Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

BREVET DES MÉTIERS D'ART
ÉBÉNISTE

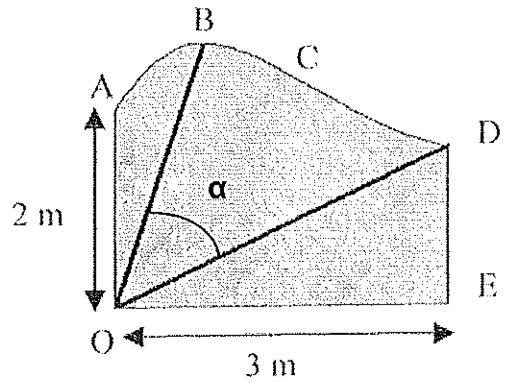
C3 - Mathématiques et Sciences Appliquées

Session 2010

MATHÉMATIQUES
(24 points)

Problème (20 points)

Un artisan doit réaliser une porte en bois comme l'indique la figure suivante, consolidée par deux barres métalliques OB et OD (l'unité de mesure est le mètre).



I - Étude de la partie AC

1) La partie AC est un arc d'une parabole P dont l'équation est de la forme

$$y = -x^2 + 2x + c$$

Déterminer le coefficient c sachant que P passe par le point A(0 ; 2).

2) On admet que la parabole P est la représentation graphique de la fonction f définie sur [0 ;1,5] par $f(x) = -x^2 + 2x + 2$.

   a. Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 1,5]

   c. Donner le tableau de variation de f

   d. Compléter le tableau de valeurs (tableau 1 annexe 1).

   e. Tracer la représentation graphique de f dans le repère annexe 1.

   f. Déterminer l'ordonnée de B correspondant au maximum de la fonction sur [0 ; 1,5].

II - Étude de la partie CD

La partie CD est la représentation graphique d'une fonction g définie sur l'intervalle [1,5 ; 3] par

$$g(x) = \frac{3}{x} + 0,75$$

a. Déterminer $g'(x)$

b. Quel est le signe de $g'(x)$ sur [1,5 ; 3] ?

c. Donner le tableau de variation de g

d. Compléter le tableau de valeurs (tableau 2 annexe 1)

e. Donner les coordonnées de D, minimum de la fonction g sur [1,5 ; 3]

f. Tracer la représentation graphique de g dans le même repère que la représentation graphique de f dans le repère de l'annexe 1.

III - <u>Calcul de surface</u>

a. Calculer $I = \int_{0}^{1,5} f(x).dx$ Exprimer le résultat arrondi au millième.

Hachurer sur le graphique de l'annexe 1 la surface correspondant à cette intégrale.

b. Montrer que $G(x) = 3\ln x + 0,75\,x + K$ est une primitive de $g(x)$. Calculer $J = \int_{1,5}^{3} g(x).dx$

c. En déduire l'aire de la surface totale S de la porte.

IV - <u>Pour consolider la porte, l'artisan fixe deux barres métalliques OB et OD, ce système de consolidation est efficace si l'angle 35° < α < 45°.</u>

On admettra que les points B et D ont pour coordonnées respectives : (1 ; 3) et (3 ; 1,75).

a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OD}$.

b. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OD}$. Arrondir les résultats au centième.

c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OB} \bullet \overrightarrow{OD}$

d. Calculer l'angle α et conclure.

Exercice (4 points)

Un artisan achète une machine dont le prix est de 8 000 €. On estime que cette machine se déprécie de 7 % par an.

On note u_1 le prix de la machine la première année.

1. Calculer u_2, prix de la machine la deuxième année. Calculer également u_3 et u_4.
2. Montrer que ces valeurs forment une suite géométrique. Préciser la raison.
3. On note u_n la valeur de la machine la $n^{\text{ième}}$ année. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
4. En déduire la valeur au bout de la $7^{\text{ème}}$ année.
5. Le contrat souscrit stipule que la machine sera remplacée dès que sa valeur atteint 3 350 €.
   Déterminer le nombre d'année d'utilisation de cette machine.

SCIENCES PHYSIQUES
(16 points)

Les 2 exercices sont indépendants

Exercice 1 (8 points) : Matières plastiques

Les recherches de design dans le meuble contemporain amènent à intégrer à celui-ci de nouveaux matériaux, des matières plastiques notamment.
Le fauteuil en acajou et plexiglas® de l'artiste et designer *Philippe Starck* en est un exemple (photo ci-après).

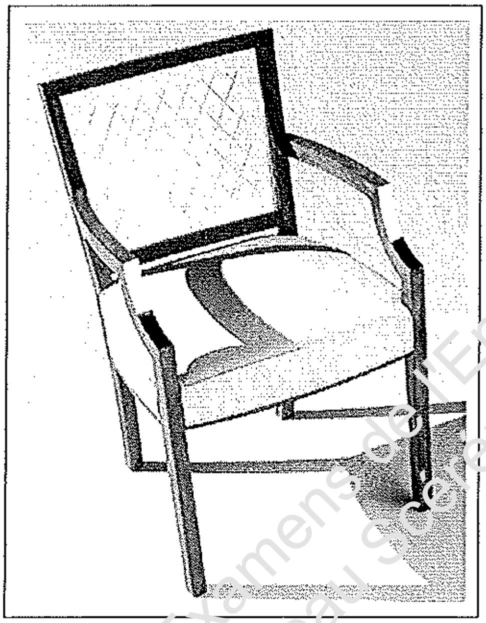


Photo reproduite avec l'aimable autorisation de StarckNetwork.

Le plexiglas® est une matière plastique obtenue par polymérisation du méthacrylate de méthyle de formule semi- développée $CH_2 = \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}} - COOCH_3$.

1. Écrire la formule brute du méthacrylate de méthyle.
2. Déterminer sa masse molaire.
3. Le méthacrylate de méthyle se polymérise par polyaddition. Ecrire l'équation de la réaction.
4. Donner le nom du polymère obtenu.
5. La masse molaire de ce dernier est 150 kg/mol. Déterminer l'indice moyen n de polymérisation.
6. Le plexiglas® fait partie des *thermoplastiques*. Définir ce terme.
7. Tous les polymères ne sont pas obtenus par polyaddition. Citer un autre type de réaction de polymérisation.

On donne : $M(C) = 12$ g/mol ; $M(H) = 1$ g/mol ; $M(O) = 16$ g/mol

Exercice 2 (8 points) : Ondes électromagnétiques

Le Musée du Louvre possède un accélérateur de particules, nommé « *Aglaé* » entièrement dédié à l'analyse d'œuvres et d'objets du musée.
Au cœur de la machine, des atomes accélérés pénètrent leur cible et entrent en collision avec les électrons des éléments chimiques qui composent l'œuvre d'art. Le choc bouleverse l'arrangement électronique des atomes de la matière constituant l'œuvre ; ils émettent ainsi des ondes sous forme de rayons X. La détermination de l'énergie des rayons X ainsi produits sert à identifier les éléments chimiques constituant l'objet analysé.

Le tableau ci-dessous donne les énergies, en joule, caractéristiques de quelques éléments :

Elément chimique	Fer	Aluminium	Cuivre	Soufre
Energie (J)	$7{,}45.10^{-16}$	$2{,}38.10^{-16}$	$1{,}29.10^{-15}$	$3{,}69.10^{-16}$

Les ondes émises se propagent dans l'air à la vitesse de 3.10^{8} m/s.

1. Un élément constituant un objet analysé émet des ondes électromagnétiques de longueur d'onde

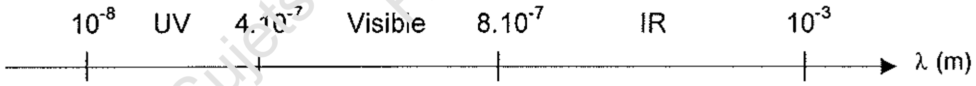
$$\lambda = 1{,}540.10^{-10}\ \text{m}.$$

   a) Déterminer la fréquence correspondant à ce rayonnement.

   b) Déterminer l'énergie transportée.

   c) De quel élément s'agit-il ?

2. On donne les longueurs d'onde d'autres rayonnements utilisés pour l'analyse d'œuvres d'art :



Lors de l'étude d'une ancienne huile sur toile, les scientifiques cherchent à savoir si un croquis au carbone a été réalisé sous les couches de peinture. Sachant que la fréquence de l'onde permettant de détecter le carbone est $1{,}67\ 10^{14}$ Hz, indiquer quel type de rayonnement permettra de révéler le croquis.

On donne : $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$; $E = h\nu$; $h = 6{,}62.10^{-34}\ J.s$

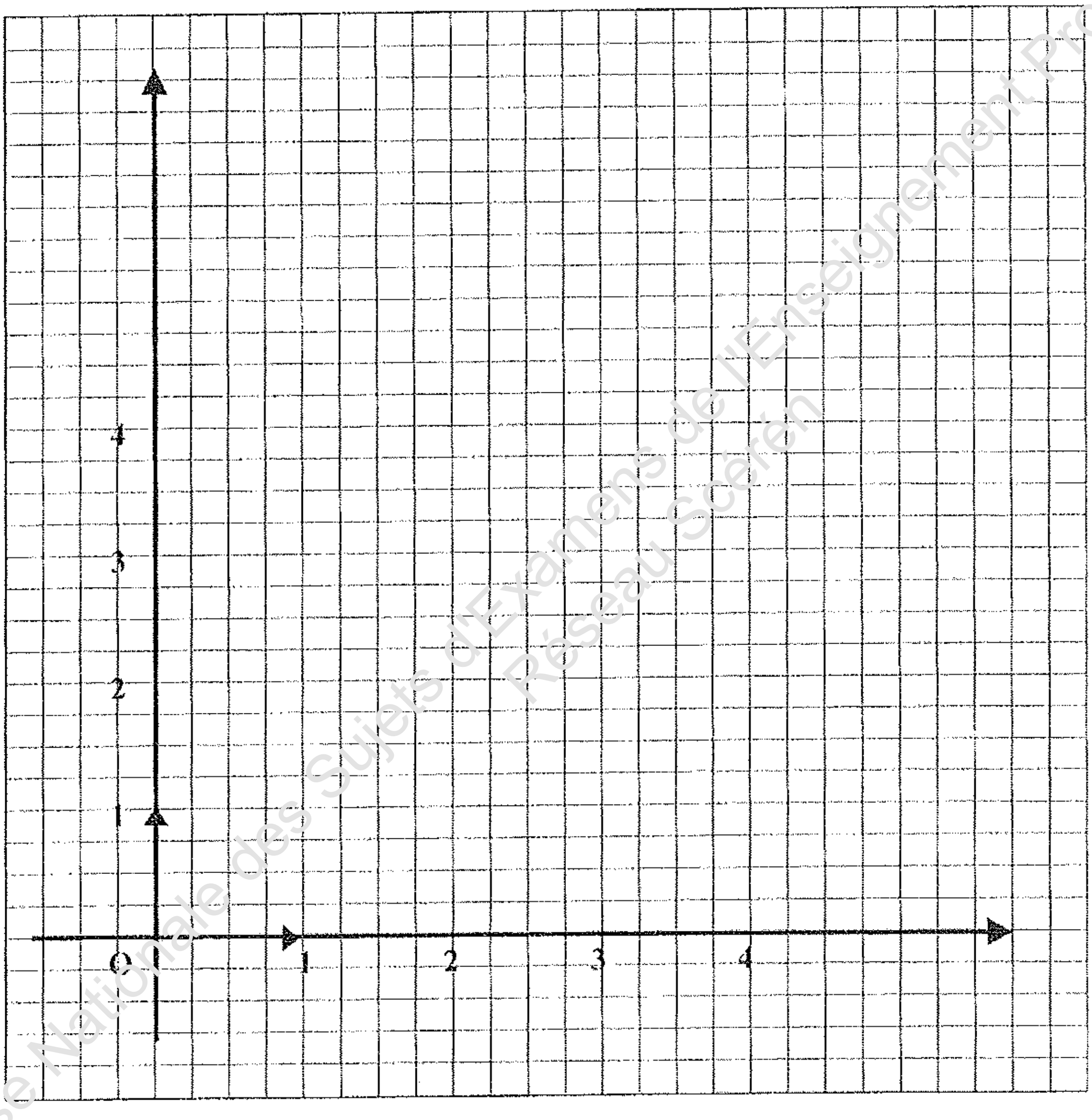
ANNEXE 1 A RENDRE AVEC LA COPIE

TABLEAU 1

x	0	0.5	1	1.5
$f(x)$				

TABLEAU 2

x	1.5	2	2.5	3
$g(x)$				



Fonction f	**Dérivé f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien :

- $\ln(a^n) = n\ln(a)$
- $\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln(\frac{a}{b}) = \ln(a) - \ln(b)$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :
  $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :
  $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques :

Terme de rang 1 : u_1 et de raison r

- Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
- Somme des k premiers termes :
  $u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques :

Terme de rang 1 : u_1 et de raison q

- Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
- Somme des k premiers termes :
  $u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Calcul vectoriel dans le plan et dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy'$ | $\vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

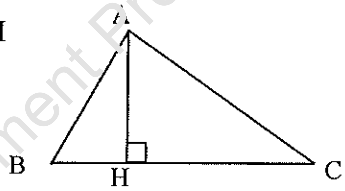
- Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$: $\vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v},\vec{v'})$

$$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0 \Leftrightarrow \vec{v} \perp \vec{v'}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

ABC rectangle en A, hauteur AH

- $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- $AH \times BC = AB \times AC$
- $AB^2 = BH \times BC$
- $AH^2 = BH \times CH$



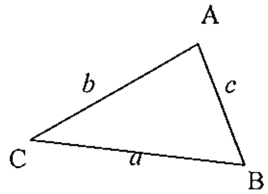
- $\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle quelconque.

R : rayon du cercle circonscrit.

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$



Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}$ ab $\sin\widehat{C}$; Trapèze : $\frac{1}{2}$ (B+b)h

Secteur circulaire : $\pi R^2 \times \frac{\alpha°}{360}$; Disque : πR^2 ;

Calcul intégral

- $\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$ (Relation de Chasles)
- $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$
- $\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$