

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SOUS ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

GROUPEMENT D

Durée : 2 heures

| Spécialité | Coefficient |
|---|-------------|
| Analyses de biologie médicale | 1 |
| Bio analyses et contrôles | 2 |
| Biotechnologie | 1,5 |
| Hygiène-propreté-environnement | 2 |
| Industries plastiques-europlastic-à référentiel commun européen | 1,5 |
| Métiers de l'eau | 1,5 |
| Peintures, encres et adhésifs | 2 |
| Qualité dans les industries alimentaires et les bio-industries | 2 |

Ce corrigé comporte 3 pages (y compris celle-ci)

**ÉLÉMENTS DE RÉPONSE
PROPOSITION DE BARÈME**

EXERCICE 1 (11 points)

PARTIE A (2,5 points)

1. $y(t) = k e^{-0,2t}$, où k est une constante réelle. 0,5 point
2. $a = 0,2$
- Calcul de $h'(t)$ puis utilisation de l'équation (E) pour déterminer a . 1 point
3. $y(t) = k e^{-0,2t} + 0,2t e^{-0,2t}$ 0,5 point
4. $f(t) = 0,2t e^{-0,2t}$ 0,5 point

PARTIE B (5,75 points)

1. La limite de f en $+\infty$ est 0. (Résultat et un minimum de justification attendus)
L'axe des abscisses est une asymptote horizontale de la courbe C . 1,25 point
2. On attend une étape de calcul au moins, la valeur de $f'(t)$ étant donnée. 0,75 point
3. Détermination du signe de $f'(t)$ puis tableau de variation : 1,25 point

| | | | |
|---------|---|----------|-----------|
| t | 0 | 5 | $+\infty$ |
| $f'(t)$ | + | 0 | - |
| f | 0 | e^{-1} | 0 |

4. a) 1 point
Pénalisation globale de 0,25 à partir de deux erreurs d'arrondi.

| | | | | | | | |
|--------|---|------|------|------|------|------|------|
| x | 0 | 2,5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| $f(x)$ | 0 | 0,30 | 0,37 | 0,27 | 0,15 | 0,07 | 0,03 |

RQ : les images de 0 et 5 ont déjà été calculées pour la question 3.

- 4.b) 1,5 point
Respect des unités.
Placement précis des points correspondant au a) et tracé de C cohérent avec le tableau de variations.

PARTIE C (2,75 points)

1. environ 23 min. Accepter toute réponse cohérente avec le graphique du candidat. 0,5 point
2. a) On valorise la décision de calculer $F'(t)$ et un calcul aboutissant à $f(t)$. 1 point
2. b) $V_m = \frac{1}{23} \int_0^{23} f(t) dt$, puis $V_m = \frac{1}{23} [F(23) - F(0)]$, puis $V_m = \frac{1}{23} (5 - 28e^{-4,6}) \approx 0,21$
arrondi au centième. 1 point

2. c) La valeur moyenne calculée au b) représente la quantité moyenne de médicament (exprimée en ml) présente dans l'organisme du patient au cours des 23 minutes suivant l'injection. 0,25 point

EXERCICE 2 (9 points)

PARTIE A (3,5 points)

1. On cherche $P(1,35 \leq X \leq 1,65)$.

Calcul de $P(1,35 \leq X \leq 1,65)$: $P(1,35 \leq X \leq 1,65) \approx 0,97$.

2 points

2. On cherche σ_1 tel que $P(1,35 \leq X_1 \leq 1,65) = 0,99$.

$\sigma_1 \approx 0,06$

1,5 point

PARTIE B (3 points)

1. • Chaque prélèvement est constitué par 20 épreuves élémentaires indépendantes puisque le prélèvement est assimilé à un tirage avec remise.

• Chaque épreuve élémentaire (le tirage d'un tube de type 2) peut déboucher sur deux résultats et deux seulement : le tube est défectueux, événement de probabilité $p = 0,02$, et le tube n'est pas défectueux, événement de probabilité $q = 1 - p = 0,98$.

• La variable aléatoire Y_1 associe à ces tirages le nombre total de tubes défectueux.

Donc Y_1 suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,02$.

1,5 point

2. On cherche $P(Y_1 \leq 1)$.

Calcul de $P(Y_1 \leq 1)$: $P(Y_1 \leq 1) \approx 0,94$.

1,5 point

PARTIE C (2,5 points)

1. $h \approx 0,20$.

1 point

2. On prélève au hasard et avec remise un échantillon de 100 tubes de type 3 dans la livraison et on calcule la moyenne \bar{z} des longueurs des tubes de cet échantillon.

La règle de décision est :

• Si \bar{z} appartient à $[299,8 ; 300,2]$, on accepte H_0 au seuil de 0,05.

• Sinon, on rejette H_0 et on accepte H_1 .

1 point

3. $\bar{z} \approx 299,90$.

\bar{z} appartient à l'intervalle d'acceptation de H_0 .

On accepte l'hypothèse H_0 : la livraison est considérée comme conforme pour la longueur.

0,5 point