BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

TRAVAUX PUBLICS

Épreuve E1 - *Épreuve Scientifique et technique*

Sous épreuve B1 - « *Mathématiques et Sciences physiques* » (U12)

Ce sujet comporte 7 pages.

La page 6/7 où figure l'annexe est à rendre avec la copie.

Cette page sera insérée à l'intérieur de la copie et agrafée dans la partie inférieure de celle-ci.

CALCULATRICE AUTORISEE

Sont autorisées toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes.

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

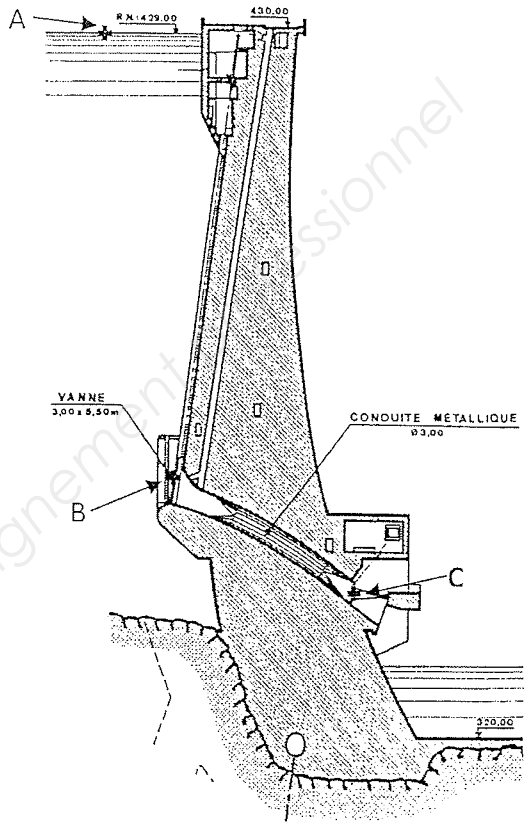
Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Points : - Mathématiques → 15 points
- Sciences physiques → 05 points

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

VIDANGE D'UN BARRAGE

Pour intervenir sur un barrage, il peut être nécessaire de vider le réservoir contenant 425 millions de m^3 d'eau grâce à une vanne de section rectangulaire de 16,5 m^2. Lorsque le réservoir est plein, l'altitude du centre de la vanne (B) est 358 m et celle de la surface de l'eau (en A) est 429 m.



1. Calculer, en Pa, la pression p_B exercée au centre de la vanne.
2. Calculer, en N, la valeur de la force pressante exercée sur la vanne.

Lorsque la vanne est ouverte, l'eau est évacuée par l'intermédiaire d'une conduite cylindrique de section 7,0 m^2 dont la sortie, repérée par le point C, a pour altitude 342 m.

3. En supposant que la vitesse d'écoulement de l'eau au point A est nulle et que $p_A = p_C$, calculer, en m/s, la vitesse de l'eau à la sortie (C). Arrondir le résultat à l'unité.
4. Calculer, en m^3/s, le débit d'eau correspondant.

En réalité, le débit n'est pas constant, on le suppose égal à 200 m^3/s.

5. Déterminer le temps nécessaire à la vidange complète du réservoir. Donner le résultat en seconde puis en nombre entier de jours.

Données :

z_A, z_B et z_C sont des altitudes par rapport au niveau de la mer.

Pression atmosphérique : $p_{atm} = 101\ 300$ Pa

Théorème fondamental de l'hydrostatique : $p_B - p_A = \rho\, g\, (z_A - z_B)$

Equation de Bernoulli : $\frac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A + \rho\, g\, z_A = \frac{1}{2}\rho v_C^2 + p_C + \rho\, g\, z_C$

Débit volumique : $Q = v \times S$

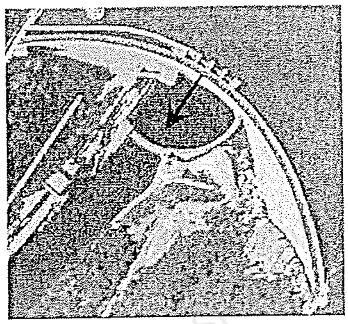
Masse volumique de l'eau : $\rho = 1\ 000$ kg/m^3

Intensité de la pesanteur : $g = 10$ N/kg.

MATHÉMATIQUES (15 points)

En fonction de la hauteur d'eau retenue par le barrage, celui-ci se déforme par rapport à la verticale. Cette déformation provoque un déplacement latéral de la route.

Le but du problème est de contrôler le déplacement de la route après la mise en eau.



EXERCICE 1 (2 POINTS)

Avant la mise en eau, le barrage est parfaitement vertical.

En cas de déformation du barrage, la route se déplace.

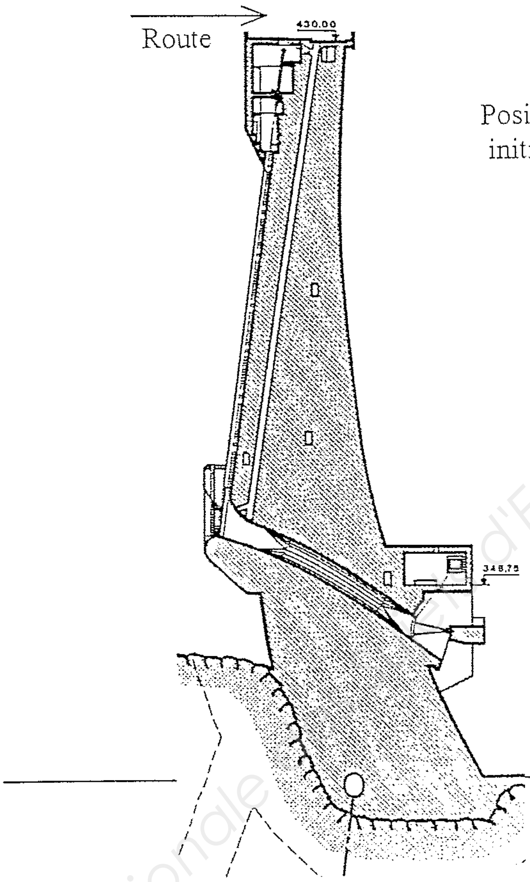


Figure 1
Coupe transversale avant la mise en eau

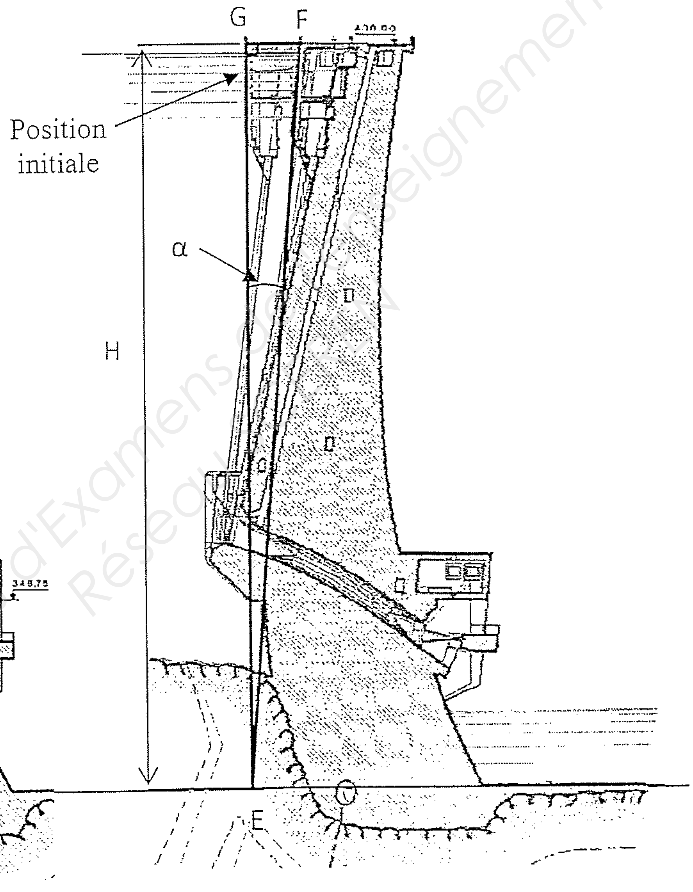


Figure 2
Coupe transversale après la mise en eau

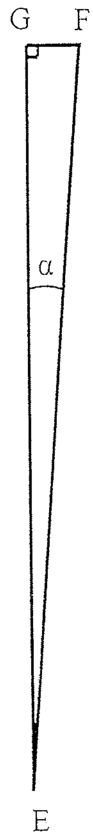


Figure 3
Triangle GFE

Après mise en eau, la route se déplace d'une distance $d = GF$ (figures 2 et 3).

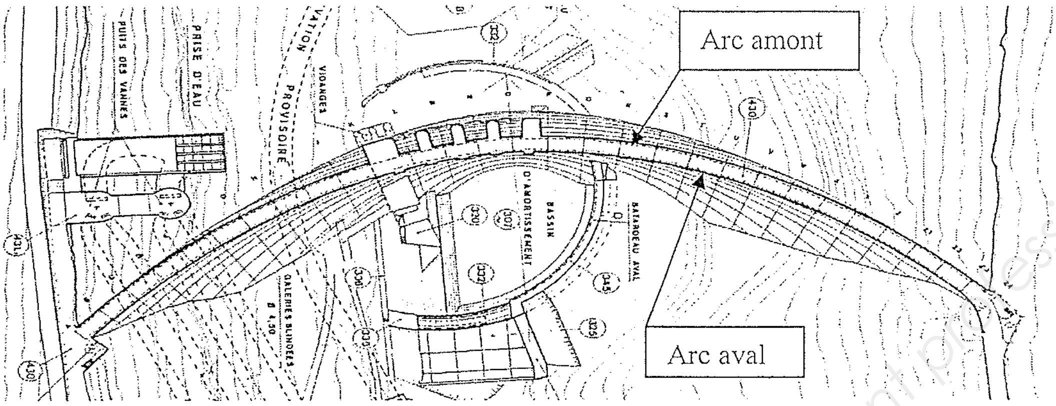
Lorsque le barrage est plein, on constate que la route se déplace d'une distance $d = 20$ cm.

La hauteur du barrage est H = 110 m.

Calculer, en degré, une mesure de l'angle d'inclinaison α du barrage. Arrondir à 10^{-3}.

EXERCICE 2 (13 POINTS)

Le profil de la route, après mise en eau, est défini par deux arcs de parabole : l'arc amont et l'arc aval repérés sur la vue en plan ci-dessous.



PARTIE A : ETUDE DE FONCTION

On admet que l'arc amont est la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur l'intervalle $[100 ; 220]$ par $f(x) = -0{,}003\,x^2 + 0{,}96\,x + 6$.

1. Calculer $f(100)$ et $f(220)$.
2. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
4. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[100 ; 220]$.
5. Compléter le tableau de variation de la fonction f, en annexe.
6. L'arc aval, représenté sur le repère de l'annexe, est la représentation graphique $\mathscr{C}_g$ de la fonction g définie par $g(x) = -0{,}003\,x^2 + 0{,}96\,x$ sur $[100 ; 220]$.

   Compléter, en annexe 1, la relation entre les fonctions f et g.
7. Déduire la courbe représentative de la fonction f sur $[100 ; 220]$ sur le repère de l'annexe.

PARTIE B : RESOLUTION D'EQUATION

1. Dans le repère de l'annexe, tracer la droite D d'équation $y = 77$.
2. Placer les points A et B intersections de la droite D et de la courbe représentative de la fonction f puis déterminer graphiquement leurs coordonnées. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.
3. Après mise en eau, un calcul précis a donné les abscisses des points A et B : $x_A = 116{,}03$ et $x_B = 203{,}97$. Comparer ces valeurs aux résultats de la question précédente.

PARTIE C : EXPLOITATION DES RESULTATS

Les points A et B, intersections de la droite D avec l'arc amont, sont des repères topographiques permettant de mesurer le déplacement de la route. Pour des raisons de stabilité de la structure du barrage après mise en eau, le déplacement des abscisses des points A et B ne doit pas dépasser 4,5 cm.

Avant mise en eau, les abscisses respectives des points A et B sont $x_A = 116{,}05$ et $x_B = 203{,}95$.

1. Calculer le déplacement des abscisses des points A et B.
2. La stabilité de la structure est-elle assurée ? Justifier la réponse.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

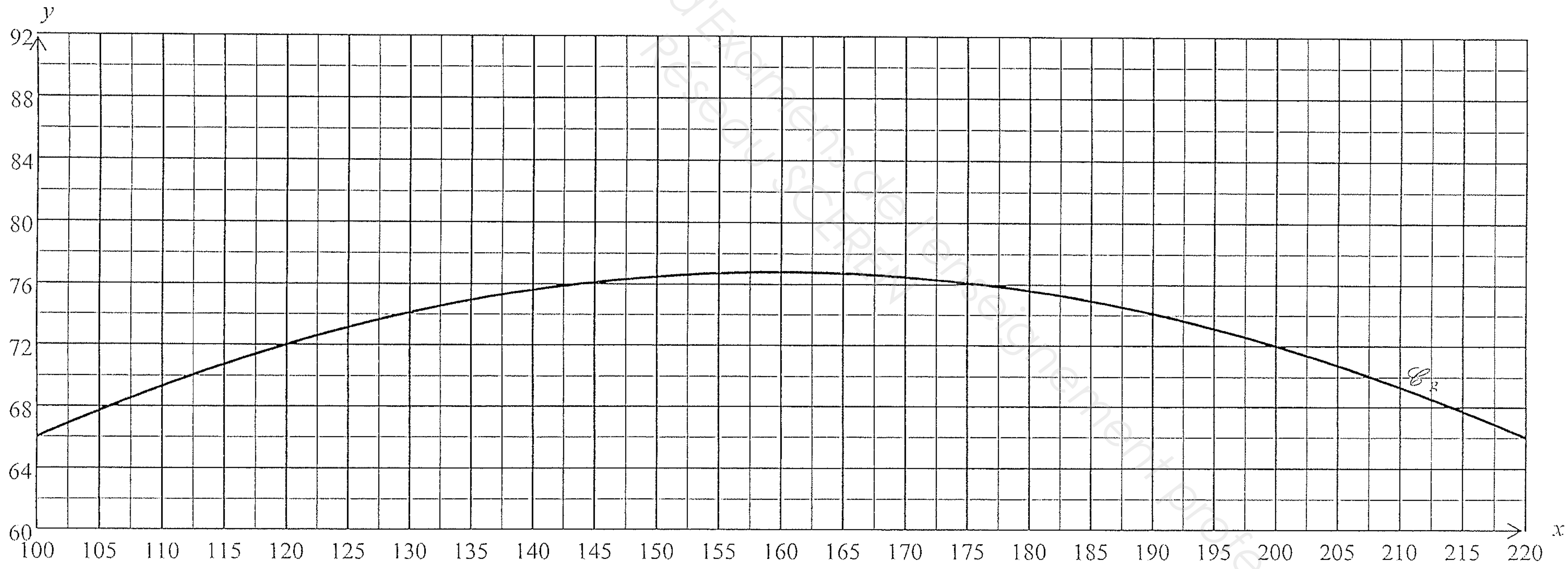
Tableau de variation de la fonction f

x	100 …… 220
$f'(x)$	
f	

Question 6 :

Compléter la relation : $f(x) = g(x)$ ……………………

Repère pour le tracé de la fonction f



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

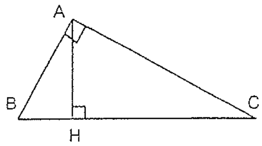
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx'+yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx'+yy'+zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$