BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTIONS « VERRERIE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE » ET « MÉTIERS DE L'ENSEIGNE ET DE LA SIGNALÉTIQUE »

SESSION 2011

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Barème :
Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- **Mathématiques : 12 points**
- **Sciences physiques : 8 points**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

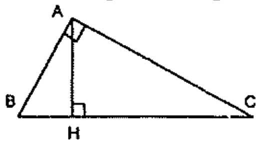
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHÉMATIQUES (12 points)

Les exercices 1 et 2 peuvent être traités de façon indépendante.

<u>EXERCICE 1</u> (8,5 points)

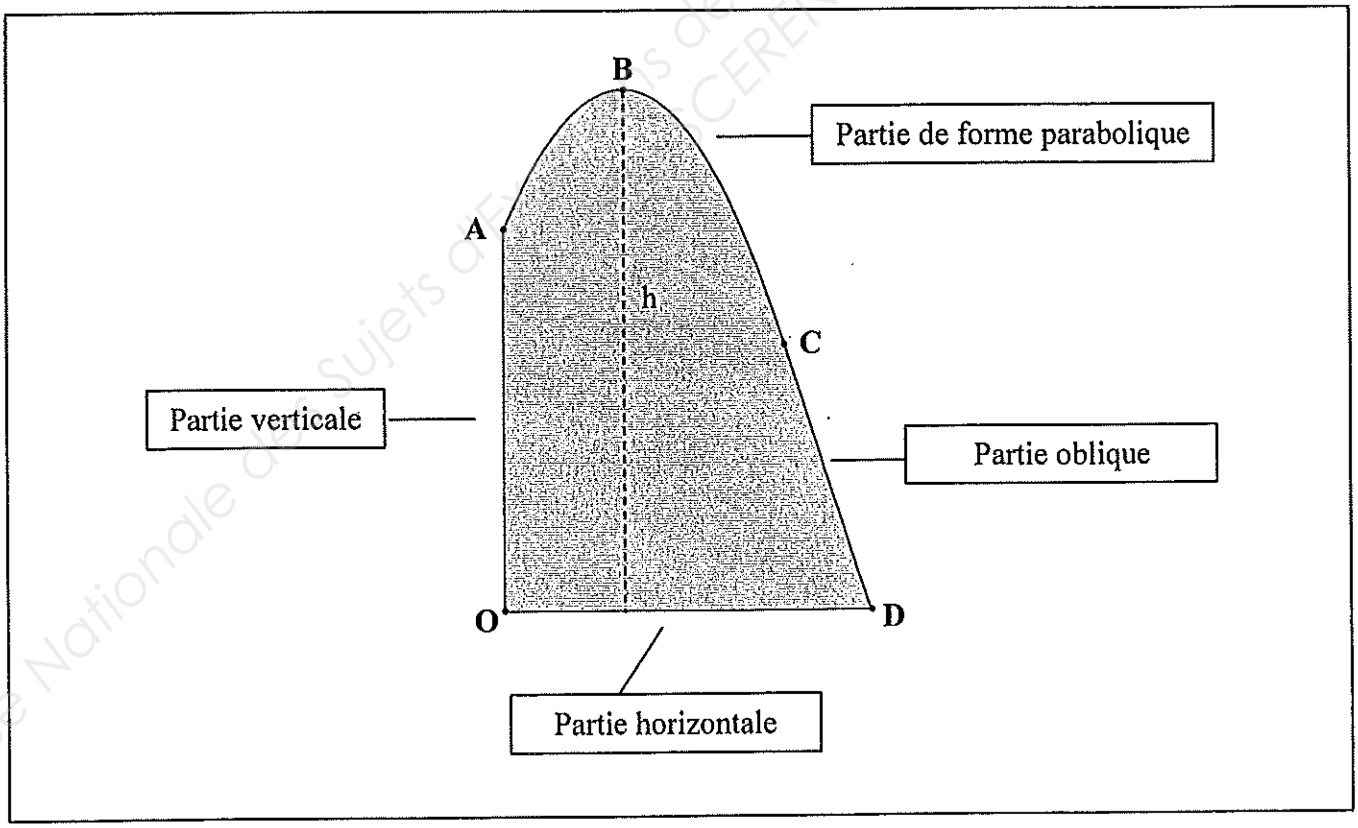
Le directeur d'une société souhaite faire réaliser une enseigne qu'il placera devant son entreprise.
Les quatre parties constituant le contour de cette enseigne, quand elle sera posée, sont :

- une partie verticale ;
- une partie de forme parabolique ;
- une partie oblique ;
- une partie horizontale.

Les contraintes liées à la forme de cette enseigne sont :

- la longueur de la partie verticale doit être de 2m ;
- la longueur de la partie horizontale doit être comprise entre 1,50m et 2m ;
- la partie oblique doit être tangente à la forme parabolique ;
- la hauteur totale h de l'enseigne doit être comprise entre 2,50m et 3m.

Les quatre parties sont organisées comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions exactes de l'enseigne en utilisant un modèle mathématique.

Partie 1 : Étude de fonction

Soit la fonction f de la variable x définie sur l'intervalle [0 ; 1,5] par

$$f(x) = -1{,}8\,x^2 + 2{,}3\,x + 2$$

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. On appelle x_0 la solution de cette équation. Donner la valeur arrondie au centième de x_0.

3) Compléter le tableau de variation de la fonction f en **annexe 1** (à rendre avec la copie).

4) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f en **annexe 1.** Les valeurs de $f(x)$ données dans le tableau sont arrondies au centième.

5) On appelle P la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 2** (à rendre avec la copie).

   a) On appelle A le point de P d'abscisse 0. Donner l'ordonnée de A.

   b) On appelle C le point de P d'abscisse 1,5. Donner l'ordonnée de C.

   c) Placer les points A et C dans le plan de l'**annexe 2.**

6) On appelle B le point de P dont l'ordonnée est maximale.

   a) En utilisant le tableau de valeurs de l'**annexe 1,** écrire les coordonnées du point B arrondies au centième.

   b) Placer le point B dans le plan de l'**annexe 2.**

7) Tracer la courbe P.

Partie 2 : Étude de tangente

1) On appelle T la tangente à la courbe P au point C de coordonnées (1,5 ; 1,4).
   On rappelle que $f'(x) = -3{,}6\,x + 2{,}3$.
   Calculer le nombre dérivé de f pour $x = 1{,}5$.

2) Vérifier qu'une équation de T est $y = -\,3{,}1\,x + 6{,}05$.

3) On appelle D le point d'intersection de T avec l'axe des abscisses.

   a) Déterminer par le calcul l'abscisse de D. Arrondir le résultat au centième.

   b) Placer le point D.

4) Tracer le segment [CD].

Partie 3 : Étude des contraintes de l'enseigne installée.

Les segments [OA], [CD], [OD] et la courbe *P* modélisent les contours de l'enseigne.
Une unité du repère de l'**annexe 2** représente 1 mètre.

1) Déterminer la longueur réelle de la partie horizontale.

2) Déterminer la hauteur totale h de l'enseigne.

3) Les quatre contraintes liées à la forme de l'enseigne, définies en début d'exercice, sont-elles respectées ? Justifier chaque réponse.

<u>EXERCICE 2</u> (3,5 points)

Une entreprise de communication graphique souhaite réaliser des prévisions à long terme en étudiant l'évolution de son chiffre d'affaires entre 2002 et 2010.

Les valeurs de son chiffre d'affaires sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffre d'affaires en millions d'euros (y_i)	11	11,6	12,6	13,6	14	14,7	15,6	16,1	17

1) Placer dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 3** (à rendre avec la copie) les quatre points (x_i ; y_i) correspondant aux années 2002, 2006, 2008, 2010.

2) On considère comme droite d'ajustement, la droite passant par les points A (3 ; 12,6) et B (8 ; 16,1).

   a) Tracer cette droite.

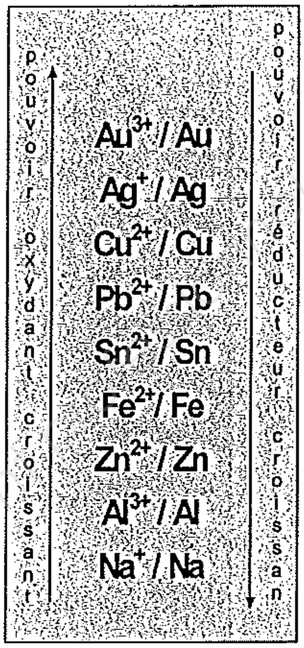
   b) Déterminer graphiquement le chiffre d'affaires prévisionnel pour l'année 2012. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

3) Vérifier qu'une équation de la droite (AB) est $y = 0{,}7\,x + 10{,}5$.

4) Déterminer par le calcul le chiffre d'affaires prévisionnel en 2015.

SCIENCES PHYSIQUES (8 points)

EXERCICE 1 – Corrosion – Protection (4 points)



Le support de fixation d'une enseigne est en acier inoxydable. Toutefois pour des raisons de coût, on étudie la possibilité d'utiliser un support en fer que l'on désire recouvrir de zinc.

1) Écrire la demi-équation d'oxydation du zinc.
2) Écrire la demi-équation de réduction de l'ion Fe^{2+}.
3) Écrire la réaction d'oxydo-réduction entre les deux couples.
4) Justifier l'intérêt de recouvrir l'acier avec une couche de zinc.
5) Donner un autre exemple de protection possible du fer.

EXERCICE 2 – Fréquence d'un rayonnement lumineux (4 points)

Un néon de couleur orange et un néon de couleur verte permettent la mise en lumière d'une enseigne.

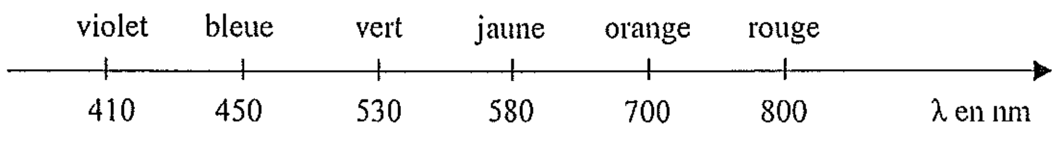
1) Donner la longueur d'onde de chacun des deux rayonnements.

2) a) La fréquence du rayonnement de couleur orange (en Hz) correspond à l'une des trois propositions suivantes : $4,29 \times 10^{-4}$; $4,29 \times 10^{5}$; $4,29 \times 10^{14}$.

   Recopier sur la copie la proposition qui semble exacte (aucune justification n'est demandée).

   b) Calculer la fréquence du rayonnement de couleur verte. Écrire le résultat en utilisant la notation scientifique.

Informations :



$\lambda = \frac{c}{f}$ avec $c = 3 \times 10^{8}$ m/s

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Tableau de variation de la fonction f

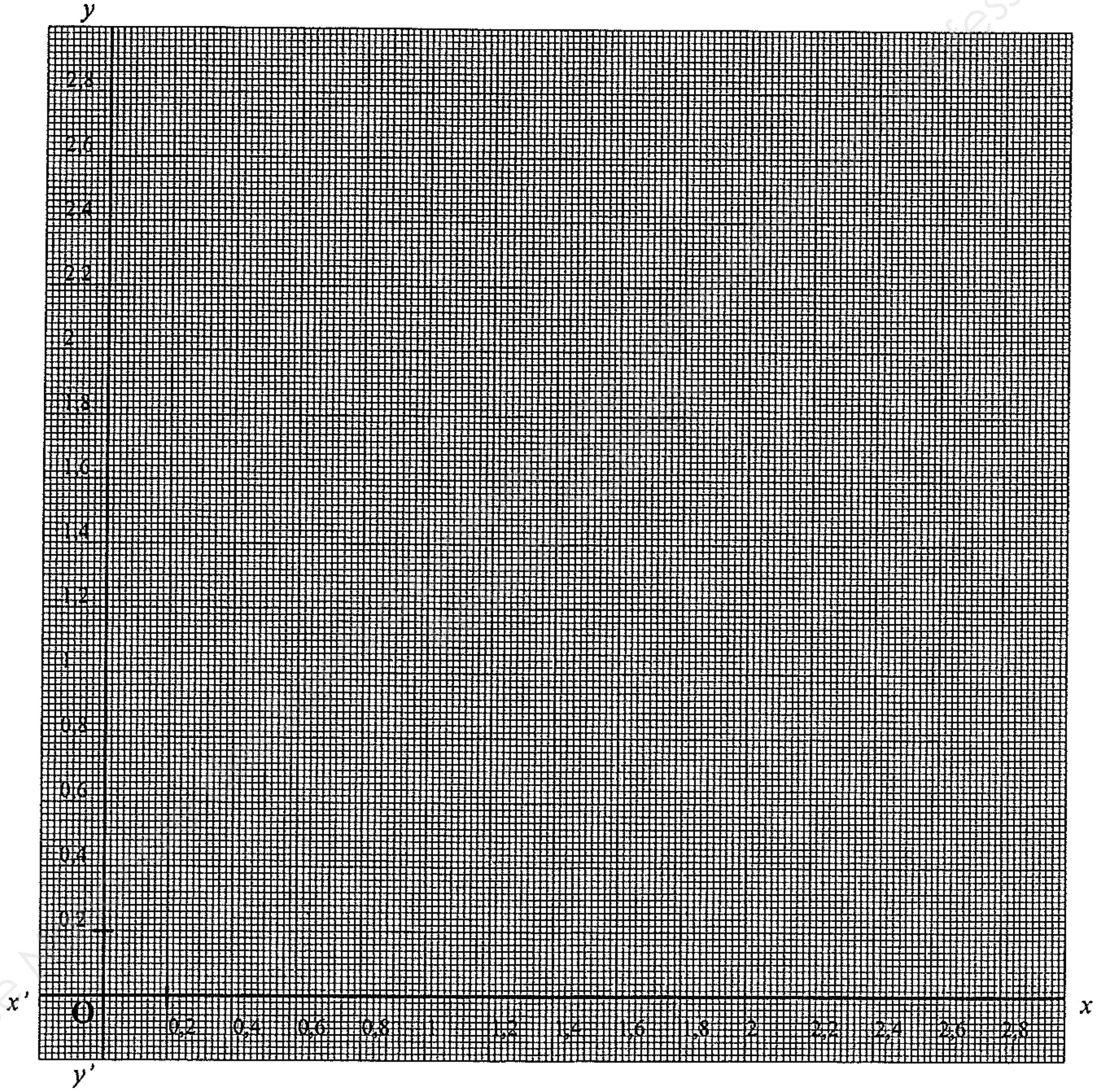
x	0	x_0	1,5
Signe de $f'(x)$		0	
Variation de f			

Tableau de valeurs de la fonction f

x	0	0,25	0,64	1	1,2	1,5
$f(x)$		2,46	2,73		2,17	

ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Représentation graphique



ANNEXE 3 (à rendre avec la copie)

Nuage de points