



SERVICES CULTURE ÉDITIONS  
RESSOURCES POUR  
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Montpellier pour la  
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

## PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

**ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1**

**SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12**

**MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES**

**Ce sujet comporte 7 pages.**

**Les pages 6/7 et 7/7 sont à rendre avec la copie d'examen.**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

**L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.**

Baccalauréat Professionnel Pilotage de Systèmes de Production Automatisée-SUJET		
U12 : Mathématiques/Sciences Physiques	Coefficient 2	Durée 2 heures
Repère de l'épreuve : 1009 PSP ST B	Page 1 sur 7	

# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat – Bâtiment - Maintenance – Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial N° 11 du 15 juin 1995)

## Fonction f

$$\begin{aligned} f(x) \\ ax + b \\ x^2 \\ x^3 \\ \frac{1}{x} \\ u(x) + v(x) \\ a u(x) \end{aligned}$$

## Dérivée f'

$$\begin{aligned} f'(x) \\ a \\ 2x \\ 3x^2 \\ \frac{1}{x^2} \\ u'(x) + v'(x) \\ a u'(x) \end{aligned}$$

## Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

## Équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

## Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

## Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

## Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

## Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

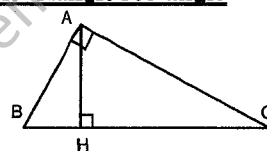
$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Écart type } \sigma = \sqrt{V}$$

## Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

## Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

## Aires dans le plan

$$\text{Triangle} : \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze} : \frac{1}{2} (B + b)h$$

$$\text{Disque} : \pi R^2$$

## Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

$$\text{Volume} : \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{Aire} : 4\pi R^2$$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

## Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad \vec{v} \perp \vec{v}'$$

Baccalauréat Professionnel Pilotage de Systèmes de Production Automatisée-SUJET

U12 : Mathématiques/Sciences Physiques

Coefficient 2

Durée 2 heures

Repère de l'épreuve : 1009 PSP ST B

Page 2 sur 7

## MATHÉMATIQUES (15 points)

### EXERCICE 1 : Ensachage du ciment (5 points)

Le conditionnement du ciment se fait en sacs de 50 kilogrammes (kg). Afin de contrôler la masse des sacs, on prélève au hasard des sacs sur une journée. A la fin de la journée, on obtient les résultats suivants :

Masse des sacs en kg	Nombre de sacs
[49,75 ; 49,85[	5
[49,85 ; 49,95[	17
[49,95 ; 50,05[	25
[50,05 ; 50,15[	36
[50,15 ; 50,25[	28
[50,25 ; 50,35[	21
[50,35 ; 50,45[	12
	144

On fait l'hypothèse que dans chaque classe, les masses sont réparties uniformément.

1. a) En affectant l'effectif de chaque classe au centre de la classe, calculer la masse moyenne des sacs  $\bar{x}$  en kg. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé. Arrondir le résultat au centième.  
b) Calculer l'écart type  $\sigma$ . Aucun calcul intermédiaire n'est exigé. Arrondir le résultat au centième.
2. Compléter, dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), la colonne des fréquences en pourcentage puis la colonne des fréquences cumulées croissantes en pourcentage. Arrondir les résultats au dixième.
3. Compléter dans le repère situé en annexe 1, le polygone des fréquences cumulées croissantes en pourcentage.
4. À l'aide du graphique, déterminer le pourcentage de sacs prélevés dont la masse se situe dans l'intervalle [49,8 ; 50,44].
5. L'ensachage est correct si les deux conditions suivantes sont remplies :
  - la moyenne  $\bar{x}$  est comprise entre 49,95 kg et 50,15 kg.
  - le pourcentage de sacs dont la masse en kg se situe dans l'intervalle [49,8 ; 50,44] est supérieur à 95 %.

La machine permettant l'ensachage du ciment nécessite-t-elle une opération de maintenance ?

Baccalauréat Professionnel Pilotage de Systèmes de Production Automatisée-SUJET		
U12 : Mathématiques/Sciences Physiques	Coefficient 2	Durée 2 heures
Repère de l'épreuve : 1009 PSP ST B		Page 3 sur 7

## **EXERCICE 2 : Résistance en compression d'un béton** (10 points)

La résistance en compression  $R$  d'un béton est donnée par la formule :

$$R = 270 \left( \frac{C}{E} - 0,5 \right)$$

$R$  est la résistance en compression en bar,

$C$  est la masse de ciment en kg,

$E$  est la masse d'eau en kg.

### **Partie A : Calculs**

- 1) Calculer la résistance en compression  $R$  d'un béton fabriqué avec 250 kg de ciment et 140 kg d'eau. Arrondir le résultat à l'unité.
- 2) Calculer la masse d'eau  $E$  à ajouter à 400 kg de ciment pour obtenir une résistance en compression de 500 bar. Arrondir le résultat à l'unité.

### **Partie B : Étude de fonction**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[270 ; 1\ 400]$  par :

$$f(x) = 270 \left( \frac{2\ 000}{x} - 0,5 \right).$$

- 1) Montrer que  $f(x)$  peut s'écrire sous la forme :  $f(x) = \frac{540\ 000}{x} - 135$ .
- 2) Déterminer  $f'(x)$  où  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
- 3) Donner le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[270 ; 1\ 400]$ .
- 4) En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[270 ; 1\ 400]$ .
- 5) Compléter le tableau de valeurs de  $f$  sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie). Arrondir les résultats à l'unité.
- 6) Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le repère de l'**annexe 2**.

### **Partie C : Exploitation**

On veut couler une dalle en béton dans une pièce. Cette dalle nécessite 2 000 kg de ciment.

- 1) Déterminer graphiquement la masse d'eau maximale à ajouter au ciment pour que la résistance en compression du béton obtenu soit au moins de 350 bar. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.
- 2) Retrouver ce résultat par le calcul. Arrondir le résultat à l'unité.

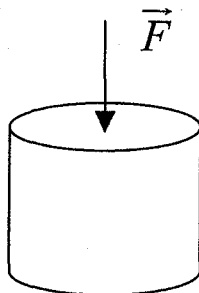
Baccalauréat Professionnel Pilotage de Systèmes de Production Automatisée-SUJET		
U12 : Mathématiques/Sciences Physiques	Coefficient 2	Durée 2 heures
Repère de l'épreuve : 1009 PSP ST B	Page 4 sur 7	

## SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

### EXERCICE 3 : (2 points)

La résistance en compression d'un béton se mesure en pascals, à l'aide d'éprouvettes cylindriques de 16 cm de diamètre fabriquées dans des moules en carton.

Vingt-huit jours après avoir rempli l'éprouvette, on mesure l'effort nécessaire pour casser l'éprouvette.



- 1) Calculer l'aire de la surface de la base d'une éprouvette cylindrique à 0,01 m<sup>2</sup> près.
- 2) Calculer, en newtons, la valeur de la force  $\vec{F}$  d'écrasement nécessaire pour obtenir la rupture d'une éprouvette remplie d'un béton soumis à une pression de  $3 \times 10^7$  Pa.

On donne :  $P = \frac{F}{S}$

### EXERCICE 4 : (3 points)

Un des moteurs électriques permettant le fonctionnement de la presse est un moteur asynchrone triphasé.

Le moteur triphasé a les caractéristiques suivantes :

**Tension:  $U = 380$  V**

**Vitesse:  $n = 1\,430$  tr / min**

**Intensité absorbée  $I = 1,8$  A**

**Paire de pôles :  $p = 2$**

**$f = 50$  Hz**

**Puissance utile  $P_u = 700$  W**

**facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$**

- 1) Calculer la fréquence de synchronisme en tours par seconde puis en tours par minute.
- 2) Calculer la puissance absorbée par le moteur. Arrondir au watt.
- 3) Calculer le rendement du moteur. Arrondir le résultat au centième.
- 4) Calculer le glissement en pourcentage. Arrondir le résultat à l'unité.
- 5) Calculer le moment  $M$  du couple moteur, à 0,01 N.m près.

#### **Formulaire :**

$$n_s = \frac{f}{p} \quad g = \frac{n_s - n}{n_s} \quad P_u = 2 \pi n M \quad P_a = UI\sqrt{3}\cos\varphi \quad \eta = \frac{P_u}{P_a}$$

Baccalauréat Professionnel Pilotage de Systèmes de Production Automatisée-SUJET		
U12 : Mathématiques/Sciences Physiques	Coefficient 2	Durée 2 heures
Repère de l'épreuve : 1009 PSP ST B		Page 5 sur 7

**ANNEXE 1**  
**(à rendre avec la copie)**

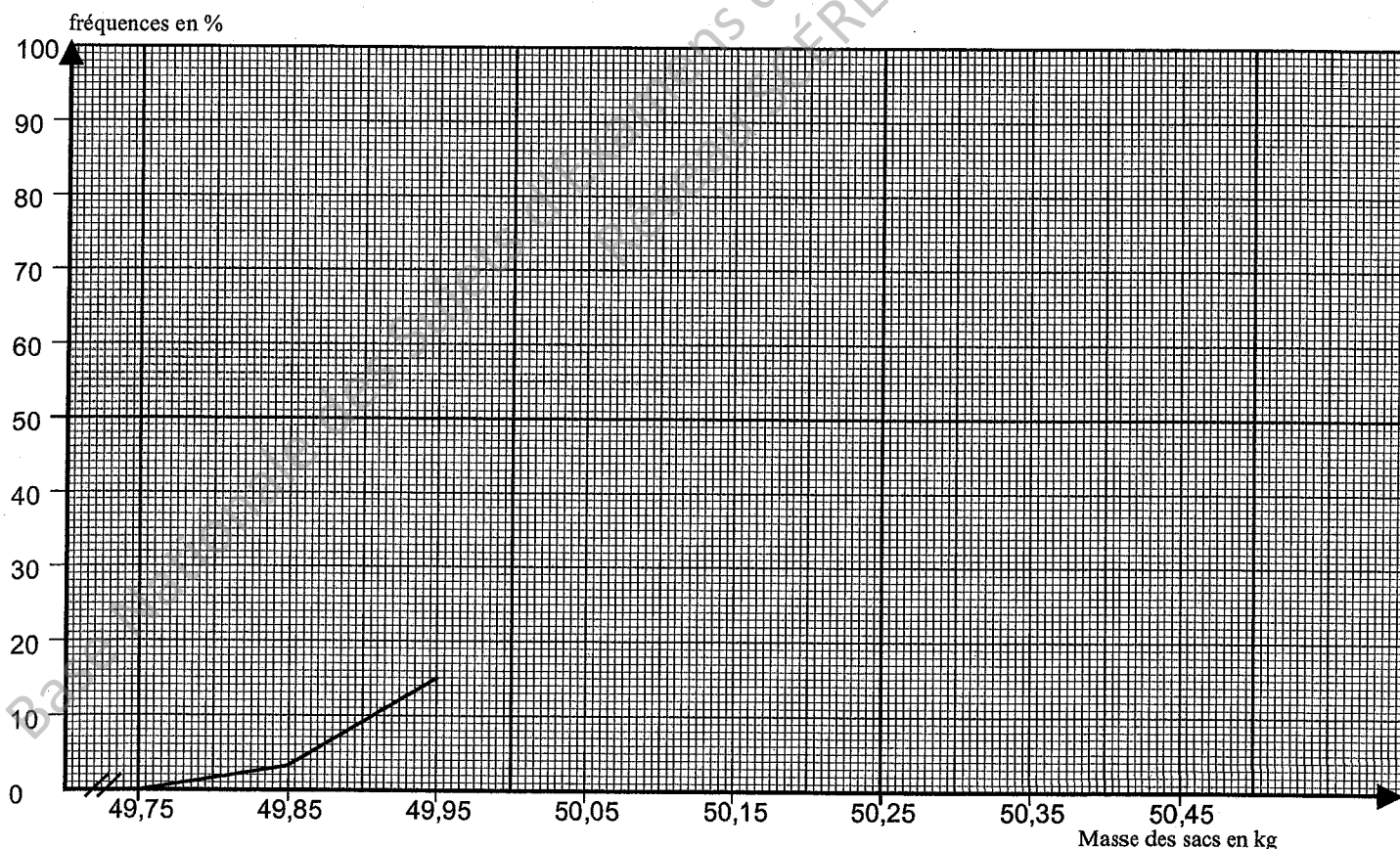
**Exercice 1 : Statistiques**

**Question 2 :**

Masse des sacs en kg	Nombre de sacs	Fréquence	Fréquences cumulées croissantes
[49,75 ; 49,85[	5	3,5 %	3,5 %
[49,85 ; 49,95[	17	11,8 %	15,3 %
[49,95 ; 50,05[	25		
[50,05 ; 50,15[	36		
[50,15 ; 50,25[	28		
[50,25 ; 50,35[	21		
[50,35 ; 50,45[	12		
	144		

**Question 3**

Polygone des fréquences cumulées croissantes



**ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)**

**EXERCICE 2 : Partie B**

**Question 5**

Tableau de valeurs

$x$	270	400	600	700	900	1 000	1 200	1 400
$f(x)$		1 215			465		315	

**Question 6**

Courbe

