SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

Ce document a été numérisé par le CRDP de Montpellier pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

MRIM

Épreuve E1 :
Épreuve scientifique et technique

Mathématiques (E12)

SEN
Épreuve E1 :
Épreuve scientifique à caractère professionnel
Mathématiques (E11)

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN

DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2,5 (MRIM)
2 (SEN)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

CODE ÉPREUVE : 1006-MIR ST 12 / 1006-SEN S 11		EXAMEN : BAC PRO	SPÉCIALITÉ : MRIM / SEN	
SESSION : 2010	SUJET	*ÉPREUVE* : Mathématiques		Calculatrice autorisée : oui
Durée : 2 heures		Coefficient : 2,5 (MRIM) 2 (SEN)	N° sujet : 10MRIMSEN2	Page : 1 / 7

Les fibres optiques

Les parties A et D peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.
Les parties B et C sont liées.

Partie A : (3,5 points) Coefficient d'atténuation d'une fibre optique

Aujourd'hui 80% du trafic mondial longue distance se fait par fibres optiques. Ces dernières ont en effet de multiples avantages par rapport aux câbles électriques classiques. Elles offrent la possibilité de transmettre des données, de la voix, des images … à de très hauts débits. Une fibre optique est jugée performante lorsque, sur une longueur donnée, la puissance du signal qu'elle transmet subit une perte minimale.

Dans la suite de l'exercice, on note :

L : longueur de la fibre optique exprimée en km ;

P_e : puissance du signal lumineux à l'entrée de la fibre optique exprimée en mW ;

P_s : puissance du signal lumineux à la sortie de la fibre optique, exprimée en mW.

Le tableau ci-dessous est extrait du catalogue d'un fournisseur de fibres optiques :

Référence de la fibre optique	FO1	FO2	FO3
Coefficient d'atténuation A en dB/km	1,50	0,90	0,25

1. Un technicien effectue des mesures de puissance lumineuse à l'entrée et à la sortie d'une fibre optique de longueur 5 km. Il relève les valeurs suivantes : $P_s = 1{,}84$ mW et $P_e = 5$ mW .

a. Calculer la perte de puissance lumineuse relative $\dfrac{P_e - P_s}{P_e}$. Exprimer le résultat en pourcentage.

b. Pour caractériser la perte de puissance dans une fibre optique, on utilise généralement le coefficient d'atténuation noté A. Ce coefficient, exprimé en dB/km, est donné par la formule suivante : $A = \dfrac{1}{L} \times 10 \times \log\left(\dfrac{P_e}{P_s}\right)$

b.1. Calculer le coefficient d'atténuation A, en dB/km, de cette fibre. Arrondir le résultat au dixième.

b.2. Parmi les trois fibres proposées dans le tableau ci-dessus, relever et reporter sur votre copie la référence de la fibre optique testée par le technicien.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCÉRÉN

2. La longueur d'une fibre de type FO3 est égale à 18 km. La puissance mesurée à la sortie de la fibre est P_s = 1,84 mW. La puissance P_e, du signal d'entrée, vérifie alors la relation :

$$P_e = P_s \times 10^{\left(\frac{A\times L}{10}\right)}$$

Calculer P_e. Arrondir le résultat au centième.

<u>Partie B</u> : (2 points) **Équation différentielle**

Pour un signal d'entrée de puissance fixée, la puissance lumineuse à la sortie d'une fibre optique dépend de sa longueur. Cette puissance de sortie peut être modélisée à l'aide d'une fonction vérifiant l'équation différentielle : $y' = -0{,}2y$, où y' désigne la fonction dérivée de y.

1. Vérifier que l'équation différentielle précédente peut s'écrire sous la forme : $y' + 0{,}2\,y = 0$.
2. À l'aide du formulaire de la **page 7/7**, donner l'expression de la solution générale de cette équation différentielle.
3. Sachant que pour $x = 0$, on a $y = 5$, montrer que l'expression de la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $y(x) = 5\ e^{-0,2x}$.

<u>Partie C</u> : (9,5 points) **Étude de fonction**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par : $f(x) = 5\ e^{-0,2x}$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de f.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 12]. Justifier la réponse.
3. En déduire le sens de variation de f et compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe, page 6/7**.
4. Le plan est rapporté au repère orthonormal de **l'annexe**. On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f dans ce repère.
   a. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur **l'annexe**. Arrondir les résultats à 10^{-1}.
   b. On rappelle que la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $M(a\ ;\ b)$ a pour équation :
   $$y = f'(a)\,(x - a) + b.$$
   Soit **(T)** la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées (0 ; 5). Montrer que $y = -x + 5$ est une équation de la tangente **(T)**.
   c. Sur le papier millimétré donné en **annexe**, tracer **(T)** puis construire la représentation graphique $\mathscr{C}_f$.
5. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2{,}5$. Laisser les traits de construction apparents.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCÉRÉN

6. **Exploitation** :

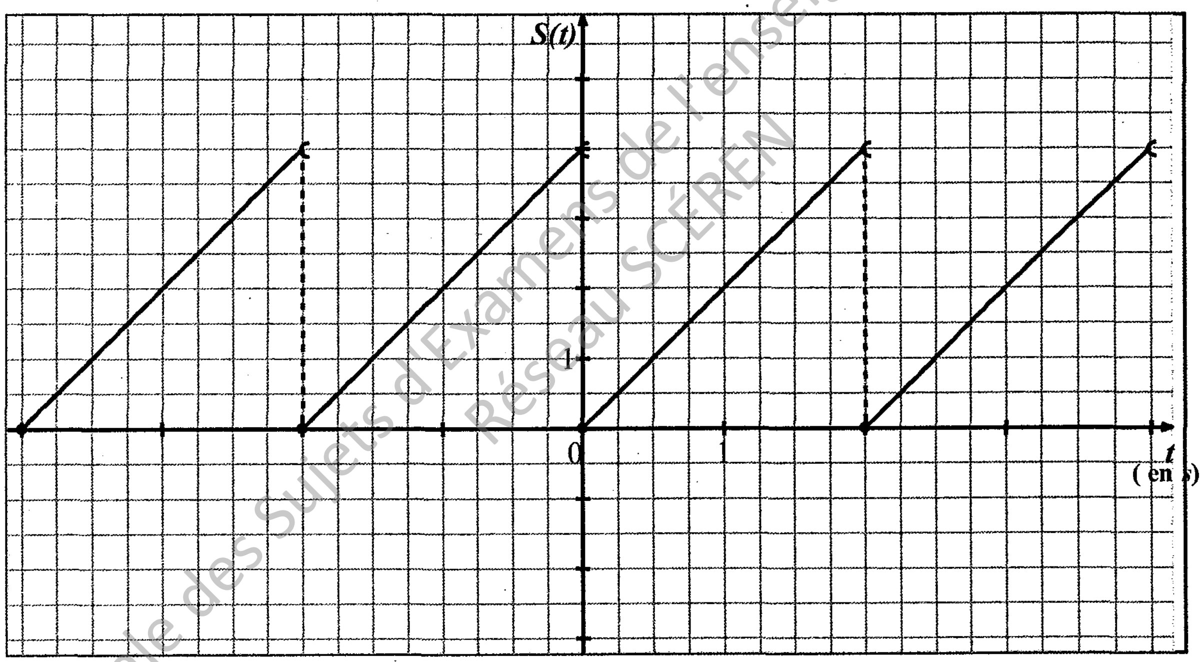
On admet que la courbe $\mathscr{C}_f$ correspond à la représentation graphique de la puissance du signal lumineux à la sortie de la fibre optique FO2 en fonction de la longueur de celle-ci.

a. La puissance lumineuse à la sortie de la fibre est de 2,5 mW, quelle est la longueur de cette fibre ?

b. Lorsque le signal perd 90 % de sa puissance, il nécessite une amplification. Au bout de combien de kilomètres le signal transmis par la fibre FO2 doit-il être amplifié ?

<u>Partie D</u> : (5 points) Étude d'un signal

Le signal à transmettre par fibre optique est associé à une fonction S dépendant du temps t (exprimé en seconde). La représentation graphique de S est donnée dans le schéma ci-dessous.



1. Déterminer la période T de ce signal.
2. Montrer que la fonction S est définie par $S(t) = 2t$ sur l'intervalle [0 ; 2[.
3. La valeur moyenne est $a_0 = \dfrac{1}{2}\int_0^2 S(t)\,\mathrm{d}t$. Calculer a_0 en donnant le détail des calculs.
4. Un signal peut être approximé par un polynôme de Fourier $P_n(t)$ d'ordre n défini par :

$$P_n(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + b_2\sin(2\omega t) + \ldots\ldots + a_n\cos(n\omega t) + b_n\sin(n\omega t)$$

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCÉREN

On montre que le polynôme de Fourier au rang 2 est donné par :

$$P_2(t) = 2 + \frac{-4}{\pi}\sin(\omega t) + \frac{-2}{\pi}\sin(2\omega t)$$

Déterminer par identification les valeurs exactes de a_0 ; a_1 ; b_1 et a_2. Compléter le tableau de **l'annexe.**

5. Une approximation, au rang 2, de l'énergie E transportée par un signal est donnée par la formule de Parseval :

$$E = a_0^2 + \frac{1}{2}(a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2)$$

Calculer, en joule, la valeur approchée au rang 2, de l'énergie E transportée par le signal. Arrondir le résultat à l'unité.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCÉRÉN

Annexe

(À remettre avec la copie)

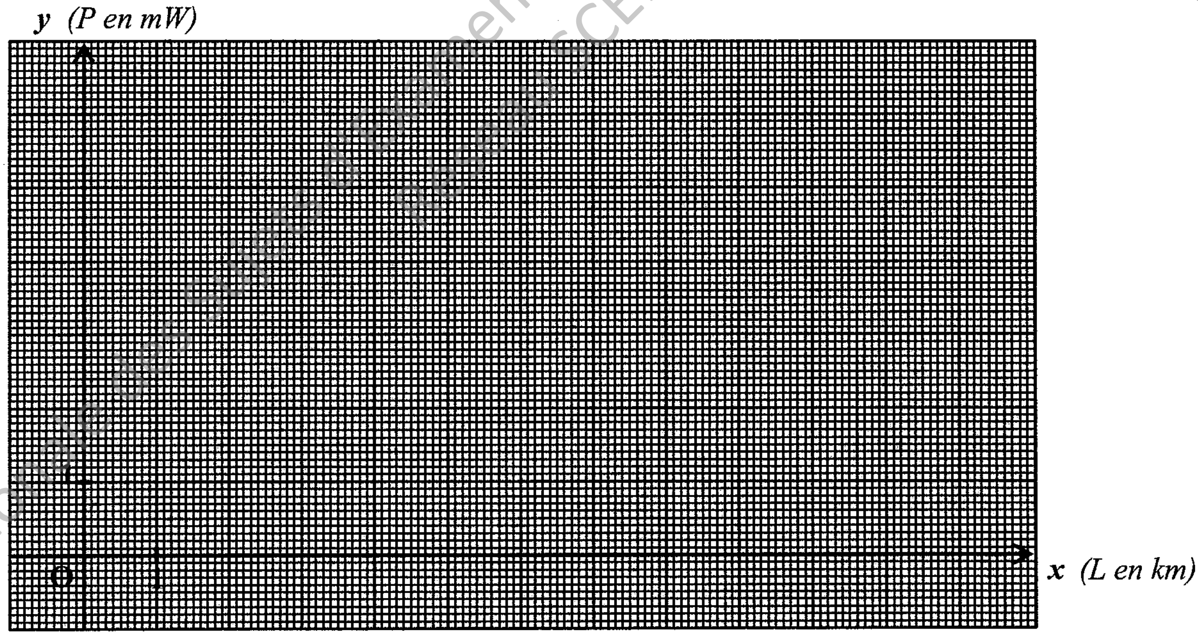
Partie C : question 3. Tableau de variation

x	0 12
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Partie C : question 4 a. Tableau de valeurs

x	0	2	4	6	8	10	12
$f(x)$	5				1,0		0,5

Partie C : question 4 c. Représentations graphiques : (T) et $\mathscr{C}_f$



Partie D : question 4. Valeurs des coefficients du polynôme $P_2(t)$

a_0	a_1	b_1	a_2	b_2
				$\frac{-2}{\pi}$

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCÉRÉN

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
(x)	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = u_1\dfrac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z = x+jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\overline{z} = x-jy$	$\overline{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = \|\vec{v}\|\times\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t + \int_b^c f(t)\,\mathrm{d}t$$

* $\displaystyle\int_a^b (f+g)(t)\,\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t + \int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t$

* $\displaystyle\int_a^b kf(t)\,\mathrm{d}t = k\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau SCEREN