BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Technicien Constructeur Bois

Technicien Menuisier Agenceur

Épreuve E1 – Épreuve Scientifique et Technique

Mathématiques - Sciences Physiques (E12)

DOSSIER SUJET

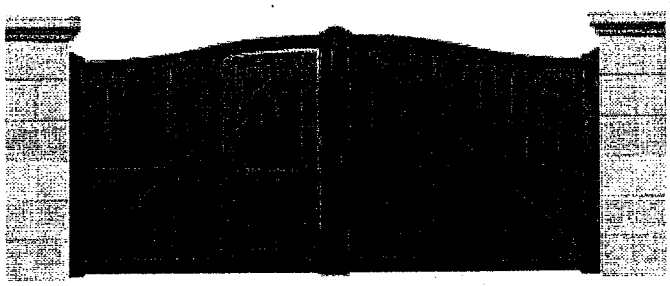
Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

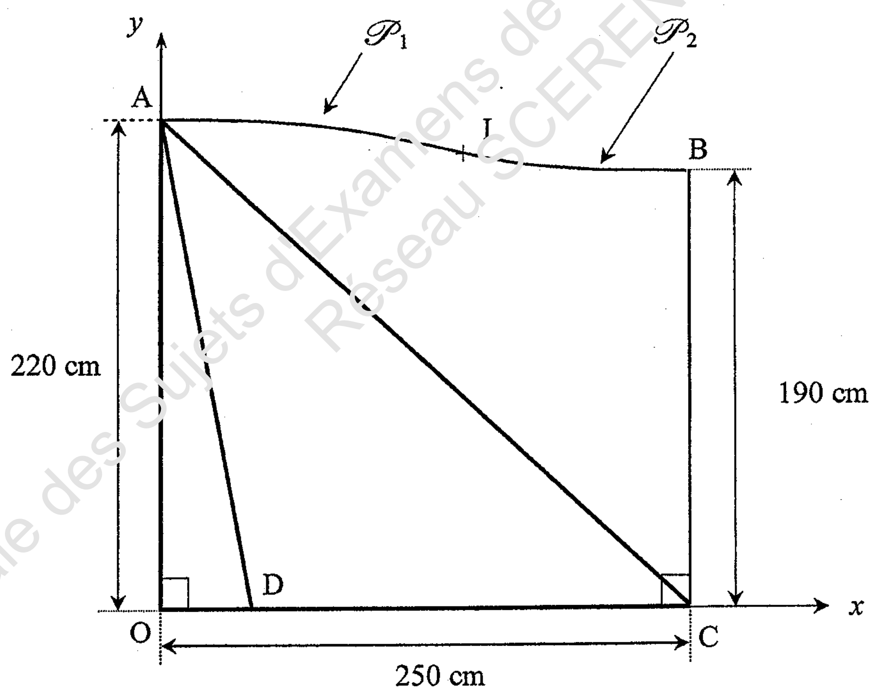
MATHÉMATIQUES (15 points)

Une entreprise fabrique des portails, sur mesure, en bois exotique.



L'objectif du problème consiste à étudier la réalisation d'un vantail avec les cotes proposées par un particulier.

L'esquisse du vantail droit du portail est représentée sur la figure suivante :



La figure n'est pas à l'échelle

Le bord supérieur de chaque vantail présente deux courbures différentes : les arcs $\overset{\frown}{AI}$ et $\overset{\frown}{IB}$ sont des arcs de parabole notés respectivement $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$. Les droites (OA) et (CB) sont parallèles entre elles et perpendiculaires à la droite (OC). L'écharpe AC est un renfort en bois et l'axe AD est en métal.

Les parties A et B sont liées. La partie C est indépendante.

Partie A : (6,5 points) **Étude de l'arc de parabole $\mathscr{P}_1$**

Dans le repère orthogonal d'axes (Ox) et (Oy) situé sur **l'annexe 1 page 6 / 8**, une équation de l'arc de parabole $\mathscr{P}_1$ est de la forme $y = ax^2 + b$ où a et b sont deux constantes à déterminer et où x appartient à l'intervalle [0 ; 150].

1. Le point A de l'arc $\mathscr{P}_1$ a pour coordonnées (0 ; 220), déterminer la valeur de b.

2. **a)** Placer le point I de coordonnées (150 ; 202) sur le papier millimétré de **l'annexe 1**.

   b) En écrivant que le point I appartient à l'arc $\mathscr{P}_1$, calculer la valeur du coefficient a.

On admet que l'arc de parabole $\mathscr{P}_1$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 150] par : $f(x) = -0{,}0008\,x^2 + 220$.

3. **a)** Compléter le tableau de valeurs de la fonction f situé sur **l'annexe 1.**

   b) Tracer sur le papier millimétré de **l'annexe 1** l'arc $\mathscr{P}_1$ sur l'intervalle [0 ; 150].

4. Le point J placé dans le repère de **l'annexe 1** a pour coordonnées (250 ; 178).
   On admet que la droite (IJ) est la tangente à l'arc de parabole $\mathscr{P}_1$ au point I.

   a) Tracer la droite (IJ) sur le papier millimétré de **l'annexe 1.**

   b) Montrer que cette droite a pour équation : $y = -0{,}24\,x + 238$.

Partie B : (5,5 points) **Étude de l'arc de parabole $\mathscr{P}_2$**

L'arc de parabole $\mathscr{P}_2$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle [150 ; 250] par : $g(x) = 0{,}0012\,x^2 - 0{,}6\,x + 265$

1. Vérifier que le point I appartient à l'arc de parabole $\mathscr{P}_2$.

2. **a)** Calculer $g'(x)$ où g' désigne la dérivée de la fonction g.

   b) Vérifier que le nombre dérivé au point d'abscisse 150 a pour valeur : $g'(150) = -0{,}24$.

   c) Que représente la droite (IJ) pour l'arc de parabole $\mathscr{P}_2$?

3. Un réglage sur machine numérique nécessite de connaître l'abscisse x_K du point K de l'arc $\mathscr{P}_2$ dont l'ordonnée est $y = 193$.

   a) Montrer que x vérifie l'équation : $0{,}0012\,x^2 - 0{,}6\,x + 72 = 0$.

   b) Résoudre, par le calcul, cette équation sur l'intervalle [150 ; 250].

   c) En déduire l'abscisse x_K du point K.

Partie C : (3 points) **Consolidation**

Afin de consolider le portail, il est nécessaire de déterminer la longueur de l'écharpe AC ainsi que la valeur de l'angle $\widehat{DAC}$ (voir la figure de la **page 2/8**).

On donne : AD = 225 cm, $\widehat{AOC} = 90°$.

1. Calculer la longueur AC de l'écharpe. Le résultat sera arrondi au cm.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont pour coordonnées respectives (45; – 220) et (250 ; – 220).

a) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AD} \bullet \overrightarrow{AC}$.

b) À l'aide de l'égalité $\overrightarrow{AD} \bullet \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AD}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos\widehat{DAC}$, calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAC}$ arrondie au degré.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Exercice 1 : (2 points) **Motorisation d'un portail**

Le client choisit de motoriser le portail. Le moteur utilisé pour manœuvrer chaque vantail est un moteur à courant alternatif monophasé. Les indications suivantes figurent sur la plaque signalétique :

230 V	Puissance utile : 0,32 kW
cos φ = 0,85	Rendement : 90 %

1. Calculer, au watt près, la puissance P absorbée par le moteur.

2. Calculer, à 0,1 ampère près, l'intensité I du courant électrique qui alimente le moteur.

3. L'installation est protégée à l'aide d'un fusible.

Parmi les ampérages suivant : 1,6 A ; 2,5 A ; 5 A et 6,3 A. indiquer le fusible le plus adapté.

On donne : $P = UI\cos\varphi$

$\eta = \dfrac{P_u}{P}$ η est le rendement du moteur et P_u la puissance utile.

Exercice 2 : (3 points) **Étude cinématique**

Une défonceuse électrique est utilisée pour la fabrication de certains éléments du portail.
La puissance mécanique de cette défonceuse est 3 kW lorsque la fraise tourne à 12 000 tr/min.

1. Montrer que la vitesse angulaire ω de la fraise, arrondie à l'unité, est 1 257 rad/s.

2. Calculer, à 0,01 N.m. près, le moment M du couple qui s'exerce sur l'axe de la défonceuse.

3. La courbe placée en **annexe 2 page 7 / 8** représente l'évolution de la fréquence de rotation n de la fraise en fonction du temps t.

a) Calculer, au rad/s² près, l'accélération angulaire α au cours de la **phase 1.**

b) Compléter le tableau de l'**annexe 2.**

On donne : $\omega = 2\pi n$ avec ω, vitesse de rotation en rad/s et n, fréquence de rotation en tr/s.

$P = \omega M$ avec P, puissance en W et M, moment du couple en N.m.

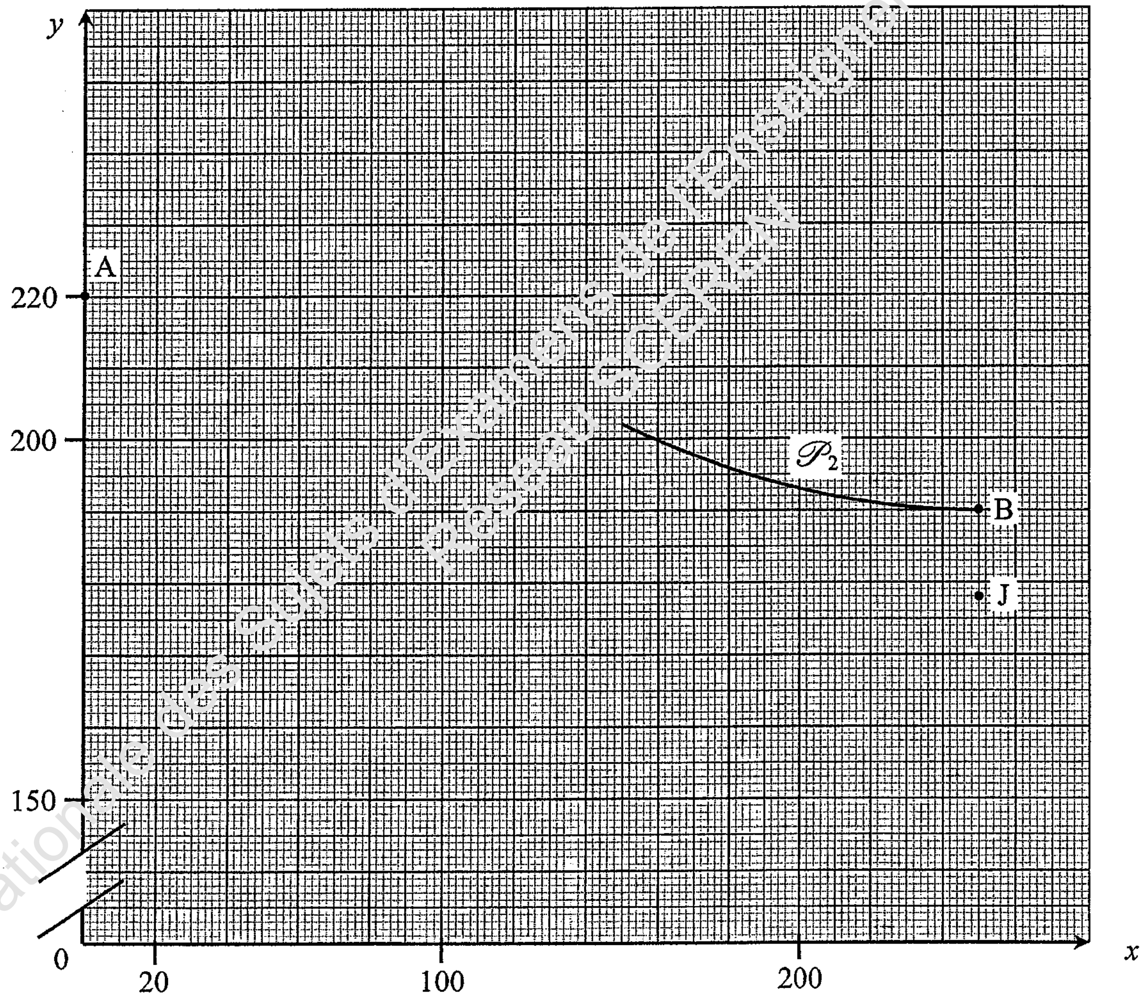
$\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (en rad/s²) avec $\Delta\omega = \omega_{\text{final}} - \omega_{\text{initial}}$ (en rad/s) et $\Delta t = t_{\text{final}} - t_{\text{initial}}$ (en s).

ANNEXE 1 - Mathématiques
(À remettre avec la copie)

Partie A question 3. a) **Tableau de valeurs de la fonction f**

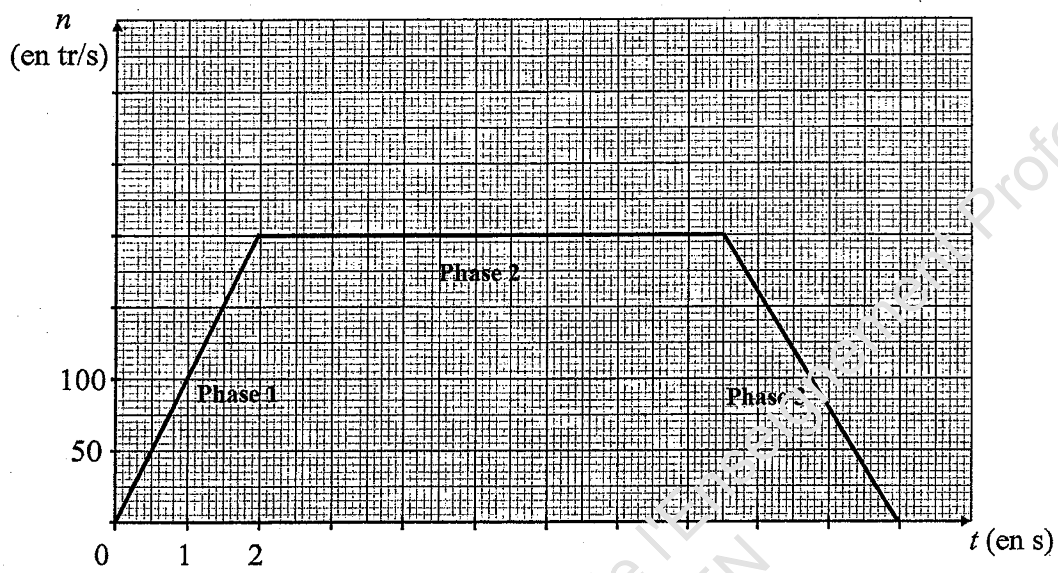
x	0	25	50	75	100	125	150
$f(x) = -0{,}0008\,x^2 + 220$	220			215,5	212		202

Partie A questions 2. a), 3. b) et 4. a) Représentations graphiques



ANNEXE 2 – Sciences Physiques
(À remettre avec la copie)

<u>Exercice 2</u> : Évolution de la fréquence de rotation *n* de la fraise en fonction du temps *t*



<u>Exercice 2</u> : question 3.b)

Dans le tableau ci-dessous, cocher les cases lorsque la réponse est exacte.

Mouvement de la fraise	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément accéléré	Mouvement circulaire uniformément décéléré	Pas de mouvement
Phase 1				
Phase 2				
Phase 3				

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

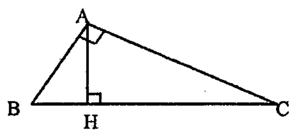
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

dans le plan	dans l'espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$