Baccalauréats Professionnels

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

Épreuve E1 - Scientifique et Technique

Sous-Épreuve U12 - Mathématiques et Sciences physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat. Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 7 pages dont :

1 page de garde (p 1/7)
2 pages de Mathématiques (p 2/7, 3/7)
1 page de Sciences (p 4/7)
2 pages annexes **à rendre avec la copie** (p 5/7 et 6/7)
1 page de formulaire de Mathématiques (p 7/7)

Barème :

Mathématiques : (15 points)

Exercice 1 : 12 points

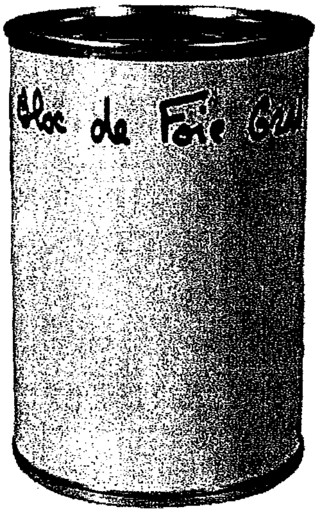
Exercice 2 : 3 points

Sciences Physiques : (5 points)

Exercice 3 : 5 points

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (12 points)



Suite à une demande de producteurs de foie gras, un industriel souhaite fabriquer des boites cylindriques de volume 1000 cm^3.

L'industriel fait appel à un bureau d'étude pour concevoir ces boîtes.
Dans un premier temps le bureau d'étude s'intéresse à la surface de tôle nécessaire à la réalisation des boîtes, en faisant l'hypothèse que leur rayon est compris entre 3 et 8 cm.

1$^{\text{ère}}$ partie :

1. **Étude d'une boîte cylindrique de rayon R = 6 cm et de hauteur h = 8 cm**

   a) Calculer, en cm^3, le volume V de la boîte. Arrondir à l'unité.

   b) Calculer, en cm^2, la surface totale S de la boîte. Arrondir le résultat à l'unité.
   Rappel : Surface totale = surface latérale + surface des bases.

2. **Étude des boîtes cylindriques de volume V = 1000 cm^3.**

   On note R le rayon d'une telle boîte, h sa hauteur et S sa surface totale. R et h sont exprimés en cm, S en cm².

   a) Sachant que $V = \pi R^2 h$, exprimer la hauteur h en fonction du rayon R.

   b) Montrer que la surface totale S s'exprime en fonction de R par :

$$S = 2\pi R^2 + \frac{2000}{R}.$$

2$^{\text{ème}}$ partie : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [3 ; 8] par $f(x) = 2\pi x^2 + \dfrac{2000}{x}$.

1. Déterminer $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de la fonction f.

2. On admet que $f'(x)$ est du même signe que $(x - x_0)$, avec $x_0 \approx 5{,}4$.
   Compléter le tableau de variations de la fonction f donné en **annexe 1 (Page 5)**. On fera apparaître dans le tableau les valeurs extrêmes de f.

3. Compléter le tableau de valeurs de la fonction *f* donné en **annexe 1**. Arrondir à l'unité.

4. Tracer la représentation graphique de la fonction *f* dans le repère de **l'annexe 2 (Page 6)**.

3ème partie : Exploitation

Avec les notations des parties précédentes, on a S = *f* (R)

Après avoir reçu l'étude, l'industriel souhaite, pour des raisons de conditionnement, que la boîte ait une surface de 570 cm².

1. Déterminer graphiquement les valeurs des rayons possibles. Laisser les traits de construction apparents sur **l'annexe 2**.

2. Sachant que la boîte doit également être la plus haute possible, quel doit être son rayon ?

3. Calculer la hauteur *h* correspondante. Arrondir le résultat au dixième.

EXERCICE 2 : (3 points)

Une boîte convenablement remplie contient 800 g de foie gras.

Le producteur utilise pour remplir les boîtes une machine qui effectue automatiquement cette tâche.

Souhaitant vérifier le réglage de la machine, le producteur réalise une étude statistique sur la masse de foie gras contenue dans les boîtes. L'échantillon étudié est de 100 boîtes. La balance est tarée sur la masse d'une boîte vide.

Les résultats des pesées sont consignés dans le tableau suivant.

Masse (g)	[792 ; 796[	[796 ; 800[	[800 ; 804[	[804 ; 808[	[808 ; 812[	[812 ; 816[
Effectif	3	5	24	35	21	12

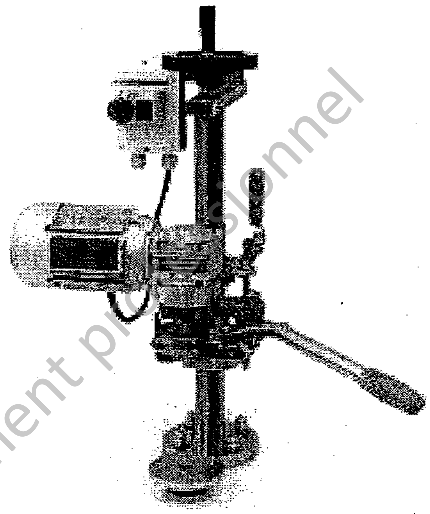
1. En supposant que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe, calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

2. Le producteur estime que la machine est bien réglée si l'écart-type est inférieur à 5g et si la moyenne est comprise entre 795 et 805g.

   La machine est-elle bien réglée ? Justifier par une phrase.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 : (5points)



Pour sertir les boîtes de foie gras, le producteur utilise une sertisseuse électrique manuelle spécialement conçue pour de petites unités de production. Elle permet de sertir de nombreuses conserves dans les tailles les plus courantes.

Cette sertisseuse est entraînée par un moteur asynchrone triphasé. Sur la plaque signalétique du moteur, on lit les indications suivantes :

U = 400V ; branchement étoile ; I= 1.1 A ; cosφ = 0,8

1. Calculer la puissance active Pa (arrondir au dixième).
2. Calculer la puissance apparente S (arrondir au dixième).
3. Sachant que le rendement du moteur est de 0,82, calculer la puissance utile Pu (arrondir au dixième).
4. Ce moteur tourne à 2800 $tr.min^{-1}$. Calculer le moment M de son couple moteur (arrondir au centième).
5. Afin d'évaluer les coûts de fabrication, calculer le prix à payer annuel sachant que le travail de sertissage a lieu 120 jours par an à raison de 6 heures par jour. Le prix du kilowattheure est de 0,10 €.

Formule : $P_a = UI\sqrt{3}\cos\varphi$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

$$P_u = M \times \omega$$

ANNEXE 1 (à remettre avec la copie)

EXERCICE 1 : 2ème partie, question 2. Tableau des variations de la fonction f

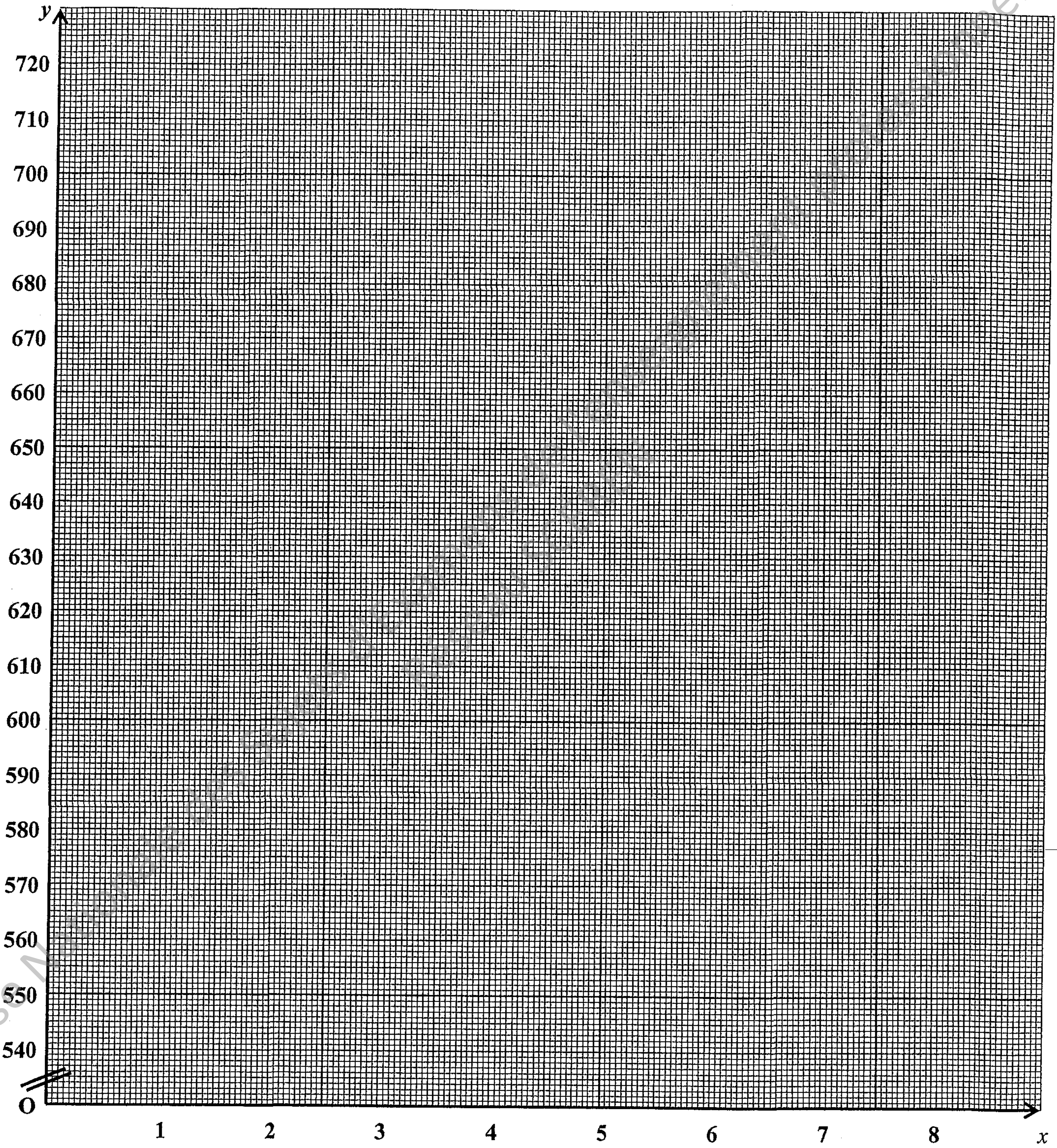
x	3	x_0	8
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

EXERCICE 1 : 2ème partie, question 3. Tableau de valeurs de la fonction f

x	3	4	4,5	5	5,5	6	7	8
$f(x)$	723		572			560		652

ANNEXE 2 (à remettre avec la copie)

<u>EXERCICE 1 :</u> 2ème partie, question 4. Représentation graphique de la fonction *f*



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL MATHÉMATIQUES

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

<u>Logarithme népérien : ln</u>

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

<u>Equation du second degré</u> $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

<u>Trigonométrie</u>

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

<u>Statistiques</u>

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

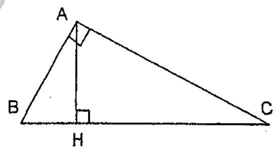
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

<u>Relations métriques dans le triangle rectangle</u>

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

<u>Résolution de triangle</u>

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

<u>Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace</u>

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$