CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Session 2010

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

SOUS EPREUVE : MATHEMATIQUES

GROUPEMENT D

Durée : 2 heures

Spécialité	Coefficient
Analyses de biologie médicale	1
Bio analyses et contrôles	1,5
Biotechnologie	1,5
Hygiène-propreté-environnement	2
Industries plastiques-europlastic-à référentiel commun européen	2
Métiers de l'eau	1,5
Peintures, encres et adhésifs	2
Qualité dans les industries alimentaires et les bio-industries	2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Ce corrigé comporte 3 pages (y compris celle-ci)

ELEMENTS DE REPONSE
PROPOSITION DE BAREME

EXERCICE 1 (10 points)

Partie A (2,5 points)

1. $y(t) = ke^{-2t}$ **0,5 point**

2. Calcul de $h'(t) = 2e^{-2t} - 4te^{-2t}$ puis calcul prouvant que h solution de (E). **1 point**

3. $y(t) = ke^{-2t} + 2te^{-2t}$ **0,5 point**

4. $k = 1$ puis $f(t) = e^{-2t} + 2te^{-2t}$ **0,5 point**

Partie B (5,5 points)

1. $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 0$. (Résultat et un minimum de justification attendus) **1 point**

L'axe des abscisses est asymptote à C. **0,5 point**

2. a. Calcul de $f'(t)$. Au moins une étape de calcul est attendue. **1 point**

2. b. Justification du signe négatif de $f'(t)$. **0,5 point**

Tableau de variations : **0,5 point**

t	0		$+\infty$
$f'(t)$	0	$-$	
f	1	$\searrow$	0

3 .a. **1 point**

Pénalité globale de 0,25 à partir de deux erreurs d'arrondi.

x	0	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$	1	0,74	0,41	0,20	0,09	0,02

3.b. Placement précis des points correspondant aux valeurs calculées au a. et tracé correct (lissé) de la courbe. **1 point**

Partie C (2 point)

1. a. $g(1) = 1 - f(1) \approx 0,59$ **0,25 point**

1. b. $g(2) = 1 - f(2) \approx 0,91$ **0,25 point**

2. a. Ecritures prouvant que $g(t) \geq 0,75$ équivaut à $f(t) \leq 0,25$. **0,5 point**

2. b. Durée d'utilisation d'environ 1,3 heure. (Traces de détermination graphique et réponse attendues) **1 point**

EXERCICE 2 (10 points)

Partie A (2 points)

$P(59{,}93 \leq X \leq 60{,}07) \approx 0{,}98$. **2 points**

Partie B (3 points)

1. $P(E_1 \cap E_2) = 0{,}0002$ en citant l'indépendance. **1 point**

2.a. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$, $P(E_1 \cup E_2) = 0{,}0298$. **1 point**

2.b. $P(\overline{E_1 \cup E_2}) = 1 - P(E_1 \cup E_2) = 0{,}9702$. **1 point**

Partie C (3,5 points)

1. Y suit la loi binomiale de paramètres 50 et 0,02. **0,5 point**

2. $P(Y = 1) = \binom{50}{1} (0{,}02)\,(0{,}98)^{49} \approx 0{,}37$. **1 point**

3.a. $\lambda = 50 \times 0{,}02 \quad \lambda = 1$. **0,5 point**

3.b. $P(Y_1 \leq 3) = P(Y_1 = 0) + P(Y_1 = 1) + P(Y_1 = 2) + P(Y_1 = 3)$,
$P(Y_1 \leq 3) \approx 0{,}981$ (d'après la table du formulaire)
$P(Y \leq 3) \approx 0{,}98$. **1,5 point**

Partie D (1,5 point)

$\bar{x} = 119{,}88$.

$P(\bar{x} - k \leq \overline{C} \leq \bar{x} + k) = 0{,}95$ donne $\Pi(\frac{k\sqrt{50}}{0{,}06}) = 0{,}975 \approx \Pi(1{,}96)$ cf la table de la loi normale.

D'où $k \approx 0{,}016 \approx 0{,}02$.

$I = [a\,;\,b]$, avec $a \approx 119{,}86$ et $b \approx 119{,}90$, est un intervalle de confiance de la moyenne μ des contenances des récipients avec un coefficient de confiance supérieur ou égal à 95%.

1,5 point

NB : Le choix de l'arrondi est cohérent avec la condition imposée au coefficient de confiance.