CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Eléments de correction : BTS Géomètre Topographe GTMAT

Toutes les solutions possibles ne sont pas signalées.

Les compétences sont à prendre en compte.

Exercice 1 : 9 points	**Points**	**Détails**
Partie A).	**2**	
Compétence visée : traduire une propriété analytique par une isométrie		
1. Pour tout t de **R** $\begin{cases} x(t+2\pi)=x(t)+2\pi \\ y(t+2\pi)=y(t) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{\mathrm{M_t M_{t+2\pi}}}=2\pi\vec{\mathrm{i}}$. On déduit M_t de $M_{t+2\pi}$ par une translation de vecteur $2\pi\vec{i}$ La courbe C est invariante par translation de vecteur $2\pi\vec{i}$	**0,75**	0,5 0,25
2 Pour tout t de **R** $\begin{cases} x(-t)=-x(t) \\ y(-t)=y(t) \end{cases} \Rightarrow M_t$ et M_{-t} sont symétriques /(yy') La courbe C est invariante par symétrie orthogonale par rapport à l'axe (yy')	**0,75**	0,5 0,25
3. C_J la courbe obtenue sur $J=[0\,;\pi]$. Si $t\in J$, $-t\in[-\pi\,;0]$ et $C_{[-\pi;\,0]}$ est la courbe symétrique /(yy') de C_J. On obtient la courbe pour $t\in[-\pi\,;\pi]$.	**0,25**	
4. . Obtention de la courbe C à partit de la courbe C_J	**0,25**	
Partie B)		
1. a) $x'(t)=1-\sqrt{2}\cos(t)$. Sur $[0\,;\pi]\begin{cases} x'(t)=0 \Leftrightarrow \cos(t)=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow t=\dfrac{\pi}{4} \\ x'(t)\geq 0 \Leftrightarrow \cos(t)\leq\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow t\in\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right] \\ \textit{avec}\text{ explication} \end{cases}$ Et $x'(t)\leq 0$ sur $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$	**1**	
1. b) $y'(t)=-\sin t$. Or $\sin(t)\geq 0$ sur $[0\,;\pi]$ donc $y'(t)\leq 0$ sur $[0\,;\pi]$ avec $\sin(0)=\sin(\pi)=0$.	**0,5**	

1. c) **1,5**

t	0		$\frac{\pi}{4}$		π
$x'(t)$	$1-\sqrt{2}$	-	0	+	$1+\sqrt{2}$
$x(t)$	0	$\searrow$	$\frac{\pi}{4}-1$	$\nearrow$	π
$y(t)$	1	$\searrow$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\searrow$	-1
$y'(t)$	0	-	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-	0

2. a) C_J admet une tangente parallèle à (xx)' en M_t tq $x'(t) \neq 0$ et $y'(t) = 0$ donc aux points M_0 (0 ; 1) et M_π (π; -1) **1** 0,5

C_J admet une tangente parallèle à (yy') en M_t tel que $x'(t) = 0$ et $y'(t) \neq 0$ donc au point $M_{\frac{\pi}{4}}(\frac{\pi}{4}-1;\frac{1}{\sqrt{2}})$ 0,5

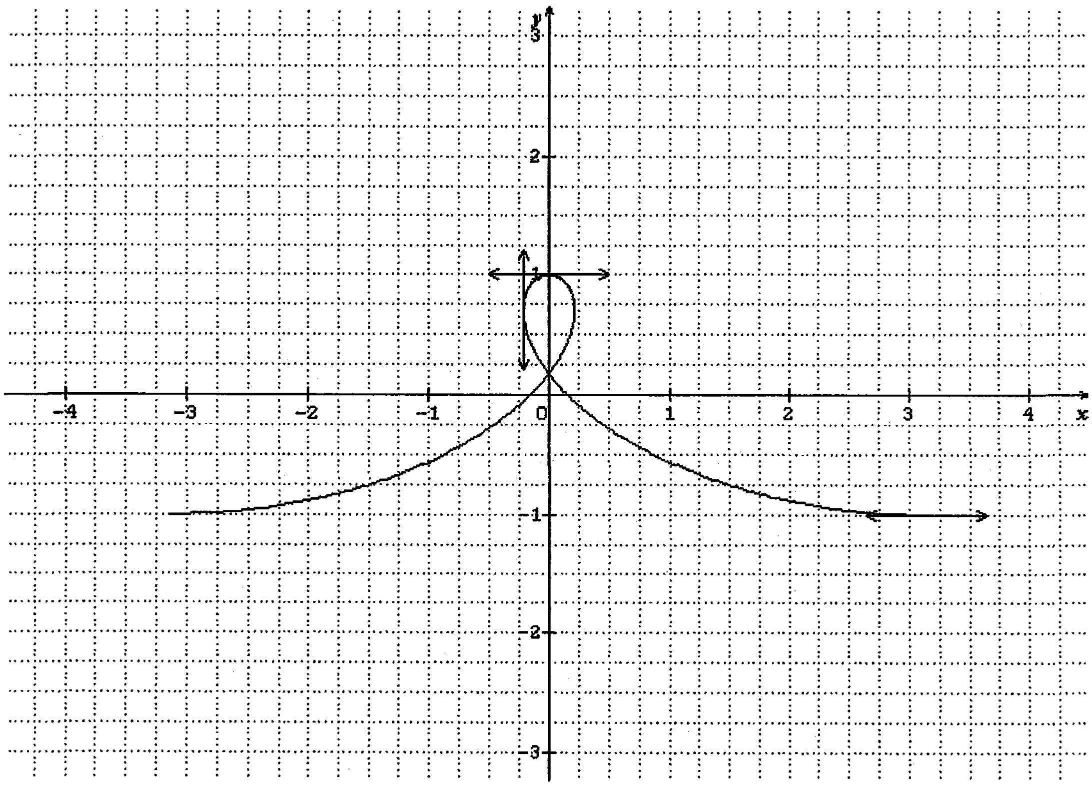
2. b) C_J coupe(xx') en t, $t \in J$ tel que $y(t) = 0 \Leftrightarrow \cos(t) = 0$, $t \in J \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2}$ donc en $M_{\frac{\pi}{2}}(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2};0)$ **0,5**

3.a) **1**

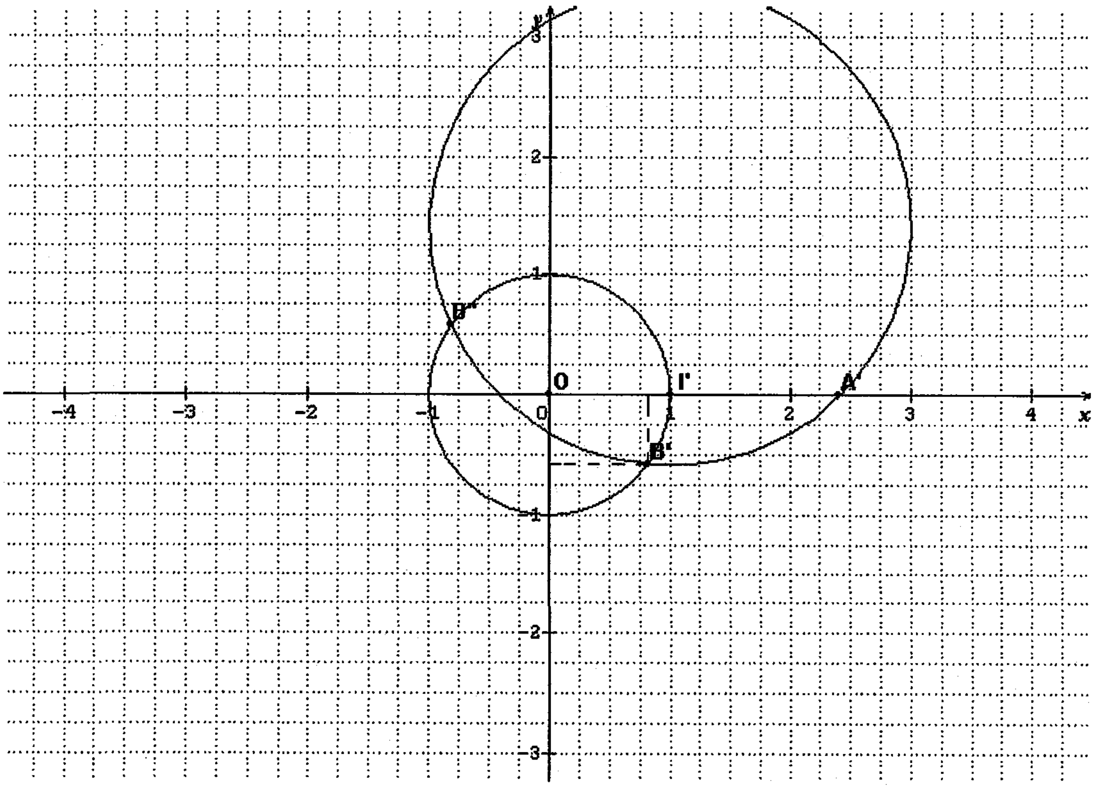
t	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$x(t)$	0	-0 ,21	-0,18	0,16	3,14
$y(t)$	1	0,71	0,18	0	-1

3. **b)** Tracé : C_J courbe et tangentes **1,5** 1
4. **c)** Esquisse de C sur [-π ; 0] 0,5

Exercice 2 . 11 points.	Points	Détails
Compétence visée : Maîtriser la géométrie et la trigonométrie sphériques		
Partie A	4,5	
1). $\hat{I} = \frac{\pi}{2}$ car le plan OIA d'équation y= 0 , est perpendiculaire au plan OIB , plan d'équation z =0 .et b = $\lvert\varphi_A - \varphi_I\rvert = \frac{\pi}{4}$.	**1,5**	0,75 0,75
2). $\cos(\hat{B}) = -\cos(\hat{A})\cos(\hat{I}) + \sin(\hat{A})\sin(\hat{I})\cos(b) = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{B} = \frac{\pi}{3}$	**1**	
3.) $\cos(\hat{A}) = -\cos(\hat{B})\cos(\hat{I}) + \sin(\hat{B})\sin(\hat{I})\cos(a)$ donc $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(a) \Rightarrow \cos(a) = \sqrt{\frac{2}{3}}$	**0,75**	0,75
4). On vient de voir que $\cos(a) = \sqrt{\frac{2}{3}}$ Donc $\sin^2(a)=1/9$. Au vu de la position de B (lecture acceptée) et comme B a une longitude négative : $B(\sqrt{\frac{2}{3}};-\sqrt{\frac{1}{3}};0)$	**1,25**	0,75 0,5
Partie B	6,5	
1.a)A $(\sqrt{\frac{1}{2}};0;-\sqrt{\frac{1}{2}})$	**0,5**	
1.b) $\overrightarrow{SN}(0;0;2) \Rightarrow SN^2 = 4 \Rightarrow \overrightarrow{SN'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SN} \Rightarrow N' = O$	**0,5**	
c) $S \in \Sigma \Rightarrow \mathcal{T}(\Sigma)$ est un plan perpendiculaire à (OS) passant par N' donc par O donc Σ' est le plan Π d'équation z = 0.	**0,5**	
d) Γ est le cercle de centre O et d'axe Oz de Σ . SOM est donc rectangle en O pour tout point M de Γ. $\forall M \in \Gamma\ SM^2 = SO^2 + OM^2 = 2 \Rightarrow \forall M \in \Gamma\ \overrightarrow{SM'} = \overrightarrow{SM}$ $\Rightarrow \forall M \in \Gamma\ \mathcal{T}(M)=M$ et Γ invariant point par point par $\mathcal{T}$	**1** **1**	
2) $\overrightarrow{SA}(\sqrt{\frac{1}{2}};0;-\sqrt{\frac{1}{2}}+1) \Rightarrow SA^2 = 2-\sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{SA'} = (1/(\sqrt{2}-1);0;1) \Rightarrow A'(\sqrt{2}+1;0;0)$ $A' \in (x'x)$	**1**	
3) Γ_1 le grand cercle passant par I et A ; il est un méridien et passe donc par S. Son image est donc une droite et comme l'image de N est le point O et A' l'image de A; Γ_1'est donc la droite OA' c'est à dire (*xx'*) .	**1**	
4)Γ_2 le grand cercle passant par B et A . A et B ne sont pas sur un même méridien (B au nord ouest de A, ou A et B n'ont pas la même longitude) . Γ_2 ne passe donc pas par S, ni par N. Γ_2' est donc un cercle du plan Π ; image de la sphère.	**0,5**	
5). Tout ébauche de recherche de solution sera évaluée positivement	**0,5**	



y
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
x



y
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
x
O
I'
A'
B'
B''