

Ce document a été numérisé par le <u>CRDP de Montpellier</u> pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

## BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

### TECHNICIEN DU FROID ET DU CONDITIONNEMENT DE L'AIR

Session 2010

## Épreuve scientifique et technique E1

Sous-épreuve E12 - Unité U 12

## MATHÉMATIQUES-SCIENCES PHYSIQUES

### Le sujet comporte deux parties :

• partie mathématiques :

exercice 1 : fonctions numériquesexercice 2 : géométrie - vecteurs

9 points6 points

Professionne

• partie sciences :

- exercice 3 : matériaux inorganiques de construction (ciments, plâtres, verres)

3,5 points

- exercice 4 : mécanique (cinématique)

1,5 point

## L'annexe est à rendre avec la copie d'examen

Un formulaire de mathématiques est joint au sujet page 2/8 et des rappels de relations non exigibles peuvent être donnés dans certains exercices de mathématiques et/ou de sciences physiques.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froid et du Conditionnement de l'Air – SUJET					
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2					
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Page 1 sur 8				

## FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL Secteur industriel: T.F.C.A.

Fonction f	Fonction dérivée f'
f(x)	f'(x)
ax + b	а
$x^2$	2 x
$x^3$	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
u(x) + v(x)	u'(x) + v'(x)
a u(x)	a u'(x)

## Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \binom{a}{a} = \ln a + \ln b$$

$$\ln (a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

## Équation du second degré $a x^2 + b x + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \ ac$$

• Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 a}$$
 et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 a}$ 

• Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

• Si  $\Delta$  < 0, aucune solution réelle

Si 
$$\Delta \ge 0$$
,  $a x^2 + b x + c = a (x - x_1) (x - x_2)$ 

Suites arithmétiques

Terme de rang  $1: u_1$  et raison  $r$ 

Terme de rang  $n: u_n = u_1 + (n-1) r$ 

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k (u_1 + u_k)}{2}$$

### Suites géométriques

Terme de rang  $1:u_1$  et raison q

Terme de rang  $n: u_n = u_1 q^{n-1}$ 

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

### **Trigonométrie**

$$\frac{\text{rigonometre}}{\sin (a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a}$$

$$\cos (a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2 a = 2 \cos a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin a$$

$$\cos 2 a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$=1-2\sin^2 a$$

$$\sin 2 a = 2 \sin a \cos a$$

### Statistiques

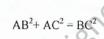
Effectif total 
$$N = \sum_{i=1}^{p} n_i$$

Moyenne 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$$

Variance 
$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Écart type 
$$\sigma = \sqrt{V}$$

## Relations métriques dans le triangle rectangle





$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2 R$$

R: rayon du cercle circonscrit  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 bc \cos \widehat{A}$ 

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

### Aires dans le plan

Triangle:  $\frac{1}{2}bc \sin \hat{A}$ 

Trapèze :  $\frac{1}{2}$  (B+b) h

Disque:  $\pi R^2$ 

### Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : volume = Bh
- Sphère de rayon R:

aire = 
$$4\pi R^2$$

volume = 
$$\frac{4}{3}\pi R^3$$

• Cône de révolution ou pyramide de base B et de

hauteur 
$$h$$
: volume =  $\frac{1}{3}Bh$ 

# Calcul vectoriel dans le plan et dans l'espace $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = xx^{2} + yy^{2} + zz^{2}$$

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{x^{2} + y^{2} + z^{2}}$$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$ :

$$\vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{v}}' = \|\vec{\mathbf{v}}\| \times \|\vec{\mathbf{v}}'\| \cos(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{v}}')$$

$$\vec{v}$$
. $\vec{v}' = 0$  si et seulement si  $\vec{v} \perp \vec{v}'$ 

## PARTIE MATHÉMATIQUES (15 points)

## **EXERCICE 1**: fonctions numériques

9 points

Le système de régulation de température d'un local est schématisé, figure 1, ci-dessous.

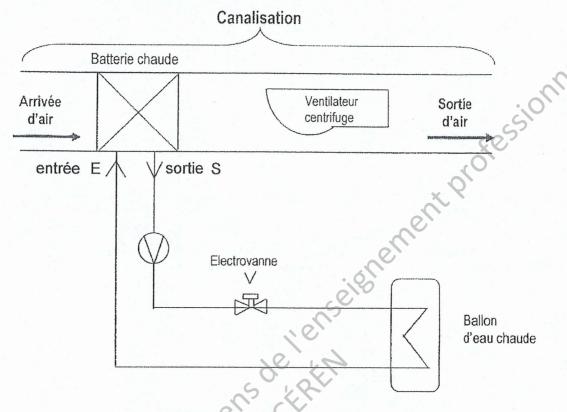


Figure 1 : système de régulation

L'air circulant dans la canalisation se réchauffe en passant à travers une batterie chaude. L'eau circulant dans cette batterie est produite par un ballon d'eau chaude.

On mesure, à l'intérieur de la batterie chaude, l'évolution de la température de l'eau qui y circule. Cette température  $\theta$ , en degré Celsius, évolue en fonction du temps t, en seconde, selon une loi exponentielle définie par la relation 1 suivante :

relation 1: 
$$\theta = 60 + 20 e^{-0.02 t}$$
.

A la sortie S, en fonctionnement nominal, la température de sortie est de 60 °C.

Les objectifs sont d'étudier et de déterminer le temps t nécessaire au système de régulation pour atteindre son fonctionnement nominal.

## <u>Partie A</u> : calcul de la température à l'entrée E

- 1) Calculer la température  $\theta$  de l'eau à l'entrée de la batterie chaude à l'instant t = 0.
- 2) Calculer la température  $\theta$  de l'eau à l'entrée de la batterie chaude à l'instant t = 150. Arrondir le résultat à l'unité.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froi	d et du Conditionnemen	t de l'Air – SUJET			
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2					
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Page 3 sur 8				

## Partie B: étude d'une fonction numérique

Soit la fonction f, de la variable réelle x, définie sur l'intervalle [0; 300] par :

$$f(x) = 60 + 20 e^{-0.02 x}$$

- 1) Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
  - On admet que  $f'(x) = -0.4 e^{-0.02 x}$  et on rappelle que  $e^{-0.02 x}$  est un nombre réel toujours positif. a) , ent profession En déduire le signe de f'(x) sur l'intervalle [0; 300].
  - b) Choisir et recopier parmi les propositions suivantes, la proposition correcte :
    - la fonction f est croissante sur l'intervalle [0; 300].
    - la fonction f est décroissante sur l'intervalle [0; 300].
    - la fonction f est constante sur l'intervalle [0; 300].

Justifier la réponse à l'aide d'une phrase.

- Compléter le tableau de variation de la fonction f donné sur l'annexe à rendre avec la copie.
- 2) Soit  $\mathscr C$  la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal d'unités graphiques telles que : en abscisses 1 cm représente 20 unités en ordonnées 1 cm représente 2 unités.

Soit (T) la tangente à la courbe  $\mathscr C$  au point A d'abscisse x=0. Cette tangente (T) est tracée sur l'annexe à rendre avec la copie.

Justifier qu'une équation de la tangente (T) est y = -0.4 x + 80.

- 3) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f donné sur l'annexe. Arrondir les résultats au dixième.
  - Tracer la courbe & dans le repère de l'annexe. b)
- Tracer la droite (D) d'équation y = 60 dans le repère de l'annexe. 4) a)
  - b) Soit I le point d'intersection de la tangente (T) et de la droite (D). Donner les coordonnées du point I.

## détermination du temps de régulation de la température pour atteindre le fonctionnement nominal

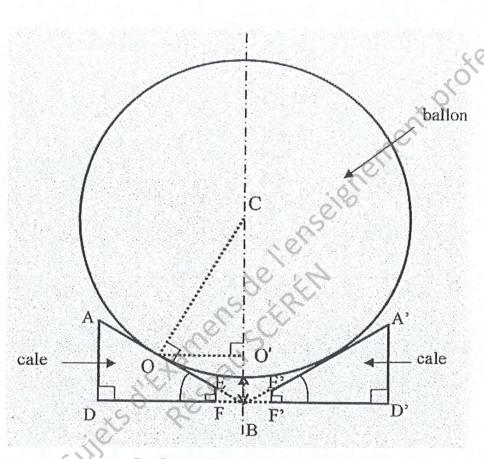
L'exploitation du modèle mathématique conduit à poser : t = x et  $\theta = f(x)$ .

- On appelle constante de temps  $\tau$  de ce système de régulation, l'abscisse du point I. Donner la valeur de  $\tau$  et préciser son unité.
- Le régime nominal est considéré comme atteint à l'instant  $t = 5\tau$ . 2) En déduire le temps nécessaire à ce système pour atteindre son régime nominal.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Fro	id et du Conditionnemen	nt de l'Air – SUJET			
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2					
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	e 4 sur 8				

Le ballon d'eau chaude est un cylindre de diamètre 80 cm. Il est posé sur deux cales identiques qui sont des prismes droits dont la base est un trapèze (figure 2).

L'objectif est d'étudier une mise en place, en équilibre, du ballon d'eau chaude sur les deux cales.

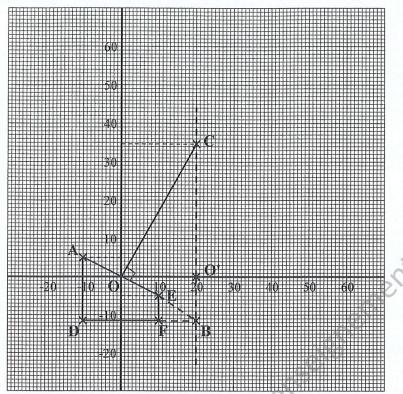


La figure n'est pas à l'échelle.

Figure 2 : coupe perpendiculaire à l'axe du cylindre du ballon d'eau chaude posé sur deux cales

Baccalauréat Professionnel Technicien du Fro	id et du Conditionnemen	t de l'Air – SUJET	
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2	
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Page 5 sur 8		

La figure 3, ci-dessous, représente un schéma simplifié de l'ensemble dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unités graphiques où 1 cm représente 10 cm.



Professionnel

Figure 3: schéma simplifié dans un repère

Pour la fabrication des cales, il est nécessaire de déterminer les longueurs des segments [AD] et [EF].

- 1) Dans le triangle rectangle OO'C, on a : OO' = 20 et OC = 40.
  - a) Calculer la longueur O'C. Arrondir le résultat au centième.
  - b) En déduire l'ordonnée du point C.
  - c) Donner les coordonnées du vecteur OC.
- 2) On prend pour coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{OC}$  (20; 34,64).

Soit  $y_B$  l'ordonnée du point B. Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{OB}$  sont (20;  $y_B$ ).

- a) Exprimer le produit scalaire  $\overrightarrow{OC}$ .  $\overrightarrow{OB}$  en fonction de  $y_B$ .
- b) Les vecteurs  $\overrightarrow{OC}$  et  $\overrightarrow{OB}$  sont orthogonaux. En déduire la valeur  $y_B$ , arrondie au centième.
- 3) On prend pour coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{OB}$ : (20; -11,55).

Calculer la norme du vecteur  $\overrightarrow{OB}$ , notée  $||\overrightarrow{OB}||$ . Arrondir le résultat au dixième.

- Dans le triangle rectangle OCB, on prend CB = 46,2.
  - a) Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{OBC}$ , arrondie au degré.
  - b) En déduire la mesure de l'angle OBD, arrondie au degré.
- 5) On prend : BD = 30, BF = 10 et  $\widehat{OBD}$  = 30°.

Déterminer les longueurs, arrondies au dixième, AD et EF.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Fr	oid et du Conditionnemen	t de l'Air – SUJET			
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2					
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Pag	e 6 sur 8			

## **PARTIE SCIENCES (5 points)**

Pour chaque exercice, des valeurs numériques et des formules pouvant être utilisées sont données à la fin de l'énoncé.

# **EXERCICE 3**: matériaux inorganiques de construction (ciments, plâtres, verres)

3,5 points

Les calles pour poser la citerne seront réalisées à partir d'un ciment.

Dans l'industrie lors de la fabrication du ciment, un mélange de 80 % de calcaire CaCO<sub>3</sub> et de 20 % d'argile est porté à 1 450°C, puis refroidi brutalement et broyé.

On obtient du « clinker » auquel on ajoute du gypse pour former du ciment.

- 1) Le chauffage du calcaire donne du dioxyde de carbone et de la chaux vive CaO.
  - a) Ecrire et équilibrer, si nécessaire, l'équation bilan de la réaction chimique due au chauffage.
  - b) Donner le nom du composé chimique qui permet de mettre en évidence le dioxyde de carbone.
  - c) Calculer la masse molaire moléculaire du calcaire. Préciser l'unité
  - d) Calculer le nombre de moles de calcaire contenues dans 100 kg de calcaire.
  - e) Calculer le volume de dioxyde de carbone dégagé lors du chauffage de 100 kg de calcaire.
- 2) Lors de son utilisation, on ajoute de l'eau au ciment.
  - a) Choisir parmi les trois propositions ci-dessous le type de réaction effectuée :

condensation hydratation polyaddition

b) Le moment où la pâte devient rigide est appelé « prise du ciment ». Cette prise est dite « exothermique ». Donner la signification de ce terme en rédigeant la réponse.

Valeurs numériques	Formules		Unités
<ul> <li>M(Ca) = 40 g/mol</li> <li>M(C) = 12 g/mol</li> <li>M(O) = 16 g/mol</li> </ul>	$\bullet  n = \frac{m}{M}$		m en g $M$ en g/mol $n$ en mol
• $V_m = 24 \text{ L/mol}$	• $V = n . V_m$	•	$V_m$ en L/mol

## **EXERCICE 4**: mécanique (cinématique)

1,5 point

Le ventilateur utilisé pour mettre l'air en mouvement a une fréquence de rotation n = 390 tr/min, fréquence qu'il atteint au bout d'un temps t = 25 s, lors du démarrage.

- 1) Calculer:
  - a) sa fréquence de rotation n en tr/s.
  - b) sa vitesse angulaire ω *arrondie au dixième*.
- Calculer la valeur, *arrondie au dixième*, de son accélération angulaire α lors de sa mise en fonctionnement.

Formules	Unités
	<ul> <li>ω et Δω en rad/s</li> </ul>
$\bullet  \omega = 2 \pi n$	• <i>n</i> en tr/s
$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta \omega}$	• $\Delta t$ en s
$\Delta t$	• $\alpha$ en rad/s <sup>2</sup>

Baccalauréat Professionnel Technicien du Fro	oid et du Conditionnemen	t de l'Air – SUJET			
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2					
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Page 7 sur 8				

## ANNEXE à rendre avec la copie

## **EXERCICE 1**: fonction numérique

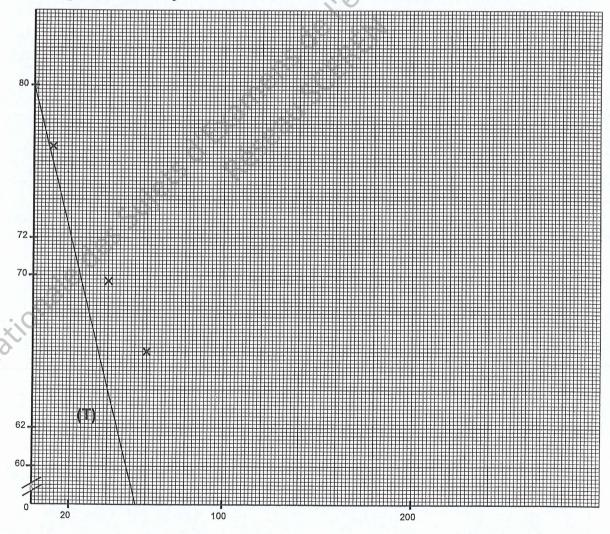
## • Tableau de variation

x	0	300
Signe de $f'(x)$		
Variation de la fonction f		
		6.0

### Tableau de valeurs

Valeurs de x	0	10	40	60	80	100	150	200	250	300
Valeurs de f (x)  arrondies au dixième	80	76,4	69,0	66		180				

## • Courbe représentative de f



Baccalauréat Professionnel Technicien du Fro	oid et du Conditionnemen	t de l'Air – SUJET		
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques 2 heures Coefficient 2				
Repère de l'épreuve : 1006-TFC ST 12	Page 8 sur 8			