif, il faudrait choisir $X_3 = 1$.
On conseille donc au technicien de choisir une dilution de 10 %, une température de 80° C et une surface de 10 cm².

Partie B

1°) $P(X \geq 30) = 0{,}5$ puisque 30 est la moyenne de X.

2°) La variable aléatoire $T = \dfrac{X - 30}{2}$ suit la loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 1. Donc :
$P(28 \leq X \leq 32) = P(-1 \leq T \leq 1) = 2\Pi(1) - 1 \approx 0{,}683.$

3°) $P_{X \geq 30}(X \geq 35) = \dfrac{P(X \geq 35)}{P(X \geq 30)} = \dfrac{P(T \geq 2{,}5)}{0{,}5} = \dfrac{1 - \Pi(2{,}5)}{0{,}5} \approx 0{,}012.$

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Partie C	
1°) a)	En cm^2 : $\bar{x} = 5{,}03$; $\sigma_e = 0{,}16$.
b)	$\bar{x} = 5{,}03$ est une estimation ponctuelle de μ.
2°) a)	Un intervalle de confiance de μ avec un coefficient de confiance de 95 % est $[\bar{x} - t\,\frac{0{,}18}{\sqrt{10}} ;\ \bar{x} + t\,\frac{0{,}18}{\sqrt{10}}]$ où t est le réel tel que $P(-t \leq T \leq t) = 0{,}95$, c'est-à-dire tel que $2\Pi(t) - 1 = 0{,}95$, soit $\Pi(t) = 0{,}975$. Il vient : $t \approx 1{,}96$. D'où l'intervalle de confiance : [4,92 ; 5,14].
b)	La moyenne μ n'appartient pas nécessairement à cet intervalle. On peut simplement dire que la probabilité d'avoir un échantillon de 10 électrodes tel que μ soit dans [4,92 ; 5,14], est égale à 0,95.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé