

BACCALURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE DE SYSTÈMES MÉCANIQUES AUTOMATISÉS

Option : Systèmes ferroviaires

- Session 2010 -

Épreuve E 1 Scientifique et Technique

*Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –
Mathématiques et Sciences Physiques*

Coefficient : 2

Durée : 2 heures

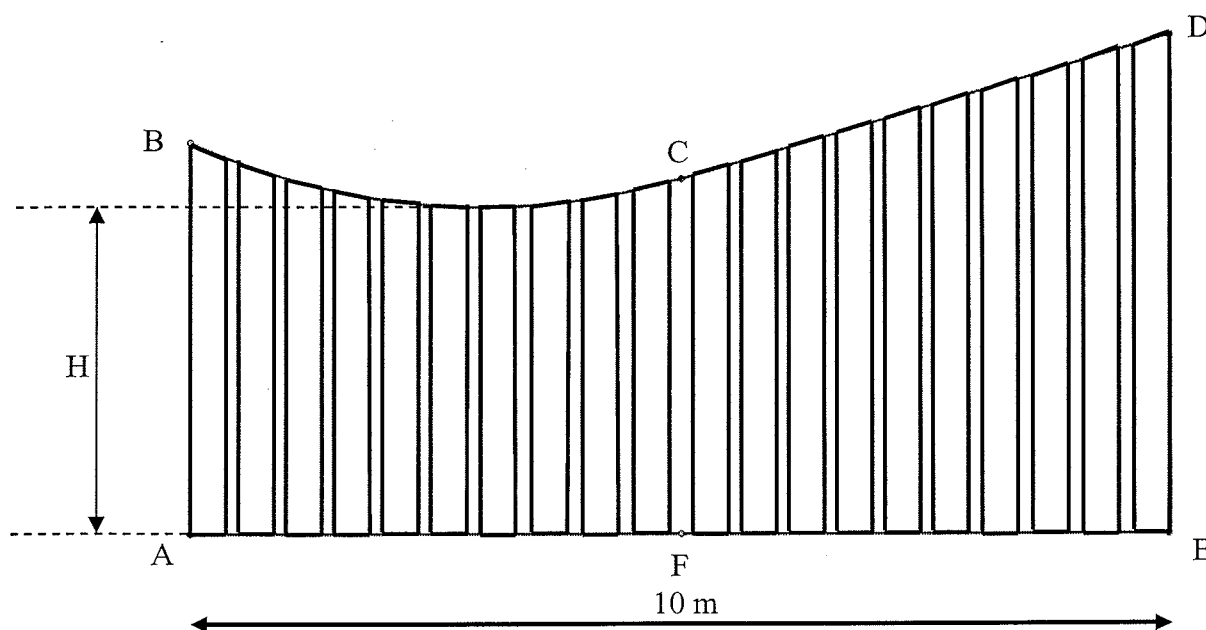
Remarque :

- * La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.
- * L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.
- * L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

MATHÉMATIQUES : (15 points)

Un portail industriel, constitué de lames, est représenté sur le schéma ci-dessous :

Schéma du portail.



Sur le schéma, les proportions ne sont pas respectées. On note H la hauteur minimale du portail. L'étude se compose de 3 parties :

- Exercice 1 : tracé du profil du portail.
- Exercice 2 : calcul de l'aire des lames du portail.
- Exercice 3 : étude de la largeur des lames.

EXERCICE 1 : 9 POINTS
Tracé du profil du portail

Sur l'**annexe 1** (à rendre avec la copie), on va tracer le profil du portail dans le repère $(Ox ; Oy)$ d'unité graphique 2 cm pour 1 m.

Les points B et C ont été placés dans ce repère.

1 - Étude de l'arc \widehat{BC}

Dans ce repère, l'arc \widehat{BC} est une partie de la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[-5 ; 0]$ par $f(x) = 0,04x^2 + 0,16x + 2$.

- 1.1 - Soit f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(x)$.
- 1.2 - Vérifier que $f'(-2) = 0$.
- 1.3 - Que peut-on en déduire pour la courbe, au point d'abscisse -2 ?
- 1.4 - Sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie), compléter le tableau de variation de la fonction f .
- 1.5 - Sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie), compléter le tableau de valeurs de la fonction f .
- 1.6 - Dans le repère de l'**annexe 1** (à rendre avec la copie), tracer la courbe représentative de la fonction f .
- 1.7 - Déduire, de l'étude précédente, la hauteur minimale du portail, notée H .

2 - Étude de la partie [CD]

On note \mathcal{D} la droite qui a pour coefficient directeur 0,16 et qui passe par le point C de coordonnées (0 ; 2).

- 2.1 - Justifier que \mathcal{D} est tangente à l'arc \overline{BC} au point C.
- 2.2 - Déterminer une équation de la droite \mathcal{D} dans le repère $(Ox ; Oy)$.
- 2.3 - Justifier que le point D de coordonnées (5 ; 2,8) appartient à la droite \mathcal{D} .
- 2.4 - Placer, dans le repère de l'**annexe 1** (*à rendre avec la copie*), le point D.
- 2.5 - Tracer, dans le repère de l'**annexe 1** (*à rendre avec la copie*), le segment de droite [CD].

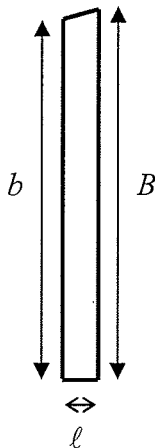
EXERCICE 2 : 3 POINTS**Calcul de l'aire des lames du portail**

Le portail est constitué de lames en aluminium en forme de trapèze rectangle.

Étude de l'aire des lames de la partie CDEF du portail (voir schéma page 2/8).

1 - Calcul de l'aire de la première lame

La première lame est représentée ci-dessous :



Où : $b = 2,0032$;
 $B = 2,0272$;
 $l = 0,15$.

Les cotes sont données en mètres.

Calculer, en m^2 , l'aire A_1 de la première lame.

2 - Calcul de l'aire totale des 30 lames

La partie CDEF du portail est constituée de 30 lames.

On souhaite connaître l'aire de la surface totale d'aluminium nécessaire à la fabrication des 30 lames.

On note A_n l'aire de la n -ième lame, exprimée en m^2 .

Les aires successives des lames, exprimées en m^2 , forment une suite arithmétique de premier terme $A_1 = 0,30228$ et de raison $r = 0,003984$.

- 2.1 - À l'aide du formulaire, calculer A_{30} .
- 2.2 - Calculer S_{30} , la somme des 30 premiers termes de la suite A_n .
Arrondir le résultat au dixième.
- 2.3 - On dispose d'une plaque d'aluminium rectangulaire de 5 m sur 2 m.
Peut-on réaliser les 30 lames avec cette plaque. Justifier la réponse.

EXERCICE 3 : 3 POINTS**Étude de la largeur des lames**

Dans une entreprise spécialisée dans la fabrication des lames en aluminium, on a relevé la largeur de 100 lames.

Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Largeur de lame (en cm)	Nombre de lames
14,96	1
14,97	4
14,98	8
14,99	15
15	45
15,01	12
15,02	8
15,03	6
15,04	1
Total	100

1 - Calcul de la moyenne et de l'écart type

- 1.1 - Calculer $\bar{\ell}$, la largeur moyenne des lames.
On pourra utiliser au choix, soit le tableau de l'**annexe 2**, soit le mode statistique de la calculatrice.
- 1.2 - Calculer σ , l'écart type de cette série statistique. Arrondir le résultat à 10^{-4} .
On pourra utiliser au choix, soit le tableau de l'**annexe 2**, soit le mode statistique de la calculatrice.

2 - Évaluation de la qualité de fabrication des lames

Pour la suite de l'exercice, on prend $\bar{\ell} = 15$ et $\sigma = 0,015$.

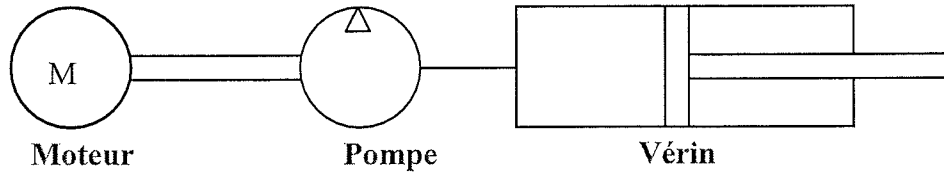
La fabrication des lames est jugée conforme si au moins 95 % des lames ont une largeur incluse dans l'intervalle $[\bar{\ell} - 2\sigma ; \bar{\ell} + 2\sigma]$.

- 2.1 - Calculer $\bar{\ell} - 2\sigma$ et $\bar{\ell} + 2\sigma$.
- 2.2 - La fabrication des lames est-elle conforme ? Justifier la réponse.

SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)

Étude du système hydraulique d'un automatisme de portail

L'automatisme électromécanique d'un portail battant est composé d'un ensemble moteur-pompe-vérin schématisé ci-dessous.



Les pertes entre les systèmes, moteur-pompe et pompe-vérin, sont négligeables.

Le vérin actionne l'ouverture du portail. Pour une sortie de tige maximale (appelée course utile), le portail est totalement ouvert.

1 - La plaque signalétique du moteur porte les indications suivantes :

Alimentation monophasée 230 V, 50 Hz
 Puissance utile 220 W
 $\eta = 0,9$
 $\cos \varphi = 0,86$

À l'aide des indications ci-dessus, préciser la puissance absorbée par la pompe.

2 - La documentation technique de l'automatisme fournit les informations suivantes :

Course utile de la tige : 280 mm
 Vitesse de la tige : 14 mm/s
 Diamètre de la tige : 70 mm
 Diamètre du piston : 100 mm
 Pression hydraulique : 17 bar.

- 2.1 - La plaque signalétique ci-dessus caractérise l'un des éléments de l'ensemble moteur-pompe-vérin. Indiquer cet élément.
- 2.2 - Calculer, en s, le temps mis par le portail pour s'ouvrir totalement.
- 2.3 - Sachant que la section du piston est de $0,00785 \text{ m}^2$, calculer, en m^3/s , le débit volumique du fluide pendant la sortie de la tige. Arrondir le résultat à 10^{-5} .
- 2.4 - Montrer que la puissance hydraulique du vérin est de 187 W.

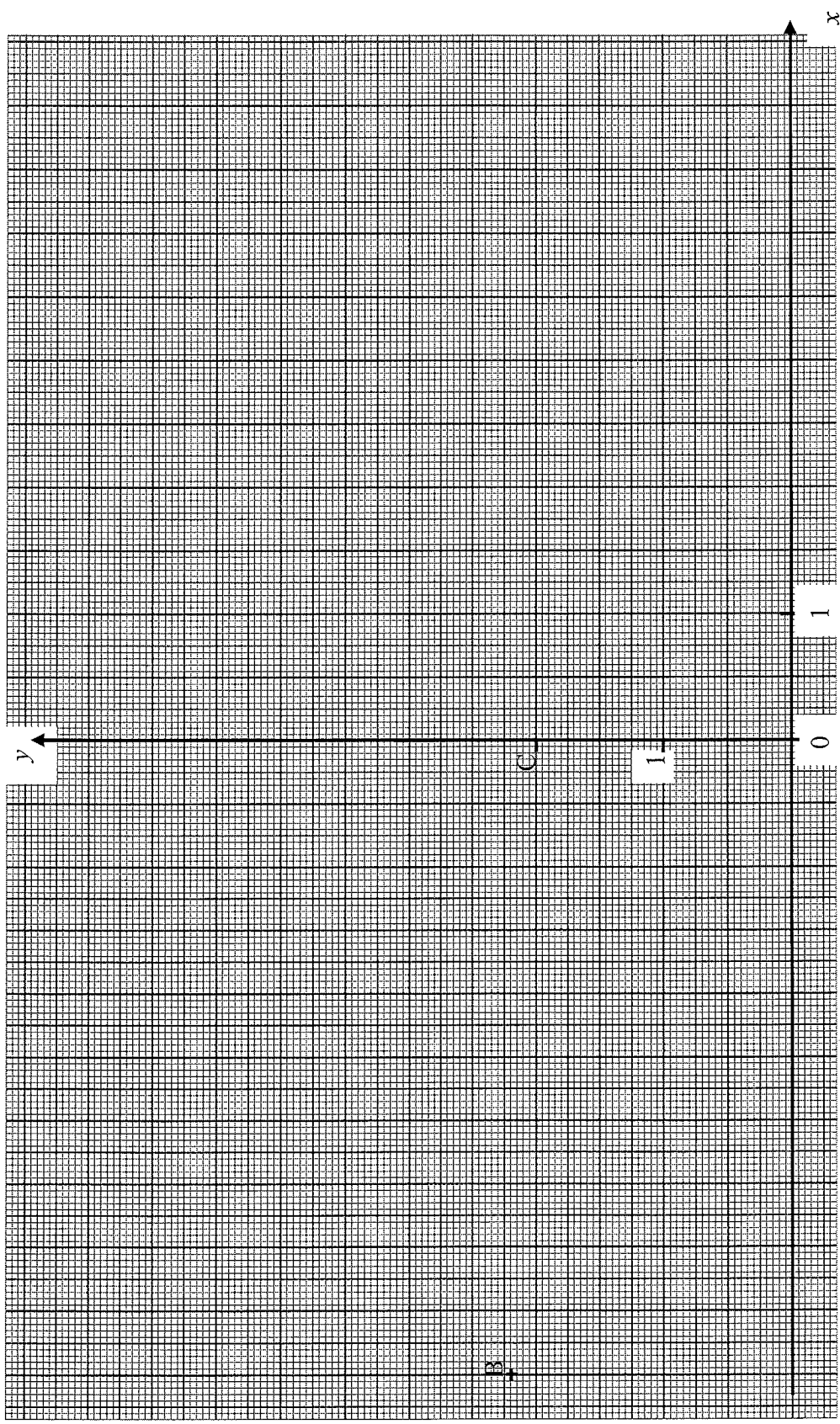
3 - Calculer le rendement de la pompe pour que le système moteur-pompe soit compatible avec le vérin utilisé.

On donne : Débit : $Q = \frac{V}{t}$ $Q = S \times v$ Vitesse moyenne : $v = \frac{l}{t}$

Puissance : $P = p \times Q$ Pression : $p = \frac{F}{S}$

1 bar = 10^5 pascals

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)



ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)**EXERCICE 1**Tableau de variation de la fonction f :

x	-5	0
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

Tableau de valeurs de f :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$		2	1,88		1,88	2

EXERCICE 2Tableau statistique

Largeur des lames x_i (cm)	Nombre de lames n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
14,96	1	14,96	223,8016
14,97	4	59,88	
14,98	8		1 795,2032
14,99	15	224,85	
15	45		10 125
15,01	12	180,12	2 703,6012
15,02	8	120,16	1 804,8032
15,03	6	90,18	1 355,4054
15,04	1		
TOTAL	100		

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

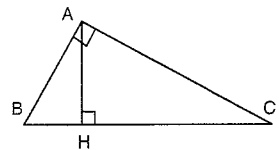
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B + b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad \vec{v} \perp \vec{v}'$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$