BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Production Graphique

Production Imprimée

Épreuve E1 – Épreuve Scientifique et Technique

Mathématiques - Sciences Physiques (E12)

DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

MATHÉMATIQUES (15 points)

Une marque de vêtements souhaite lancer une nouvelle ligne, baptisée « **Y**oung **W**ave », pour les jeunes. Cette marque fait appel à une agence pour concevoir un logo sur une plaque rectangulaire, en P.V.C., de 21 cm de longueur et de 12 cm de largeur. La proposition retenue comporte deux lettres **Y** et **W** de couleur jaune. Certaines parties des deux lettres comportent, en plus, des motifs unicolores ou des étoiles. La **figure 1** est une représentation indicative de ce logo.

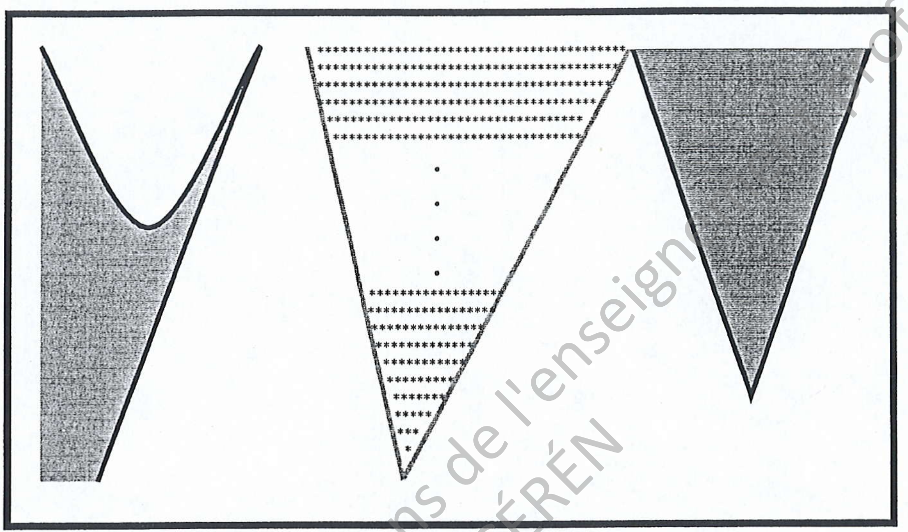
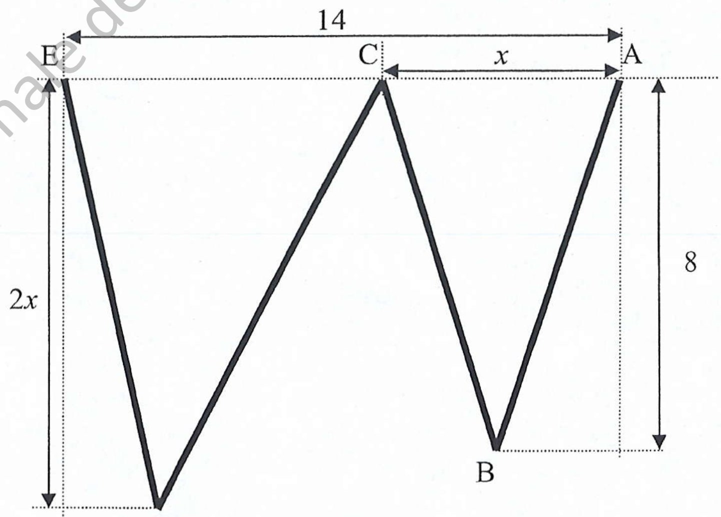


Figure 1 (la figure n'est pas l'échelle)

L'étude porte sur les dimensions des lettres, sur le nombre d'étoiles et sur le taux de couverture d'encre.

<u>Partie A</u> : Étude de l'aire du motif coloré de la lettre W. ***(3,5 points)***



La lettre **W** est représentée sur la **figure 2** ci-contre.

Les cotes sont en cm.

On note x = AC avec $2 \leqslant x \leqslant 6$.

Figure 2 (la figure n'est pas à l'échelle)

1. **Cas particulier :**

   Dans cette question, on suppose que x est fixé et que $x = 3$ cm.

   a. Déterminer la longueur du segment CE.

   b. En déduire l'aire du triangle CDE.

2. **Cas général :**

   Dans cette question, x est compris entre 2 cm et 6 cm.

   a. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle ABC.

   b. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle CDE.

   c. Montrer que l'aire totale $\mathcal{A}$ de la figure composée par les triangles ABC et CDE est donnée par l'expression : $\mathcal{A} = -x^2 + 18x$.

   d. On souhaite que l'aire totale $\mathcal{A}$ soit égale à 60,75 cm².

   d.1. Résoudre l'équation $-x^2 + 18x - 60{,}75 = 0$.

   d.2. En déduire la valeur de la cote x qui permet d'avoir $\mathcal{A} = 60{,}75$ cm².

Partie B : Étude du nombre d'étoiles de l'autre partie de la lettre W. ***(2,5 points)***

La **figure 3** ci-dessous est un agrandissement de la partie de la lettre **W** qui comporte le motif avec des étoiles.

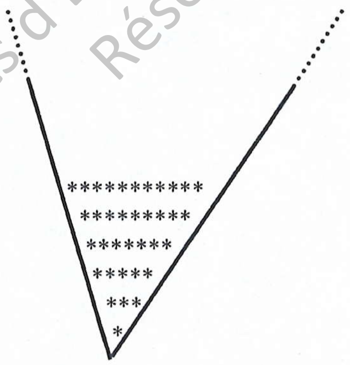


Figure 3

Les étoiles situées à l'intérieur de la lettre W sont disposées sur des rangées horizontales. On désigne par u_n le nombre d'étoiles situées sur la $n^{\text{ième}}$ rangée (en partant du bas vers le haut).
Le premier terme de la suite (u_n) est $u_1 = 1$; il désigne le nombre d'étoiles situées sur la première rangée.

1. Les termes u_2 et u_3 donnent respectivement le nombre d'étoiles sur les $2^{\text{ème}}$ et $3^{\text{ème}}$ rangées. Déterminer, à l'aide de la **figure 3**, les valeurs de u_2 et u_3.

On suppose que la suite (u_n) est une suite arithmétique.

2. Préciser la raison de la suite (u_n).

   À l'aide du formulaire, montrer que le terme u_n peut s'écrire : $u_n = 2n - 1$.

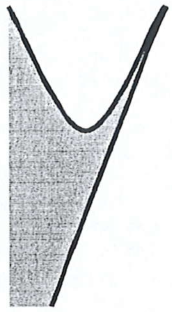
3. Le nombre total de rangées d'étoiles est 25.

   a. Déterminer le nombre d'étoiles situées sur la dernière rangée horizontale.

   b. Calculer le nombre total d'étoiles contenues dans le triangle CDE.

<u>**Partie C**</u> **: Étude de la lettre Y et de son motif coloré.** *(8 points)*

Dans cette partie, la forme de la lettre **Y** est modélisée à l'aide de la représentation graphique d'une fonction f et de la tangente en un point donné.



1. La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 2] par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

   a. f' désigne la dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$.

   b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

   c. Compléter, sur **l'annexe 1 page 8 / 10,** le tableau de variations de la fonction f.

   d. Compléter, sur **l'annexe 1**, le tableau de valeurs de la fonction f.

   e. Tracer sur le papier millimétré de **l'annexe 1,** la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 2].

2. Soit J et K les points de coordonnées respectives (2 ; 5) et (0,75 ; 0). On admet que la droite (JK) est tangente au point J à la courbe $\mathscr{C}$.

   a. Vérifier par le calcul que le point J appartient à la courbe $\mathscr{C}$.

   b. Placer le point J sur **l'annexe 1** et tracer le segment [JK].

3. **Étude de l'aire de la partie colorée.**

   a. À l'aide du graphique de **l'annexe 1**, calculer, en unité d'aire, l'aire du triangle JKL rectangle en L où L est le point de coordonnées (2 ; 0).

   b. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle [0 ; 2] par $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x$ est une primitive de la fonction f.

   c. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_0^2 f(x)\,dx$ qui correspond à l'aire délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

   d. Une unité d'aire du graphique correspond à 4 cm² d'aire du logo réel. En déduire l'aire, en cm², de la partie colorée de la lettre **Y** du logo réel. Arrondir le résultat au centième.

Partie D : Étude du taux de couverture d'encre. ***(1 point)***

L'aire totale de la plaque rectangulaire est 252 cm^2.

On considère que l'aire de couverture d'encre de l'habillage de la lettre **Y** est égale à 16,8 cm^2 et celle de la lettre **W** est égale à 32 cm^2 (aire totale du triangle coloré et des étoiles).

Le taux de couverture d'encre est défini comme le rapport de l'aire imprimée sur l'aire totale de la plaque.

Calculer le taux de couverture d'encre de la plaque en P.V.C. Le résultat sera arrondi à 0,1%.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

<u>Exercice n°1</u> *(2,5 points)*

À l'entrée du magasin de vêtements, un panneau représente le logo de la nouvelle ligne «Young Wave».

En lumière blanche :

- les lettres Y et W apparaissent jaune,
- les étoiles apparaissent noire,
- le fond apparaît blanc.

Le panneau est éclairé par deux projecteurs.

Le tableau ci-dessous indique la couleur des différentes parties du logo en fonction de l'éclairage des projecteurs.

Choix d'éclairage	Projecteur 1	Projecteur 2	Couleur des lettres	Couleur du fond	Couleur des étoiles
n°1	Blanc	Blanc	Jaune	Blanc	Noir
n°2	Rouge	Bleu			Noir
n°3	Rouge	Vert			

1. Compléter ce tableau en **annexe 2, page 9 / 10** en utilisant les synthèses additive et soustractive des couleurs. La synthèse additive des couleurs est rappelée sur **l'annexe 2.**

2. Sur un logo, les lettres doivent être bien visibles.
Un des trois éclairages proposés n'est donc pas judicieux. Indiquer lequel et justifier la réponse.

3. Le premier projecteur émet une lumière monochromatique de fréquence $f_1 = 4{,}6.10^{14}$ Hz et de longueur d'onde λ_1.
   a. Vérifier que la valeur de λ_1 arrondie à l'unité est 652 nm.

Le deuxième projecteur émet une lumière de longueur d'onde $\lambda_2 = 450$ nm.

   b. À quelles couleurs correspondent les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ?

   c. À quel choix d'éclairage cela correspond-il ?

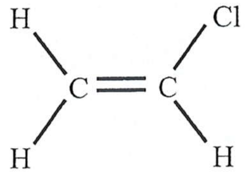
On donne :

λ (nm)	400-440	440-490	490-565	565-595	595-620	620-750
Couleur dominante	Violet	Bleu	Vert	Jaune	Orange	Rouge

On rappelle : vitesse de la lumière $c = 3\times10^{8}$ m/s, $\lambda = \dfrac{c}{f}$, $1 \text{ nm} = 10^{-9}$m

Exercice n°2 *(2,5 points)*

Le panneau sur lequel est représenté le logo est en polychlorure de vinyle (P.V.C.). Le P.V.C. est obtenu par polymérisation du chlorure de vinyle dont la formule est :



1. Écrire la formule brute du chlorure de vinyle.

2. Expliquer pourquoi le chlorure de vinyle peut se polymériser.

3. Le motif du polychlorure de vinyle est représenté ci-contre : $-\!\!\left[CH_2 - CHCl \right]\!\!-$
   a. Calculer la masse molaire du motif.
   b. L'équation bilan de la réaction de polyaddition s'écrit :

$$n\ CH_2 = CHCl \longrightarrow -\!\!\left[CH_2 - CHCl \right]_n$$

où n est le degré de polymérisation.
La masse molaire du P.V.C. obtenu est M (P.V.C.) = 62 500 g/mol.
Calculer le degré de polymérisation n correspondant.

On donne :

Masses molaires : M(C) = 12 g/mol M(H) = 1g/mol M(Cl) = 35,5 g/mol

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

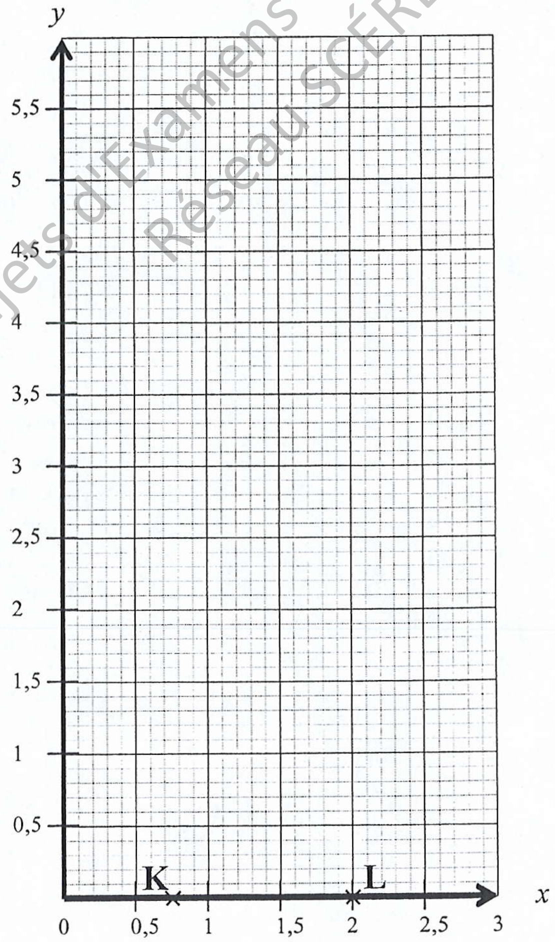
Partie C question **1.c.** Compléter le tableau de variations de la fonction *f*.

x	0 2
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Partie C question **1.d :** Compléter le tableau de valeurs de la fonction *f*.

x	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	.....	.....	3	.....	.....

Partie C questions **1.e, 2.b et 3.a.**



ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Choix d'éclairage	Projecteur 1	Projecteur 2	Couleur des lettres	Couleur du fond	Couleur des étoiles
n°1	Blanc	Blanc	Jaune	Blanc	Noir
n°2	Rouge	Bleu			Noir
n°3	Rouge	Vert			

Synthèse additive des couleurs :

rouge + bleu $\rightarrow$ magenta

rouge + vert $\rightarrow$ jaune

vert + bleu $\rightarrow$ cyan

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie-Énergétique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

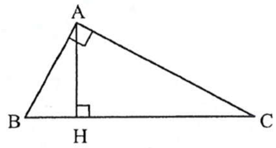
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$