BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

« MAINTENANCE des MATÉRIELS : *AGRICOLES, TRAVAUX PUBLICS* et de *MANUTENTION, PARCS* et *JARDINS* »

SESSION 2010

Épreuve E1B1-U12

SOUS-ÉPREUVE ÉCRITE

Sujet

Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/6 à 5/6 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 6/6.

Les feuilles Annexes (pages 4/6 et 5/6) sont à rendre avec la copie.

Elles seront agrafées à celle-ci par le centre d'examen.

L'usage de la calculatrice est autorisé

Mathématiques (15 points)

Un fabricant de caisses de rangement en plastique doit produire des caisses sans couvercle de volume intérieur 40 litres. Les caisses doivent être de forme parallélépipédique, d'une hauteur h et d'une longueur égale au double de la largeur ℓ.
On admet que cette quantité de plastique est proportionnelle à l'aire de la surface intérieure totale de la caisse. L'objectif de cette étude est de minimiser la quantité de plastique nécessaire à la fabrication des caisses.

Remarque : dans tout le problème :
- la hauteur h et la largeur ℓ sont exprimées en cm,
- le volume d'une caisse est de 40 L soit 40 000 cm^3,
- la longueur d'une caisse est égale au double de sa largeur ℓ.

Partie A : (2,5 points).

Cas particulier : la largeur ℓ de la caisse est égale à 25 cm.

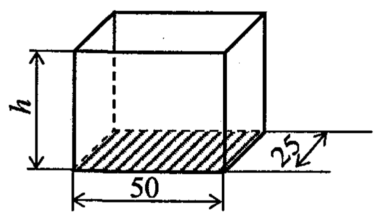


figure 1 : vue en perspective de la caisse

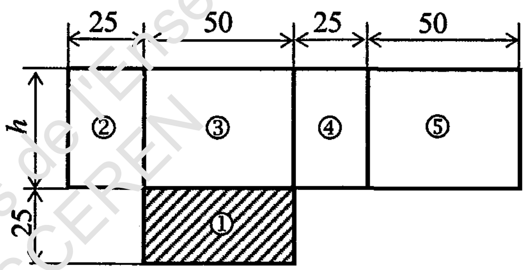


figure 2 : patron de la caisse

Les cotes sont en cm. Les schémas ne respectent pas les proportions.

1) Calculer, en cm^2, l'aire du fond de la caisse formée par la surface ①.

2) a) Exprimer le volume V de la caisse en fonction de la hauteur h.
   b) Montrer que la hauteur h de la caisse, de volume 40 000 cm^3, est égale à 32 cm.
   c) En déduire, en cm^2, l'aire latérale formée par les surfaces ②, ③, ④ et ⑤.

3) En déduire, en cm^2, l'aire totale de la surface intérieure d'une caisse de largeur 25 cm.

Partie B : (3,5 points).

Cas général : la largeur ℓ de la caisse est quelconque.

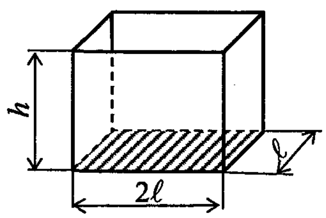


figure 3 : vue en perspective de la caisse

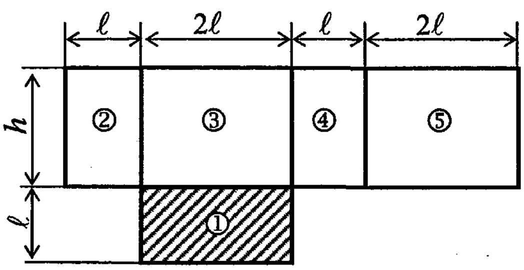


figure 4 : patron de la caisse

Les schémas ne respectent pas les proportions.

1) Déterminer l'expression de l'aire du fond de la caisse formée par la surface ① en fonction de la largeur ℓ.
2) a) Exprimer le volume V de la caisse en fonction de ℓ et h.
   b) Montrer que pour une caisse, de volume 40 000 cm^3, la hauteur h s'exprime en fonction de ℓ par la relation suivante : $h = \dfrac{20\,000}{\ell^2}$
   c) En déduire l'expression de l'aire latérale formée par les surfaces②, ③, ④ et ⑤ en fonction de la largeur ℓ.
3) En déduire l'aire totale $\mathcal{A}$ de la surface intérieure de plastique nécessaire à la fabrication d'une caisse de volume 40 000 cm^3.

Partie C : (7,5 points).

Étude mathématique.

Objectif : déterminer par trois méthodes de plus en plus précises, une valeur particulière de la largeur ℓ permettant d'utiliser un minimum de matière plastique.
Pour cela, on considère les fonctions f, g et s définies sur l'intervalle [25 ; 40] par :

$f(x) = 2x^2$; $g(x) = \dfrac{120\,000}{x}$; $s(x) = f(x) + g(x)$ et donc $s(x) = 2x^2 + \dfrac{120\,000}{x}$

La fonction s modélise l'aire totale de la surface intérieure de la caisse.

Méthode 1 : première estimation graphique.

1) a) Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g sont tracées sur l'**annexe 1 page 4/6**, à rendre avec la copie.
   On désigne par $\mathscr{C}_s$ la courbe représentative de la fonction s.
   Compléter à l'aide d'un compas ou d'une règle graduée la courbe $\mathscr{C}_s$ sur l'**annexe 1**.
   b) Estimer l'abscisse du point de la courbe $\mathscr{C}_s$ dont l'ordonnée est minimale.

Méthode 2 : " zoom " sur l'intervalle [30,7 ; 31,5] pour améliorer la lecture.

2) a) Compléter le tableau de valeurs de s sur l'**annexe 2 page 5/6**, à rendre avec la copie.
   b) Tracer sur l'**annexe 2** l'arc de courbe $\mathscr{C}_s$ représentative de la fonction s pour les valeurs de x appartenant à l'intervalle [30,7 ; 31,5].
   c) Estimer l'abscisse du point dont l'ordonnée est minimale sur l'intervalle [30,7 ; 31,5].
   Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Méthode 3 : recherche de la valeur exacte.

3) a) Calculer $s'(x)$ où s' désigne la fonction dérivée de la fonction s.
   b) On admet que la solution de l'équation $s'(x) = 0$ est $x_0 = 30\,000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{30\,000}$.
   Calculer la valeur arrondie au millième de x_0.
   c) Compléter le tableau de variation de la fonction s sur l'**annexe 2**.

Partie D : (1,5 point).

Retour sur l'objectif du problème.

A l'aide de l'étude mathématique précédente, indiquer les valeurs, arrondies au centième de centimètre, de la largeur, de la longueur et de la hauteur de la caisse qui permettront d'obtenir une surface intérieure minimale.

SCIENCES (5 points)

EXERCICE 3 (3 points)

Le vérin double effet possède les caractéristiques suivantes :

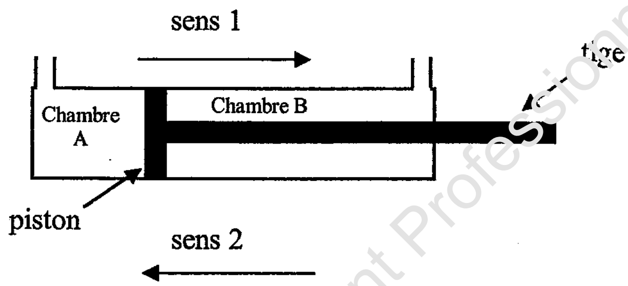
course (ou déplacement de la tige) : 400 mm

durée de la sortie de la tige : 2 s

diamètre de la tige : 60 mm

diamètre du piston : 100 mm

pression hydraulique : 80 bar.



1. Calculer :

a- La valeur, en m/s, de la vitesse moyenne v de sortie de tige du vérin dans le sens 1.

b- La valeur, arrondie à 10^{-5} m², de la section S du vérin.

c- La valeur, arrondie à 10^{-5} m³/s, du débit moyen Q de l'huile pendant l'entrée de la tige du vérin dans le sens 2.

d- La puissance hydraulique P utilisée à la sortie de la tige.

Données : $Q = S \times v$ $\quad P = p \times Q$ $\quad p = \frac{F}{S}$ $\quad$ **1 bar = 10^5 Pa**

2. Comparer (=, > ou <) dans le cas où la pression p reste égale à 80 bars,

la valeur F_A de la force exercée par l'huile sur le piston dans la chambre A lors de l'entrée de la tige

à

la valeur F_B de la force exercée par l'huile sur le piston dans la chambre B lors de la sortie de la tige avec un même débit moyen d'huile.

EXERCICE 4 (2 points)

On utilise un chariot élévateur commandé par un moteur électrique ayant un rendement η égal à 0,75 pour ranger en hauteur une palette de produits.
Le moteur du chariot élévateur absorbe une puissance électrique de 1,8 kW.

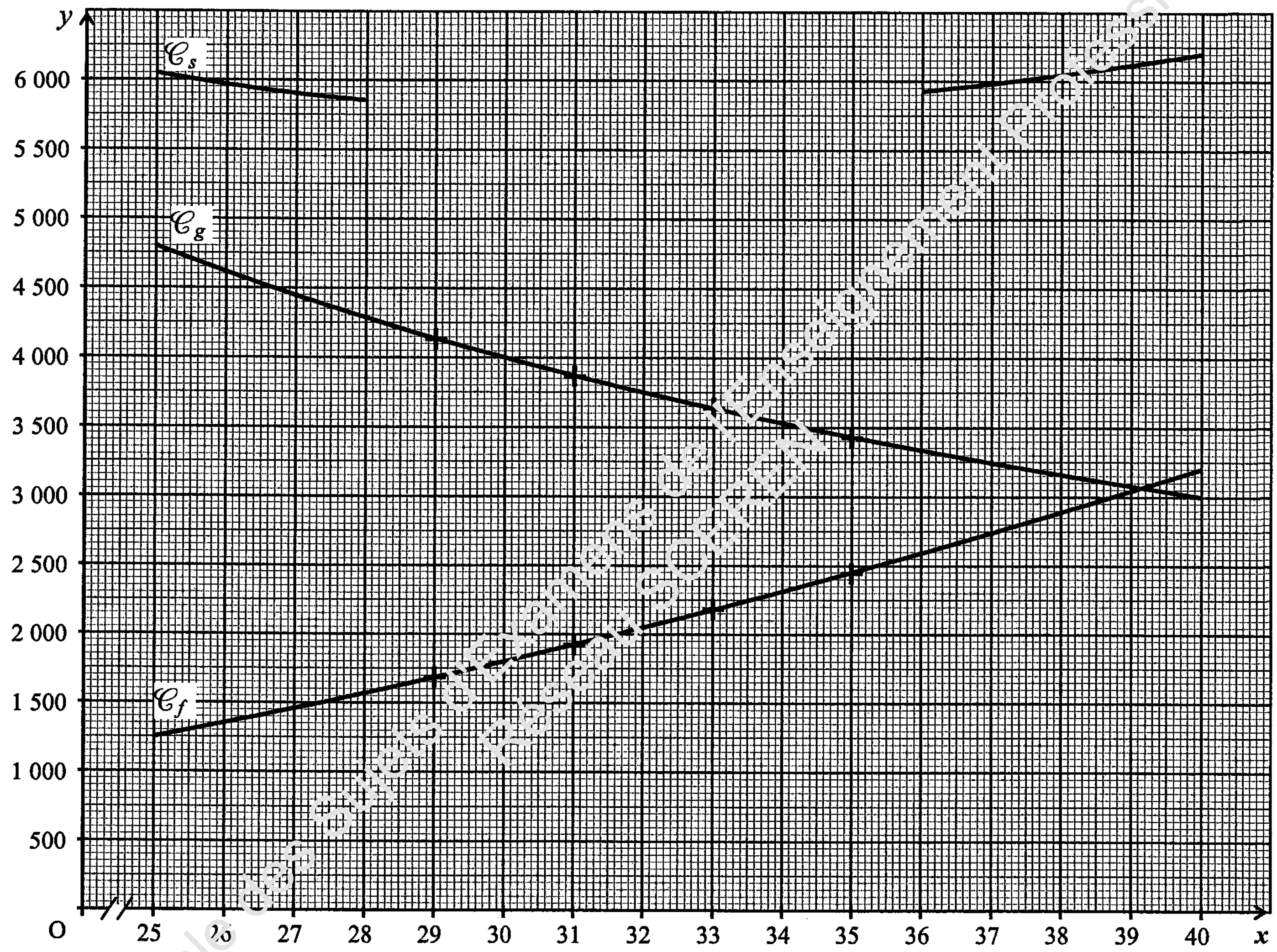
1. Calculer, en watt, la puissance utile développée par ce moteur.

2. Calculer, en joule, l'énergie électrique absorbée par le moteur si le déplacement s'effectue en 5 secondes. Convertir ce résultat en Wh.

Données : **1 Wh = 3 600 J** $\quad \eta = \frac{P_u}{P_a}$

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques telles qu'en abscisse, 1 cm représente 1 unité et en ordonnée, 1 cm représente 500 unités.

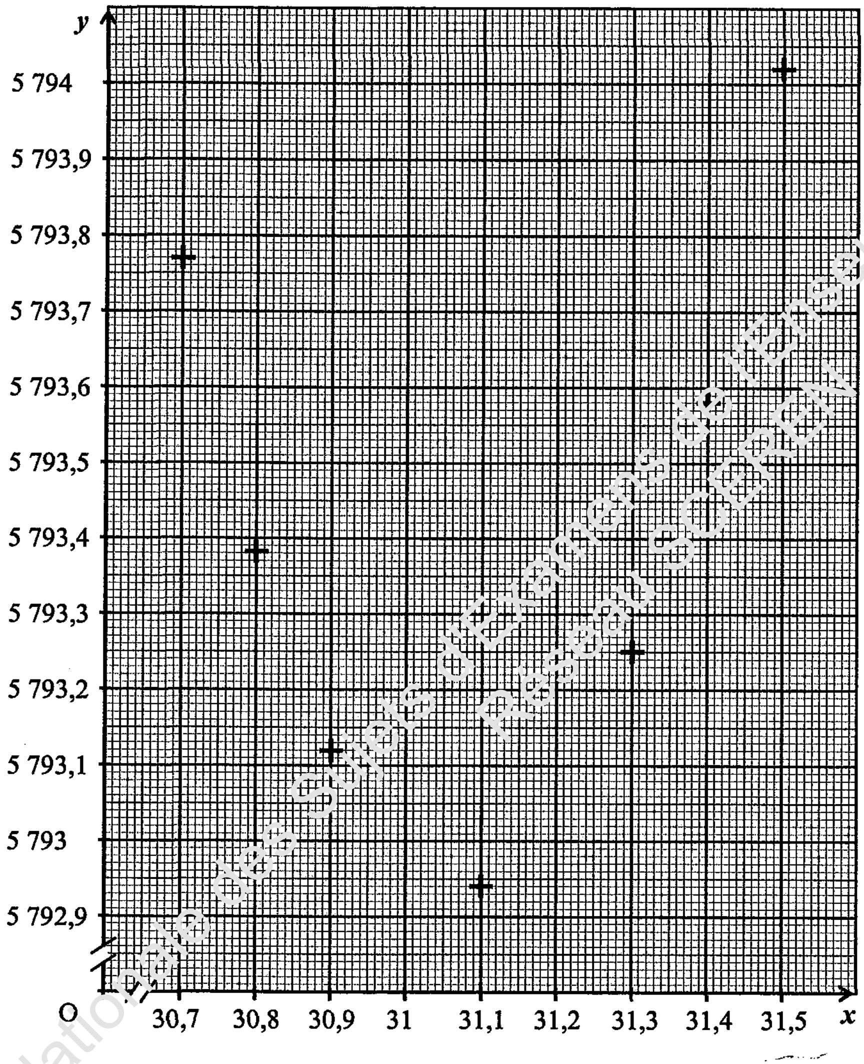


Annexe 2 (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs de *s* (arrondies au centième).

x	30,7	30,8	30,9	31	31,05	31,1	31,15	31,2	31,3	31,4	31,5
$s(x)$	5 793,77	5 793,38	5 793,12			5 792,94			5 793,25	5 793,58	5 794,02

" Zoom " sur l'intervalle [30,7 ; 31,5].



Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques telles qu'en abscisse, 1 cm représente 0,1 unité et en ordonnée, 1 cm représente 0,1 unité.

Tableau de variation de *s* :

x	25 40
signe de $s'(x)$	− 0 +
sens de variation de s	

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

$\ln(a^n) = n \ln a$

Équation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

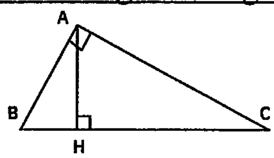
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$