



**Ce document a été numérisé par le CRDP de Bordeaux pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.**

**Campagne 2010**

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

**SESSION 2010**

**Épreuve de mathématiques**

**GROUPEMENT F**

**CODE : MATGRF**

**Durée : 1,5 heure**

<b>SPECIALITE</b>	<b>COEFFICIENT</b>
<b>DESIGN DE COMMUNICATION ESPACE ET VOLUME</b>	<b>1,5</b>
<b>DESIGN D'ESPACE</b>	<b>1,5</b>
<b>DESIGN DE PRODUIT</b>	<b>1,5</b>

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.  
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.

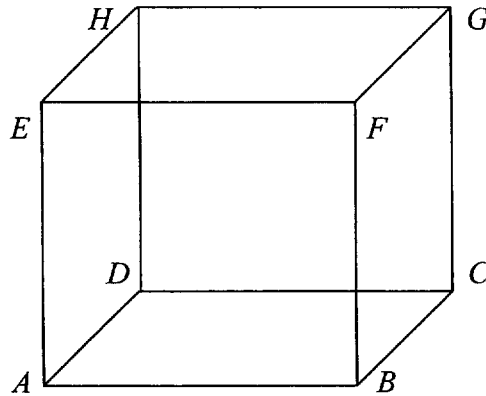
Le formulaire de mathématiques est joint au sujet.

Une feuille de papier millimétré est fournie.

<b>GROUPEMENT F DES BTS</b>	<b>SESSION 2010</b>
<b>Mathématiques</b>	<b>MAT GRF</b>
<b>Durée : 1 H 30</b>	<b>Page : 1/3</b>

**EXERCICE 1** (7 points)

Le solide représenté sur la figure est un cube de côté 3 cm.



1. On désigne par  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .

*Dans cet exercice, on admet que les droites  $(HD)$  et  $(DI)$  sont perpendiculaires.*

a) Justifier que  $AH = 3\sqrt{2}$ ,  $IA = \frac{3\sqrt{5}}{2}$  et  $HI = \frac{9}{2}$ .

b) Démontrer que  $\cos \widehat{HIA} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

c) En déduire la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{HIA}$ . Arrondir à  $10^{-1}$ .

2. a) On désigne par  $V$  le volume de la pyramide  $HAID$ . Montrer que  $V = \frac{9}{2}$ .

*On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par  $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$  où  $\mathcal{B}$  est l'aire de la base et  $h$  la hauteur de la pyramide.*

b) Dans cette question, on admet que  $\sin \widehat{HIA} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ .

***Ce résultat n'a pas à être démontré.***

En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle  $HIA$ .

c) Déduire de ce qui précède la valeur exacte de la distance du point  $D$  au plan défini par le triangle  $HIA$ .

GROUPEMENT F DES BTS	SESSION 2010
Mathématiques	MAT GRF
Durée : 1 H 30	Page : 2/3

**EXERCICE 2** (13 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 2 cm, on considère les points :  $P_0(0, 3)$  ;  $P_1(0, 7)$  et  $P_2(5, 3)$ .

La courbe de Bézier  $\mathcal{E}_1$  définie par ces points de contrôle est l'ensemble des points  $M_1(t)$  tels que pour tout  $t$  de l'intervalle  $[0, 1]$  :

$$\overrightarrow{OM_1}(t) = (1-t)^2 \overrightarrow{OP_0} + 2t(1-t) \overrightarrow{OP_1} + t^2 \overrightarrow{OP_2} .$$

1. Démontrer que les coordonnées  $x_1$  et  $y_1$  des points  $M_1(t)$  de cette courbe ont pour expression

$$x_1 = f_1(t) = 5t^2 \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = -8t^2 + 8t + 3.$$

2. Étudier les variations des fonctions  $f_1$  et  $g_1$ , définies sur  $[0, 1]$  par  $f_1(t) = 5t^2$  et  $g_1(t) = -8t^2 + 8t + 3$ . Rassembler les résultats dans un tableau unique.

3. a) Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{E}_1$  en chacun des points  $P_0$ , (obtenu pour  $t = 0$ ),  $M_1(1/2)$  et  $P_2$  (obtenu pour  $t = 1$ ). Sur une feuille de papier millimétré, placer ces points dans le repère défini ci-dessus et tracer les tangentes à la courbe  $\mathcal{E}_1$  correspondantes.

b) Tracer la courbe  $\mathcal{E}_1$ .

4. On considère maintenant les points de contrôle :

$$P_0(0, 3) ; P_3(0, -1) ; P_4(10, -1) \text{ et } P_2(5, 3).$$

On admet que la courbe de Bézier  $\mathcal{E}_2$  définie par ces quatre points est l'ensemble des points  $M_2(t)$  de coordonnées

$$x_2 = f_2(t) = 30t^2 - 25t^3 \quad \text{et} \quad y_2 = g_2(t) = 12t^2 - 12t + 3 ,$$

où  $t$  appartient à l'intervalle  $[0, 1]$ .

Le tableau des variations conjointes des fonctions  $f_2$  et  $g_2$ , définies sur  $[0, 1]$  par  $f_2(t) = 30t^2 - 25t^3$  et  $g_2(t) = 12t^2 - 12t + 3$  est le suivant :

$t$	0	0,5	0,8	1			
$f_2'(t)$	0	+	11,25	+	0	-	-15
$f_2(t)$	0				5		
$g_2'(t)$	-12	-	0	+	12		
$g_2(t)$	3				3		

Montrer que les courbes  $\mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2$  ont la même tangente aux points  $P_0$  et  $P_2$ .

5. Dans cette question, tous les tracés sont à effectuer sur la figure du 3. .

a) Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe  $\mathcal{E}_2$  au point  $M_2(1/2)$ . Placer le point  $M_2(1/2)$ .

b) Tracer la courbe  $\mathcal{E}_2$ .

GROUPEMENT F DES BTS	SESSION 2010
Mathématiques	MAT GRF
Durée : 1 H 30	Page : 3/3

# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

---

## **B.T.S. : groupement E**

ART CERAMIQUE

---

## **B.T.S. : groupement F**

**DESIGN DE COMMUNICATION ESPACE ET  
VOLUME**

**DESIGN D'ESPACE**

**DESIGN DE PRODUIT**

### A. Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

### B. Dérivées et primitives

#### 1. Dérivées et primitives de fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
$x^n$	$n x^{n-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$e^x$	$e^x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$

#### 2. Opérations sur les dérivées

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

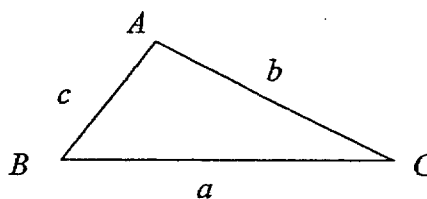
### C. Formules dans un triangle quelconque

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$\text{L'aire } \mathcal{A} \text{ du triangle ABC est donnée par : } \mathcal{A} = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A}$$



### D. Distance de deux points

Dans un plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , si A a pour coordonnées  $(x_A, y_A)$

et si B a pour coordonnées  $(x_B, y_B)$ , alors  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ .