# BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
## Électrotechnique Énergie Équipements Communicants

**SESSION 2010**

## E1 – Épreuve scientifique

## Sous-épreuve E11
## mathématiques et sciences physiques

**Durée : 2 heures** **Coefficient : 2**

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de physique seront rédigés sur la même copie.

Circulaire N°99-186 du 16-11-1999 : le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumérique ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.
Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur table. En cas de défaillance, elle pourra être remplacée.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits.

**L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.**

Le sujet comporte 9 pages dont :
- 1 page de garde
- **2 pages d'annexes à rendre obligatoirement avec la copie (pages 7 et 8)**
- 1 page formulaire de mathématiques (page 9)

Barème :

**1ère partie - Sciences physiques (5 points)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Exercice 1 :** | **Cinématique** | **3 points** | **page 2/9** |
| **Exercice 2 :** | **Chimie** | **2 points** | **page 3/9** |

**2ème partie - Mathématiques (15 points)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Exercice 3 :** | **Programmation linéaire** | **4 points** | **page 4/9** |
| **Exercice 4 :** | **Étude de fonction** | **8 points** | **page 5/9** |
| **Exercice 5 :** | **Signaux périodiques** | **3 points** | **page 6/9** |

Une cimenterie est une usine comportant de nombreux pôles de métiers et son activité peut être décrite à l'aide de cinq grands domaines : la carrière, la préparation du cru, la cuisson, le broyage ciment et enfin l'expédition.

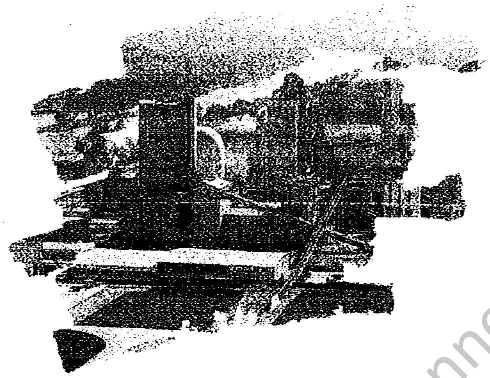


Photo extraite d'une brochure publicitaire.



## SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

### EXERCICE 1 : Cinématique (*3 points*)

Le cylindre d'un broyeur à ciment est entraîné par un moteur électrique de puissance 1 000 CV. La fréquence de rotation est de 18,5 tr/min.

**1.1.** Calculer, en kW, la puissance du moteur. Arrondir le résultat à l'unité.

On donne 1CV = 736 W.

**1.2.** Le volant de l'ensemble de la chaîne cinématique relié au moteur du broyeur est assimilable à un cylindre homogène en fonte.

Caractéristiques :
- diamètre D = 5 m
- épaisseur h = 30 cm
- masse volumique $\rho$ = 7 200 kg/m$^3$.

1.2.1. Calculer, en kg, sa masse *m*. Arrondir le résultat à l'unité.

1.2.2. Calculer, en kg.m², le moment d'inertie *J*.

**1.3.** Au démarrage, il faut 30 s pour que le broyeur atteigne sa fréquence de rotation nominale.

1.3.1. Calculer, en rad/s, la vitesse angulaire nominale $\omega$. Arrondir le résultat au centième.

1.3.2. Calculer, en rad/s², son accélération angulaire $\alpha$. Arrondir le résultat au centième.

**Données :** $V = \pi R^2 h$ ; $\rho = \frac{m}{V}$ ; $J = \frac{1}{2} m R^2$ ; $\omega = 2\pi n$ ; $\alpha = \frac{(\omega f - \omega i)}{(t_f - t_i)}$

**EXERCICE 2 : Chimie** (*2 points*)

Le ciment Portland, catégorie la plus utilisée, est élaboré par réaction dans un four chauffé à 1 700 °C d'un mélange de calcaire ($CaCO_3$) et d'argile constitué de silice ($SiO_2$), d'alumine ($Al_2O_3$), …

**2.1.** Le constituant principal de ce ciment est le silicate de calcium $Ca_3SiO_5$ obtenu par la réaction totale dont l'équation-bilan est donnée ci-dessous.

$$CaCO_3 \quad + \quad SiO_2 \quad \longrightarrow \quad Ca_3SiO_5 \quad + \quad CO_2$$

Recopier et équilibrer cette équation-bilan.

**2.2.** Pour réaliser la réaction précédente, un apport d'énergie est nécessaire.
Cette énergie provient de la réaction de combustion d'un alcane de formule brute générale $C_nH_{2n+2}$.

2.2.1. La chaîne carbonée linéaire de cet alcane comporte cinq atomes de carbone.
Écrire sa formule brute.
Nommer cet alcane.

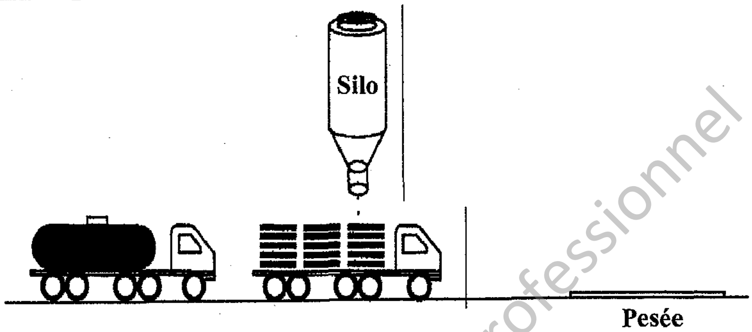
2.2.2. Un isomère de cet alcane, nommé 2-méthylbutane, intervient dans la réaction de combustion.
Ecrire sa formule semi-développée.

# MATHÉMATIQUES (15 points)

## EXERCICE 3 : Programmation linéaire (*4 points*)

Une ligne d'expédition de ciment comporte un silo et une plateforme de pesée.

Elle remplit des camions de type **A** ou **B**.




- Chargement d'un camion de type **A** : 20 minutes de remplissage, 10 minutes de pesée, 30 tonnes de ciment.
- Chargement d'un camion de type **B** : 50 minutes de remplissage, 10 minutes de pesée, 40 tonnes de ciment.

La ligne d'expédition est ouverte pendant une durée journalière de 16 heures.

Le silo contient 800 tonnes de ciment.

On pose : $x$ = nombre de camions de type **A** ;

$y$ = nombre de camions de type **B**.

**3.1.** On admet que la contrainte de quantité s'écrit : $30x + 40y \leq 800$.

Ecrire l'équation traduisant la contrainte de temps.

**3.2.** Vérifier que le système de contrainte de temps et de contrainte de quantité peut s'écrire :

$$\begin{cases} x + 2y \leq 32 \\ 3x + 4y \leq 80 \end{cases}$$

**3.3.** En utilisant le repère de l'**annexe 1 (page 7/9)**, résoudre graphiquement le système d'inéquations à deux inconnues.

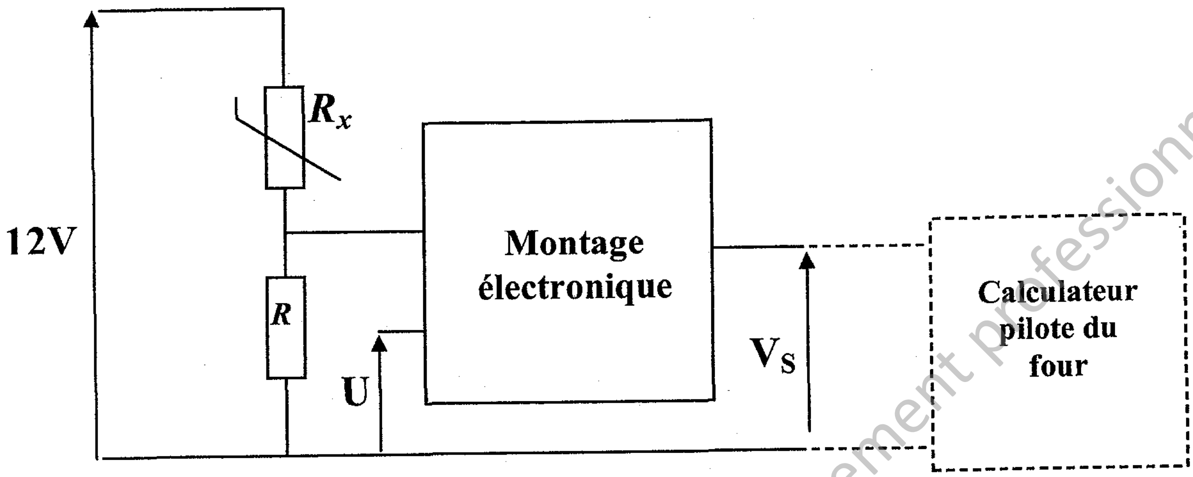
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 32 \\ 3x + 4y \leq 80 \end{cases}$$

**3.4.** Pour répondre à une commande, la cimenterie doit charger 8 camions de type **A** et 11 camions de type **B** au cours de la même journée.

En tenant compte des contraintes, la cimenterie peut-elle effectuer ce chargement ? Justifier graphiquement la réponse.

**EXERCICE 4 : Étude de fonction** (*8 points*)

Pour évaluer la température de fonctionnement du four à ciment, on utilise un capteur de température relié au calculateur pilote du four par l'intermédiaire d'un montage électronique.




### 4.1. Calcul numérique

La tension électrique U aux bornes de la résistance $R$ est donnée par $U = 12 \times \dfrac{R}{R_x + R}$.

Calculer la tension électrique U lorsque $R_x = 1\,400\ \Omega$ et $R = 1\,000\ \Omega$.

### 4.2. Étude de fonction

On considère la fonction $f$ définie sur [0 ; 2 000] par $f(x) = \dfrac{12000}{x + 1000}$.

4.2.1. Déterminer la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$ sur [0 ; 2 000].

4.2.2. Déterminer le signe de la fonction dérivée $f'$ sur [0 ; 2 000].

4.2.3. Compléter le tableau de variation de la fonction $f$ sur l'**annexe 2 (page 8/9)**.

4.2.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction $f$ sur l'**annexe 2 (page 8/9)**. Arrondir chaque valeur au dixième.

4.2.5. En utilisant le repère de l'**annexe 2 (page 8/9)**, tracer la courbe représentative de la fonction $f$ sur [0 ; 2 000].

### 4.3. Exploitation

Lorsque la température du four atteint 1 500 °C, la tension U est égale à 5V.

4.3.1. Déterminer graphiquement la valeur de la résistance $R_x$.
Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

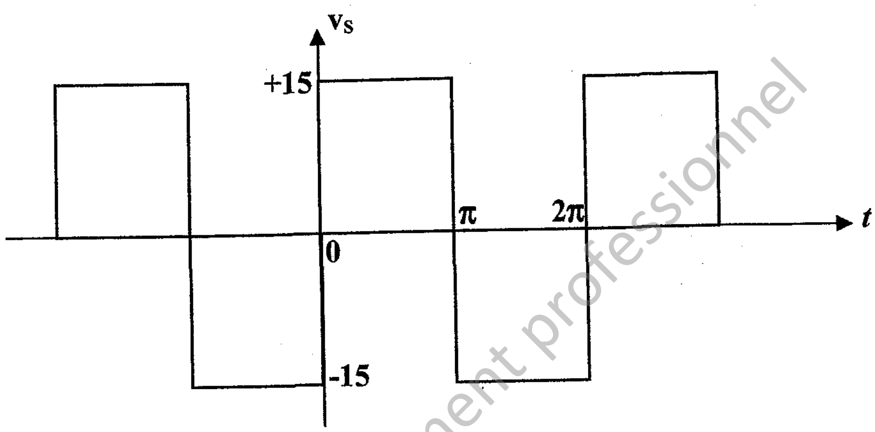
4.3.2. Résoudre l'équation $5 = 12 \times \dfrac{1000}{x + 1000}$.

A quoi correspond la solution trouvée ?

## EXERCICE 5 : Signaux périodiques (*3 points*)

La tension $v_s$ à la sortie du montage électronique évolue en fonction du temps.

Elle est représentée par l'oscillogramme ci-dessous.




Elle est définie par :

$v_s(t) = +15$ pour $t \in [0\ ;\ \pi[$

$v_s(t) = -\ 15$ pour $t \in [\pi\ ;\ 2\pi[$

On rappelle qu'un signal périodique peut être approché par le polynôme trigonométrique $P_n$ définit sur $[0\ ;\ 2\ \pi[$ par $P_n\ (t) = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + \ldots + a_n \cos nt + b_n \sin nt$.

**5.1.** Montrer que la fonction $G$ définie par $G(t) = -\ 15\ cos\ t$ est une primitive de la fonction $g$ définie par $g(t) = 15\ sin\ t$ sur $[0\ ;\ 2\ \pi[$.

**5.2.** En utilisant la relation $b_1 = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} 15 \sin t.dt$, calculer $b_1$.

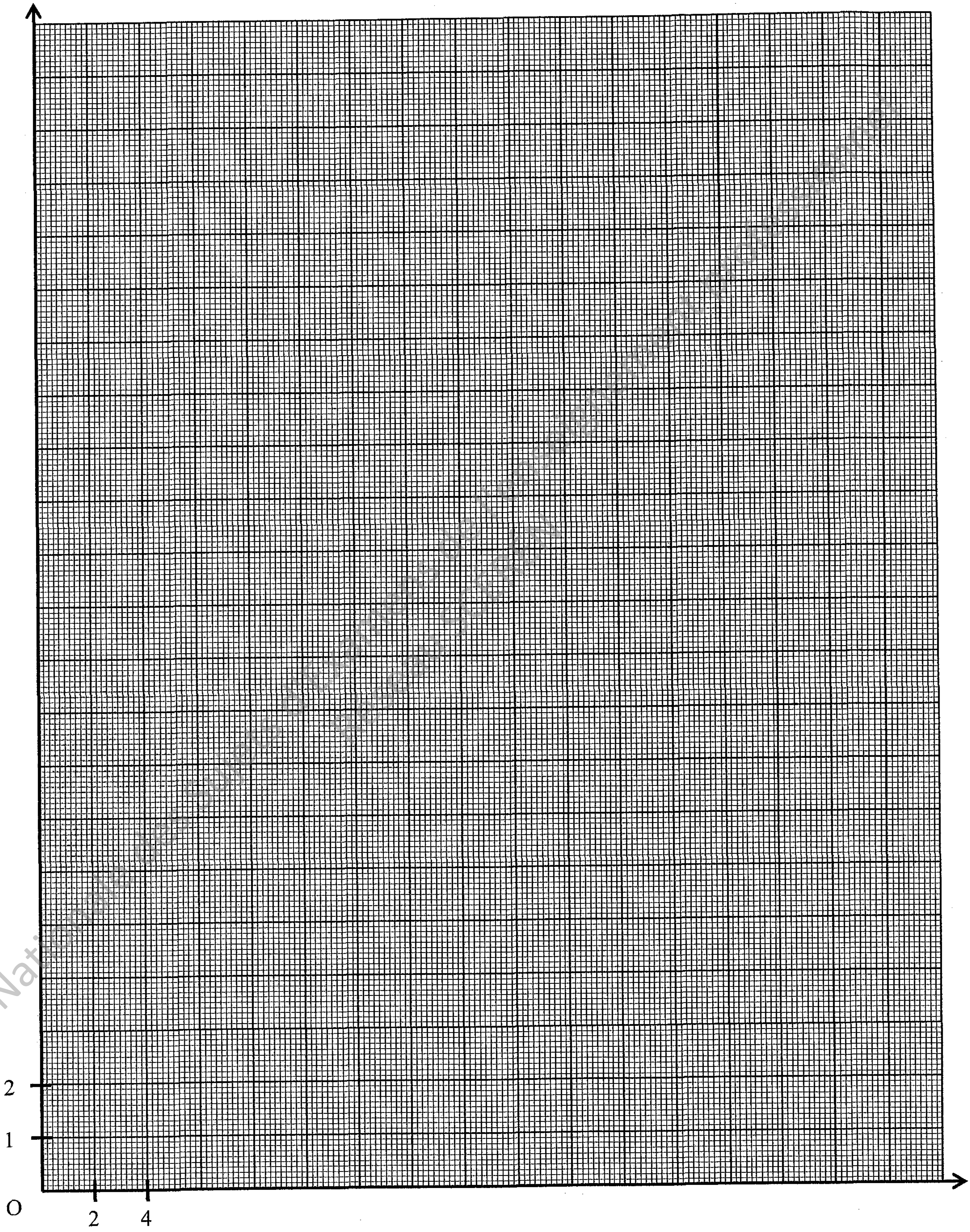
Arrondir le résultat au dixième.

**5.3.** En utilisant la relation $E = \dfrac{1}{2} b_1^2$, calculer l'énergie $E$ transportée par ce signal sur une période.

Arrondir le résultat à l'unité.

# ANNEXE 1 - À RENDRE AVEC LA COPIE

**Exercice 3 :**



# ANNEXE 2 - À RENDRE AVEC LA COPIE

**Exercice 4 :**

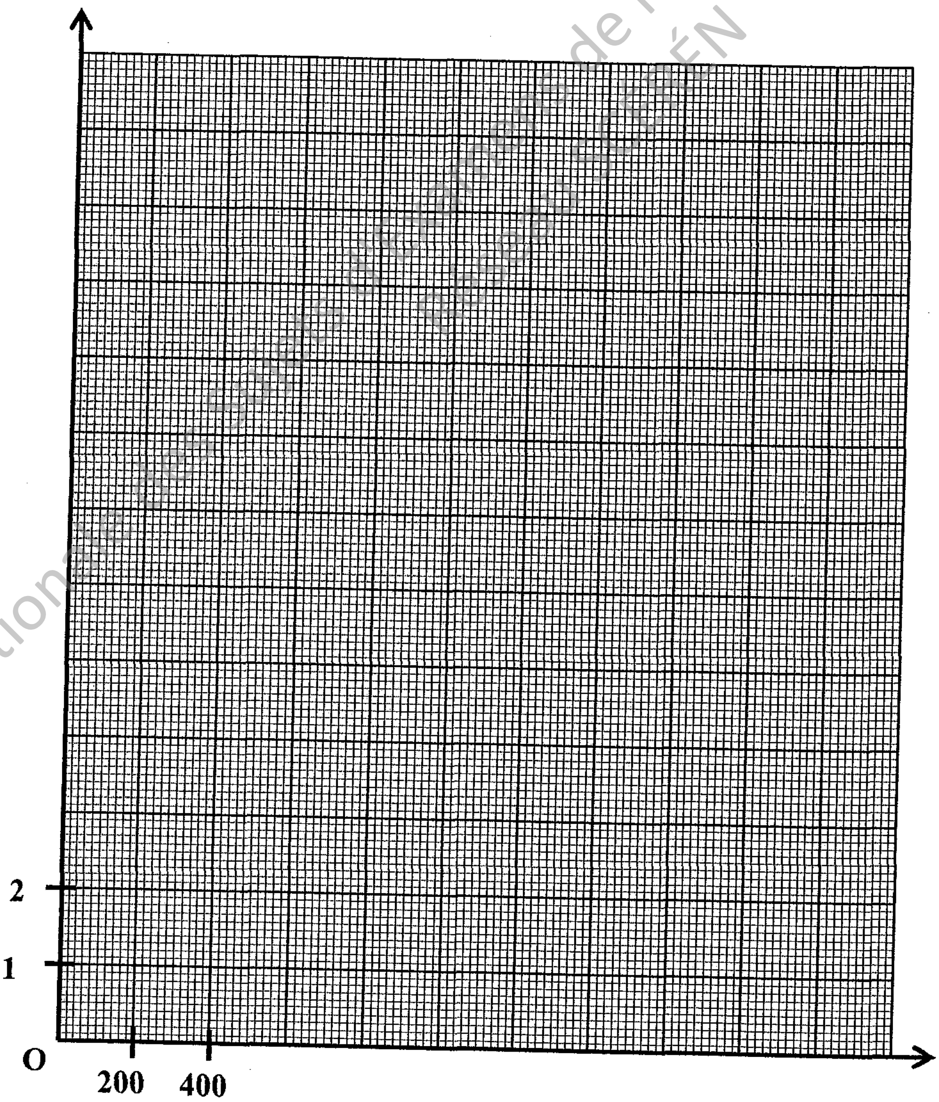
**4.2.3. Tableau de variation**

| $x$ | 0 2 000 |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | |
| Variation de $f$ | |

**4.2.4. Tableau de valeurs** (arrondir chaque valeur au dixième)

| $x$ | 0 | 200 | 400 | 600 | 800 | 1 000 | 1 300 | 1 600 | 1 800 | 2 000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 12 | 10 | 8,6 | | | | 5,2 | | | |

**4.2.5. Représentation graphique**



# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
**Secteur industriel : Métiers de l'électricité**
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

| Fonction f | Dérivée f' |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\ln x$ | $1/x$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $e^{ax+b}$ | $a\,e^{ax+b}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $\sin(ax+b)$ | $a\cos(ax+b)$ |
| $\cos(ax+b)$ | $-a\sin(ax+b)$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |
| $u(x)\,v(x)$ | $u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$ |
| $\frac{1}{u(x)}$ | $-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$ |
| $\frac{u(x)}{v(x)}$ | $\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$ |

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\,\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ( $j^2 = -1$ )

| forme algébrique | forme trigonométrique |
|---|---|
| $z = x + jy$ | $z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$ |
| $\bar{z} = x - jy$ | $\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$ |
| $\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\rho = \lvert z\rvert$ |
| | $\theta = \arg(z)$ |

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ :

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\|.\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$ ;

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b k f(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$