10-06-CM-GM-22

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

CULTURES MARINES

SESSION 2010

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16.11.99)

ÉPREUVE E2 B2

MATHÉMATIQUES

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

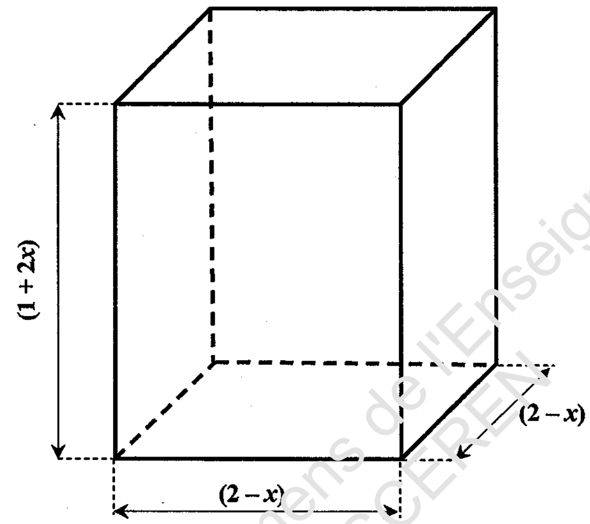
Durée : 1 H **Coefficient : 1**

MATHÉMATIQUES

(20 points)

EXERCICE 1 : (13 points)

Un établissement conchylicole doit fabriquer une cuve parallélépipédique à base carrée afin de récupérer ses eaux usées. Les dimensions de cette cuve doivent vérifier les contraintes ci-dessous. Les cotes sont données en mètre.



Partie A : (3 points) *Calcul de volume*

1. Calculer l'aire de la base et le volume de la cuve pour $x = 0,5$.

2. a) Exprimer l'aire A de la base de la cuve en fonction de x.
   b) Montrer que le volume V de la cuve, exprimé en fonction de x, est :

$$V = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4.$$

Partie B : (8 points) *Étude d'une fonction*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4.$$

Avec les notations précédentes, on a : $V = f(x)$.

1. a) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
   b) Vérifier que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f'(x) = 2(2 - x)(1 - 3x).$$

2. Sur l'intervalle $[0 ; 2]$, $f'(x)$ est du signe de $(1 - 3x)$.
   Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe à remettre avec la copie.**

3. Compléter le tableau de valeurs situé sur **l'annexe**. Arrondir les résultats au dixième.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de **l'annexe.**

Partie C : (2 points) *Exploitation d'un résultat*

1. Déterminer graphiquement la valeur de x pour que le volume de la cuve soit égal à 2,6 m^3.
   Laisser apparents les traits nécessaires à la lecture.

2. Pour quelle valeur de x le volume de la cuve est-il maximum ?
   Donner la valeur de ce volume maximum arrondie au centième.
   Calculer alors les dimensions de la cuve.

EXERCICE 2 : (7 points)

Une entreprise de transformation de produits de la mer stocke ses plats cuisinés dans une chambre froide.
Lorsque la chaîne du froid est rompue, le nombre de bactéries dans un plat cuisiné double toutes les vingt minutes.
Après une panne du circuit de refroidissement, on effectue une analyse bactériologique des produits toutes les 20 minutes.

Une première analyse, effectuée au moment de la rupture de la chaîne du froid, a révélé 15 bactéries dans ce type de préparation.

1. On note U_1 le nombre initial de bactéries.
   Calculer le nombre U_2 de bactéries présentes au bout de 20 min, le nombre U_3 de bactéries présentes au bout de 40 min et le nombre U_4 de bactéries présentes au bout de 60 min.

2. Justifier que U_1, U_2, U_3 et U_4 sont les quatre premiers termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison.

3. On appelle U_n la suite géométrique de premier terme $U_1 = 15$ et de raison q = 2. Exprimer U_n en fonction de n.

4. On effectue la 16ème analyse. Calculer U_{16}.
   Dans ce cas, déterminer depuis combien de temps la chaîne du froid a été rompue. Exprimer le résultat en heures.

ANNEXE MATHÉMATIQUES
(À remettre avec la copie)

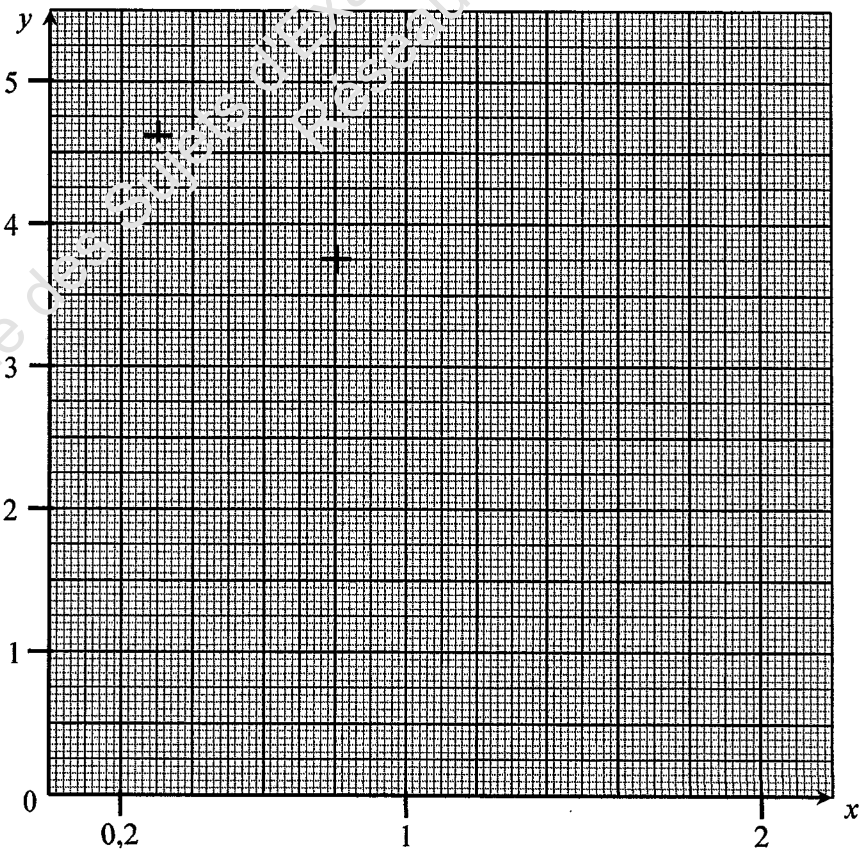
EXERCICE 1 : **Partie B, Question 2.** *Tableau de variation de f :*

x	0	…	2
Signe de $f'(x)$		0	0
Variations de f			

EXERCICE 1 : **Partie B, Question 3.** *Tableau de valeurs de f :*

x	0	0,20	0,50	1	1,25	1,50	1,75	2
$f(x)$		4,5		3	2		0,3	

EXERCICE 1 : **Partie B, Question 4.** *Représentation graphique de la fonction f :*



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur tertiaire
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes

V_n : valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_n = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes

V_0 : valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$$V_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

Logarithme népérien : ln

(uniquement pour les sections ayant l'alinéa 3 du II)

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$