BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

INDUSTRIES PÂTES – PAPIERS – CARTONS

- Session 2011 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve E11 – Unité U 11 –
Mathématiques et Sciences Physiques

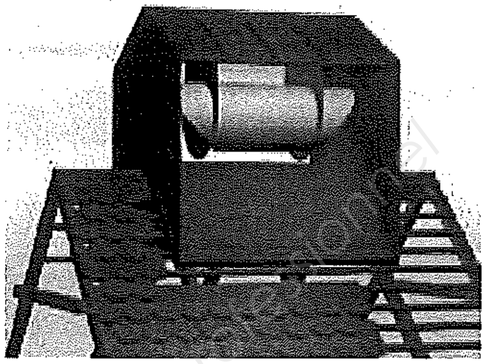
Coefficient : 2

Durée : 2 heures

Remarque :

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*
* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

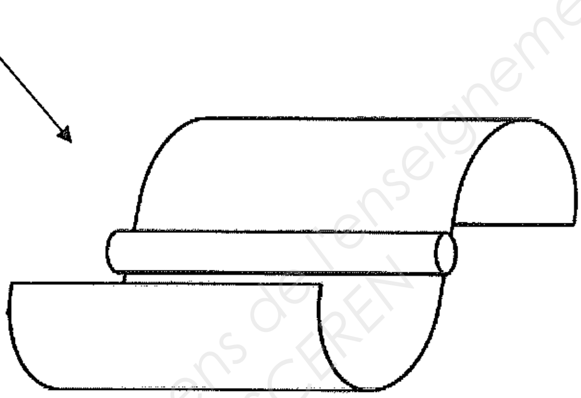
MATHÉMATIQUES : (15 points)



Une entreprise fabrique des éoliennes horizontales représentées sur la photo ci-contre.

La pale de cette éolienne est constituée d'un axe cylindrique et de deux demi-cylindres en aluminium représentés ci-dessous (pale 1).

Pale 1



Pour améliorer la rotation de la pale en cas de vent faible, l'entreprise décide de modifier la forme de la pale et d'effectuer des essais en soufflerie.
Dans l'exercice 1, on étudie les caractéristiques de la nouvelle pale (pale 2), dans l'exercice 2, la vitesse de rotation de la pale 2, dans l'exercice 3, la masse de la pale 2.

EXERCICE 1 : TRACÉ DU PROFIL DE LA PALE 2 (7 POINTS)

Dans le repère de l'annexe 1, on a représenté :

- en pointillé le profil de la pale 1 ;
- en trait plein, une partie du profil de la pale 2.

1ère partie :

La partie déjà tracée du profil de la pale 2 est la représentation graphique ($\mathscr{C}_g$) de la fonction g définie sur l'intervalle [0,2 ; 0,3] par $g(x) = -15x^2 + 6x - 0,45$

1. Calculer g(0,2) et g(0,3).
2. Soit g' la fonction dérivée de la fonction g. Déterminer $g'(x)$.
3. Montrer, en utilisant la dérivée, que la courbe ($\mathscr{C}_g$) admet au point d'abscisse $x = 0,2$ une tangente horizontale.

2ème partie :

La partie manquante du profil de la pale 2 est la représentation graphique de la courbe ($\mathscr{C}$) d'une fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 0,2] par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
a, b et c sont des nombres réels que l'on va déterminer à partir des contraintes suivantes :

- $\mathscr{C}$ passe par le point origine du repère ;
- $\mathscr{C}$ passe par le point A(0,2 ; 0,15) ;
- $\mathscr{C}$ a une tangente horizontale au point A.

1.

1.1 Sachant que le point O de coordonnées $(0;0)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$, déterminer c.

1.2. $\mathscr{C}$ passe par A(0,2 ; 0,15).
Montrer que cette contrainte se traduit par l'équation : $0,04a + 0,2b = 0,15$

1.3. $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale en A. Montrer que cette contrainte se traduit par l'équation : $0,4a + b = 0$

2.

2.1. Les coefficients a et b de la fonction f sont solutions du système d'équations du premier degré à deux inconnues suivant : $\begin{cases} 0,04\,a + 0,2\,b = 0,15 \\ 0,4\,a + b = 0 \end{cases}$
Résoudre ce système.

2.2. Déduire l'expression de la fonction f.

3.

3.1. Compléter le tableau de valeurs en annexe 1 (à rendre avec la copie)

3.2. Placer les points manquants dans le repère de l'annexe 1.

3.3. Tracer la courbe représentative de la fonction f.

EXERCICE 2 : ETUDE DE LA VITESSE DE ROTATION DE LA PALE (4 POINTS)

On note v, la vitesse du vent en km/h et n la fréquence de rotation de la pale en tr/min.

Les essais en soufflerie ont montré que, pour des vitesses v comprises entre 40 et 130 km/h :

- La fréquence de rotation n augmente avec la vitesse v du vent ;
- n et v sont liés par la relation : $n = -0{,}024v^2 + 6{,}4v + 600$.

Pour des raisons techniques, la fréquence de rotation de la pale ne peut pas dépasser 1 000 tr/min.
Au-delà, la pale est arrêtée.

1. Montrer que la vitesse du vent en km/h correspondant à la fréquence de rotation de 1 000 tr/min est une solution de l'équation : $-0{,}003v^2 + 0{,}8v - 50 = 0$.

2. Résoudre dans IR : $-0{,}003x^2 + 0{,}8x - 50 = 0$. Arrondir les résultats à l'unité.

3. En déduire la vitesse V du vent, en km/h, à partir de laquelle la pale doit être arrêtée.

4. Indiquer, à l'aide de l'échelle de Beaufort en annexe 2, la force et l'appellation du vent de vitesse V.

EXERCICE 3 : ÉTUDE DE LA MASSE DES PALES (4 POINTS)

Les pales sont fabriquées sur deux chaînes de production différentes. Chaque pale doit avoir une masse proche de 6 kg. L'étude porte sur les masses d'un échantillon de pales produites par chacune des chaînes de production. L'objectif est de déterminer quelle chaîne de production est la mieux adaptée pour la production des pales.

Les mesures de masses sont reportées dans le tableau ci-dessous :

Masse des pales (en kg)	Nombre de pales de la chaîne de production 1	Nombre de pales de la chaîne de production 2
5,93	6	0
5,94	13	0
5,95	0	3
5,96	14	2
5,97	15	7
5,98	12	8
5,99	30	45
6	34	57
6,01	10	59
6,02	18	12
6,03	16	6
6,04	12	1
6,05	15	0
6,06	5	0
Total	200	200

1ère partie : Étude statistique : la chaîne de production 1.

Remarque : pour réaliser cette étude, on pourra utiliser au choix, soit le tableau de l'annexe 2, soit le mode statistique de la calculatrice.

1. Calculer $\overline{m_1}$ la masse moyenne des pales de la chaîne de production 1.
2. Calculer σ_1 l'écart type de cette série statistique. Arrondir le résultat au millième.

2ème partie : Comparaison des deux séries statistiques.

On donne $\overline{m_2} = 6\,kg$ et $\sigma_2 = 0{,}014$, la moyenne et l'écart type correspondants aux données de la chaîne de production 2.

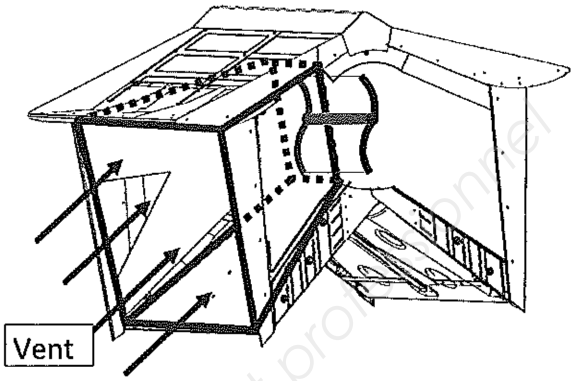
1. Comparer les masses moyennes $\overline{m_1}$ et $\overline{m_2}$ des pales des chaînes de production.
2. Comparer σ_1 et σ_2 les écarts types des masses des pales des chaînes de production.
3. À partir des résultats obtenus aux questions précédentes, quelle chaîne de production est la plus performante ?

3ème partie : Étude de la qualité de la fabrication.

On donne l'intervalle I = [5,95 ; 6,05]. La fabrication des pales est acceptable si l'intervalle $[\overline{m} - 3\sigma; \overline{m} + 3\sigma]$ est inclus dans I.

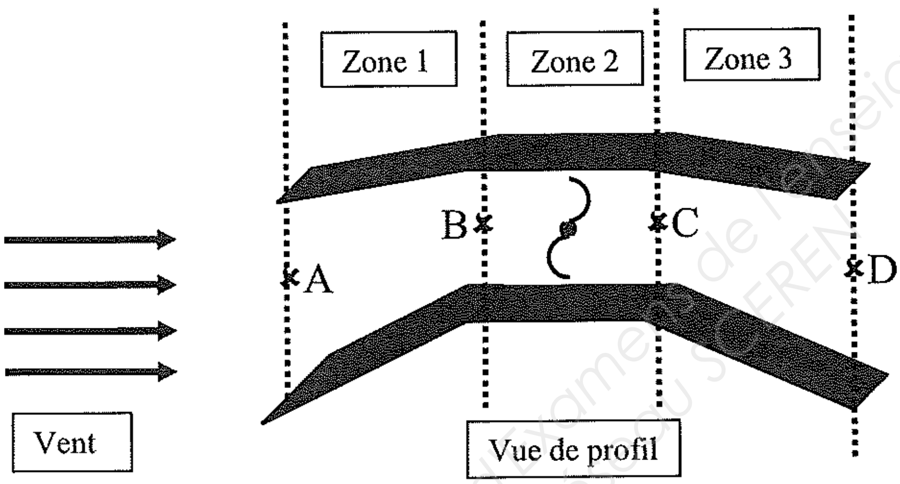
1. Calculer $[\overline{m_1} - 3\sigma_1; \overline{m_1} + 3\sigma_1]$ et $[\overline{m_2} - 3\sigma_2; \overline{m_2} + 3\sigma_2]$ pour les chaînes de production 1 et 2.
2. Avec quelle chaîne de production, la fabrication des pales est-elle acceptable ? Justifier la réponse.

SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)



1ère partie : Étude de la vitesse du vent dans le conduit de l'éolienne.

Le schéma ci-dessous représente le caisson contenant le rotor de l'éolienne en vue de profil.



La section à l'entrée de la zone 1 est assimilable à un rectangle de surface $S_1 = 1{,}35\ m^2$.
La vitesse de l'air v_A à l'entrée de la zone 1 est égale à 36 km/h. On note Q_A le débit de l'air à l'entrée de la zone 1.

La section à l'entrée de la zone 2 est assimilable à un rectangle de surface $S_2 = 0{,}9\ m^2$. On note v_B la vitesse de l'air et Q_B le débit de l'air à l'entrée de la zone 2.

La zone 3 correspond à la zone d'évacuation.

1. Calculer, en m^3/s, le débit Q_A de l'air à l'entrée de la zone 1.
2. Recopier, parmi la liste ci-dessous, la proposition exacte :

   $Q_B > Q_A$; $Q_B = Q_A$; $Q_B < Q_A$

3. Recopier, parmi la liste ci-dessous, la proposition exacte :

   $v_B > v_A$; $v_B = v_A$; $v_B < v_A$

   Justifier la réponse.

2ème partie : Étude de la génératrice.

L'énergie mécanique est convertie en énergie électrique par la génératrice monophasée.

Fréquence de rotation n de la génératrice	: 500 tr/min
Diamètre D de la génératrice	: 0,233 m
Couple maximum reçu par la génératrice	: 14 N.m
Rendement de la génératrice	: 88 %
Facteur de puissance	: $\cos\varphi = 0,83$

1. Calculer, en W, la puissance maximale absorbée par la génératrice. Arrondir le résultat à l'unité.

2. Calculer, en W, la puissance maximale utile délivrée par la génératrice. Arrondir le résultat à l'unité.

3. Dans la suite du problème, on prendra comme puissance maximale utile délivrée par la génératrice P = 640 W. La tension délivrée par la génératrice est U = 230 V. On déterminera la longueur maximale du câble à utiliser pour relier la génératrice au réseau.

   3.1 Déterminer l'intensité maximale délivrée par la génératrice. Arrondir le résultat au dixième.

   3.2 Le câble utilisé est de section 1,5 mm². À l'aide du tableau de l'annexe 3, déterminer un encadrement de la longueur maximale du câble à utiliser.

FORMULAIRE :

$Q = S\,v$ avec Q : débit en m³/s ;
S : surface en m² ;
v : vitesse en m/s ;

$P = 2\,\pi\,n\,M$ avec P : puissance en watt ;
n : fréquence de rotation en tr/s ;
M : moment du couple en N.m ;

$P = U\,I\,cos\,\varphi$ avec P : puissance en watt ;
U : tension du courant en V ;
I : intensité du courant en A ;
cos φ : facteur de puissance ;

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)

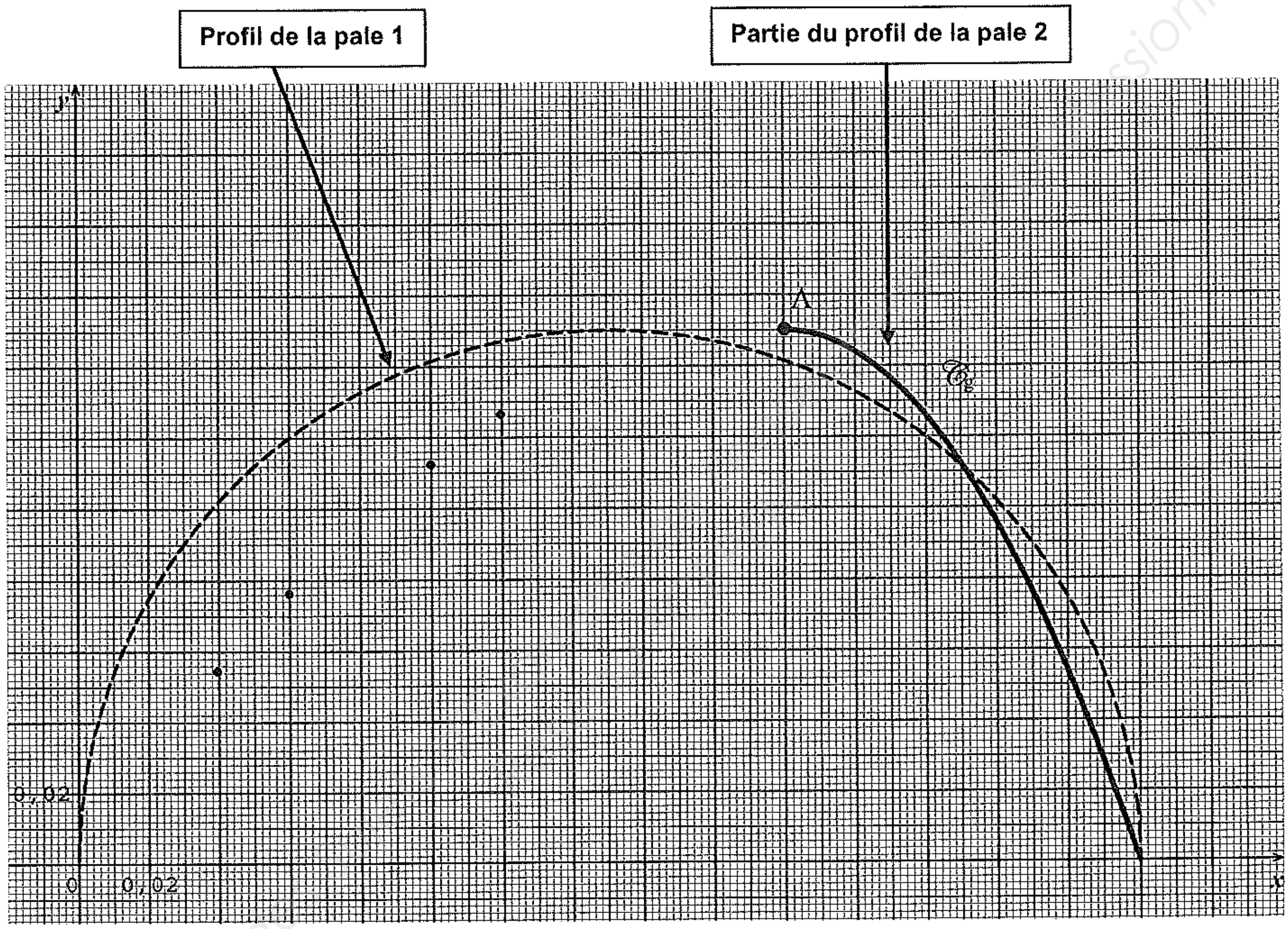


Tableau de valeurs de f :

x	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
$f(x)$		0,03	0,054	0,077	0,1	0,112	0.126	0,137	0,144	0,149	

ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)

Échelle de Beaufort :

ECHELLE DE BEAUFORT					
Force	Appellation	Vitesse du vent		Etat de la mer	Effets a terre
		noeud	Km/h		
0	Calme	1	1	Mer d'huile,miroir	La fumée monte droit
1	Très légère brise	1 à 3	1 à 5	Mer ridée	La fumée indique la direction du vent
2	Légère brise	4 à 6	6 à 11	Vaguelettes	On sent le vent au visage
3	Petite brise	7 à 10	12 à 19	Petits "moutons"	Les drapeaux flottent
4	Jolie brise	11 à 16	20 à 28	Nombreux "moutons"	Le sable s'envole
5	Bonne brise	17 à 21	29 à 38	Vagues, embruns	Les branches des pins s'agitent
6	Vent frais	22 à 27	39 à 49	Lames, crêtes d'écume étendues	Les fils électriques sifflent
7	Grand frais	28 à 33	50 à 61	Lames déferlantes	On peine à marcher contre le vent
8	Coup de vent	34 à 40	62 à 74	Les crêtes de vagues partent en tourbillons d'écumes	On ne marche plus contre le vent
9	Fort coup de vent	41 à 47	75 à 88		
10	Tempête	48 à 55	89 à 102	Les embruns obscurcissent la vue, on ne voit plus rien	Les enfants de moins de 12 ans volent !!
11	Violente tempête	56 à 63	103 à 117		
12	Ouragan	64 et plus	118 et plus		

Tableau statistique masse des pales de la chaîne de production 1 :

Masse des pales x_i (kg)	Nombre de pales n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
5,93	6	35,58	210,9894
5,94	13	77,22	458,6868
5,95	0		
5,96	14		
5,97	15	89,55	534,6135
5,98	12	71,76	429,1248
5,99	30	179,7	1076,403
6	34	204	
6,01	10	60,1	361,201
6,02	18		652,3272
6,03	16	96,48	581,7744
6,04	12	72,48	437,7792
6,05	15	90,75	549,0375
6,06	5		
TOTAL	200		

ANNEXE 3 (À rendre avec la copie)

__Sciences physiques__ :

3.2.

Longueur maximale (en m) d'un câble en fonction de l'intensité et de la section

Intensité en Ampère	Section câble en mm^2						
	1,5	2,5	4	6	10	16	25
2,2	100	165	265	395			
4,3	50	84	135	200	335	530	
6,5	33	57	90	130	225	355	565
8,7	25	43	68	100	170	265	430
10,8	20	34	54	89	135	210	340
13	17	29	45	66	110	180	285
15,2	14	24	39	56	96	155	245
17,5		21	34	49	84	135	210
19,5		19	30	44	75	120	190
21,5			27	39	68	105	170
26			23	32	56	90	140
30				28	48	76	120
34,5					42	67	105
39					38	60	94
43,5					34	54	84

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

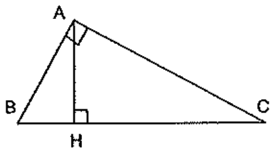
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$