BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
TECHNICIEN D'USINAGE

E1
ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
Sous-épreuve E12
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

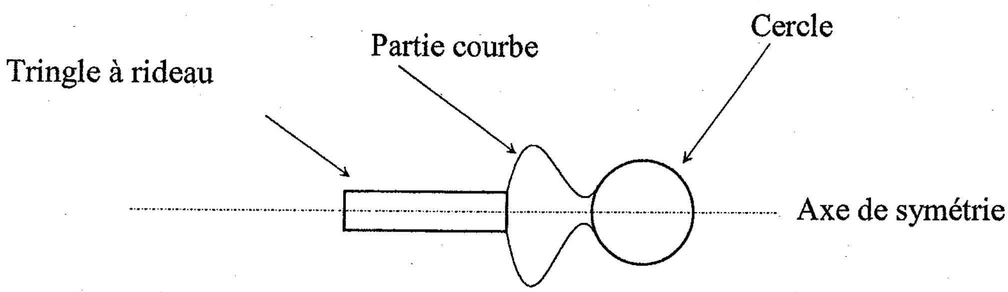
Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (Réf. C n° 99 - 186 du 16 - 11 - 1999).

Ce sujet comporte 7 pages dont le formulaire et 1 annexe (à remettre avec la copie).

MATHÉMATIQUES (15 points)

Le schéma ci-dessous représente le profil de l'embout d'une tringle à rideau.



Les deux exercices peuvent être traités de façon indépendante.

<u>EXERCICE 1</u> : (12 points)

Le profil de l'embout possède un axe de symétrie. Sa partie supérieure est constituée d'une partie courbe et d'un demi-cercle.
L'objectif de l'exercice est d'étudier et de tracer avec précision la partie supérieure du profil.

<u>PARTIE A :</u> (6,5 points) *Détermination de points de la partie courbe*

Dans le repère situé en **annexe page 6/7**, la partie courbe est la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ par :

$$f(x) = 0,5\,x^3 - 0,5\,x^2 - 2\,x + 2$$

1. **a)** Calculer $f(-1,5)$, $f(0)$, $f(0.5)$ et $f(1)$. Arrondir au dixième.

Reporter ces valeurs dans le tableau de valeurs de la fonction f situé en **annexe**.

b) Placer, dans le repère donné en **annexe**, les points de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisses : -2 ; $-1,5$; 0 ; $0,5$; 1 ; 2.

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

3. Montrer que les solutions x_1 et x_2 de l'équation $1,5\,x^2 - x - 2 = 0$, arrondies au dixième, sont $-0,9$ et $1,5$.

4. On admet que la fonction f présente deux extremums, l'un en x_1, l'autre en x_2.

a) Calculer $f(x_1)$ et $f(x_2)$. Arrondir au dixième.

Reporter ces valeurs dans le tableau de valeurs de la fonction f situé en **annexe**.

b) Placer les points de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse x_1 et x_2 dans le repère donné en **annexe**.

c) Tracer les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses x_1 et x_2.

PARTIE B : (5,5 points) : *Étude du point de contact entre la courbe $\mathscr{C}$ et la partie circulaire. Construction de $\mathscr{C}$.*

Le cercle tracé dans le repère donné en **annexe** a pour centre le point A de coordonnées (4 ; – 1) et passe par le point de la courbe $\mathscr{C}$ de coordonnées (2 ; 0), noté B.

1. **a)** Vérifier que $f'(2) = 2$. On écrira les étapes de la vérification.

   b) Déterminer une équation de la droite $\mathcal{T}$, tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B.

   c) Placer le point B et tracer la droite $\mathcal{T}$ dans le repère situé en **annexe**.

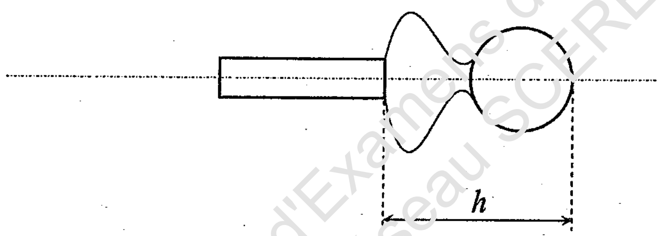
2. **a)** Vérifier qu'une équation de la droite (AB) est : $y = -0{,}5\,x + 1$.

   b) Montrer que les droites (AB) et $\mathcal{T}$ sont perpendiculaires. On rappelle que deux droites sont perpendiculaires si le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1.

   c) Que peut-on en déduire pour la droite $\mathcal{T}$ par rapport au cercle ?

3. Tracer la courbe $\mathscr{C}$, représentative de la fonction f, dans le repère de l'**annexe**.

EXERCICE 2 : (3 points)



Axe de symétrie

L'étude du profil de l'embout donne : $h \approx 8{,}24$ cm.

Afin d'évaluer le Coefficient d'Aptitude Machine (C.A.M.), un opérateur prélève un échantillon de 160 pièces et mesure la cote h.

Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

h (cm)	[8,19 ; 8,21[	[8,21 ; 8,23[	[8,23 ; 8,25[	[8,25 ; 8,27[	[8,27 ; 8,29[
Effectifs	46	70	31	9	4

1. On suppose que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de chaque classe. Calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type σ de cette série statistique. Les résultats seront arrondis au centième.

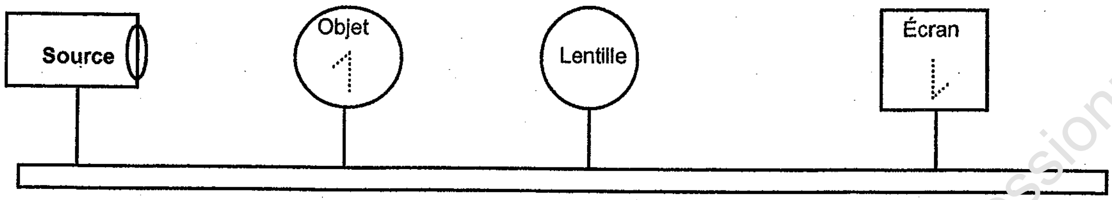
2. La longueur IT de l'intervalle de tolérance de la cote h est égale à 0,1. Le coefficient d'aptitude machine (C.A.M.) est déterminé par le rapport : C.A.M.= $\dfrac{\text{IT}}{6\sigma}$. Calculer la valeur du coefficient d'aptitude machine. Arrondir au dixième.

3. La machine est adaptée si le coefficient d'aptitude machine est supérieur ou égal à 1. Est-ce le cas ?

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

<u>EXERCICE 1 :</u> (3 points) *Lentille convergente.*

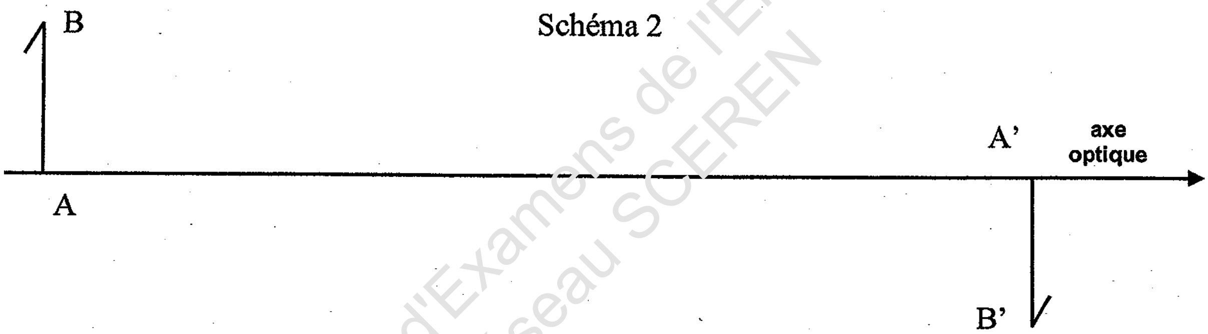
Schéma 1



Pour mesurer la distance focale d'une lentille, on utilise le montage optique représenté ci-dessus.

Un objet lumineux formant un 1 de hauteur 2 cm, y est projeté sur un écran à travers une lentille convergente. On obtient alors une image inversée de même taille. Les positions de l'objet et de son image sont matérialisées sur le schéma ci-dessous :

Schéma 2



1. Reproduire sur la copie le schéma 2 avec AA' = 13 cm et AB = A'B' = 2 cm.

2. Sur le schéma reproduit, placer le point O, centre optique de la lentille (laisser la construction apparente).

3. Placer le symbole de la lentille.

4. Déterminer graphiquement le foyer principal F objet et le foyer principal F' image. Laisser les constructions apparentes.

5. En déduire graphiquement la distance focale f de cette lentille.

EXERCICE 2 : (2 points) *Corrosion*

Les tringles à rideau sont réalisées en cuivre.

1. Peut-on stocker ces tringles dans un container en fer ? Justifier la réponse en vous aidant du tableau ci-dessous.

+ oxydant

- réducteur

Oxydant	Réducteur
Ag^{+}	Ag
Cu^{2+}	Cu
Fe^{2+}	Fe
Sn^{2+}	Sn
Al^{3+}	Al

- oxydant

+ réducteur

2. Écrire la réaction complète d'oxydoréduction entre les couples (Cu^{2+}, Cu) et (Fe^{2+}, Fe).

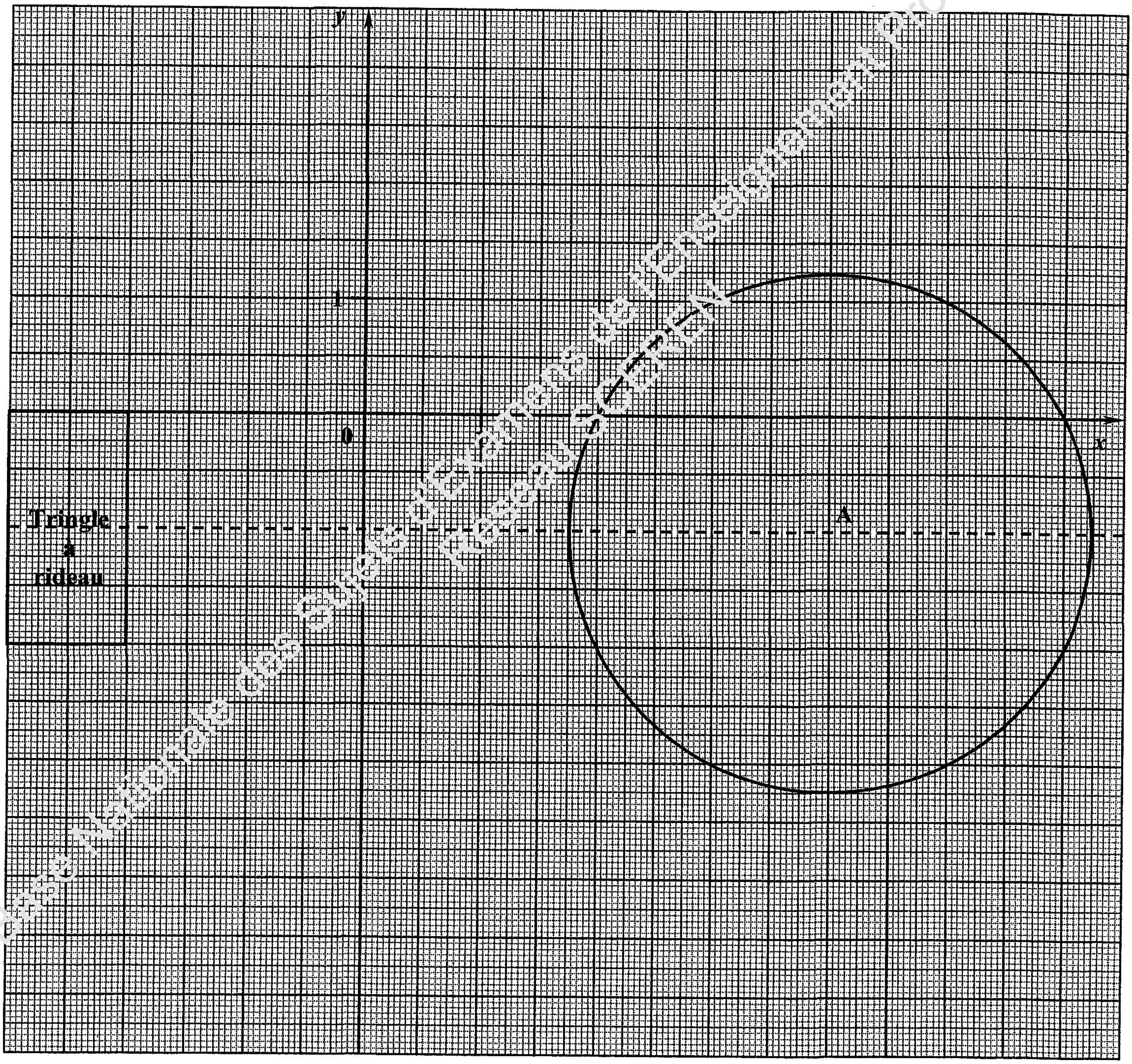
ANNEXE

(À remettre avec la copie)

EXERCICE 1, Partie A, Question 1) : *tableau de valeurs de la fonction f.*

x	-2	$-1{,}5$	$x_1 = -0{,}9$	0	$0{,}5$	1	$x_2 = 1{,}5$	2
$f(x)$	0							0

EXERCICE 1, Partie A, Question 4) et partie B.



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

$\ln(a^n) = n \ln a$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

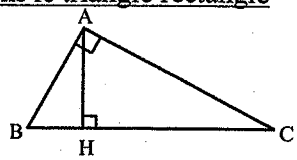
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v'}\Vert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$