1106 AMA E STB	1106 AMA T STB

SESSION 2011

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

L'emploi des calculatrices est autorisé.

Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de **7** pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/7** à la **page 7/7** ;
- **une annexe à joindre à la copie** donnée **page 6/7** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 7/7**

Une chaîne de magasin commande à un ébéniste une série de bains de soleil en bois.

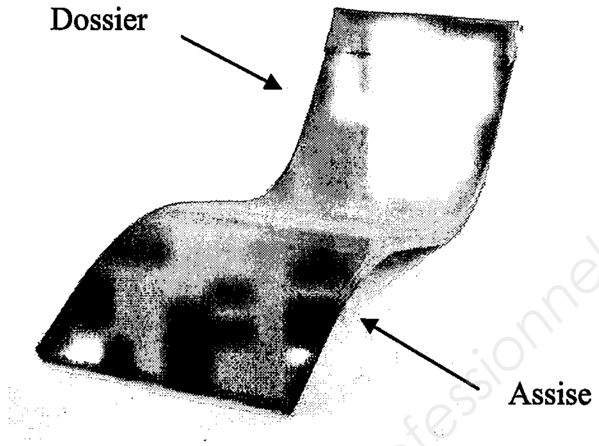
Ce bain de soleil en contreplaqué est constitué d'un assemblage de 13 contre-plaques.

Pour donner la forme au bain de soleil, l'ébéniste doit presser des contre-plaques entre un moule et un contre-moule taillés dans un bloc de bois aggloméré.

Jusqu'à la quatrième partie du sujet, on néglige l'épaisseur du contreplaqué.

Le profil du bain de soleil (figure 1) peut être modélisé par la réunion de deux arcs :

- un arc de courbe $\overset{\frown}{OB}$;
- un arc de cercle $\overset{\frown}{BC}$ de centre I.



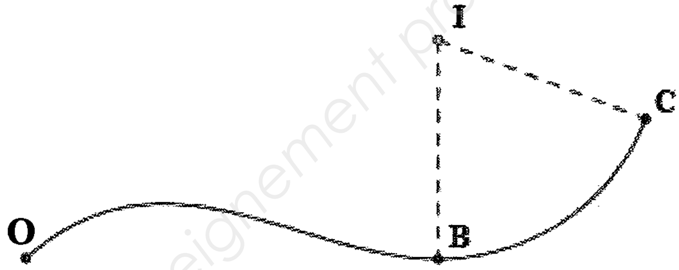


Figure 1

Les objectifs du sujet sont de :

- déterminer le volume $\mathcal{V}$ du moule de la partie circulaire du bain de soleil ;
- étudier et tracer le profil de l'assise du bain de soleil ;
- calculer l'aire $\mathcal{S}_t$ de la surface totale des 13 contre-plaques nécessaires à la réalisation d'un bain de soleil ;
- vérifier la conformité d'un échantillon de production de bains de soleil.

<u>Première Partie :</u> Détermination du volume $\mathcal{V}$ du moule de la partie circulaire du bain de soleil **(6 points)**

A – Détermination de l'angle $\widehat{BIC}$

1 – Dans le repère orthonormal de l'**annexe**, les coordonnées des points O, B, C et I sont :

O(0 ; 0) ; B(120 ; 0) ; C(180 ; 40,5) et I(120 ; $\frac{2\,329}{36}$).

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{IC}$, arrondies au centième.

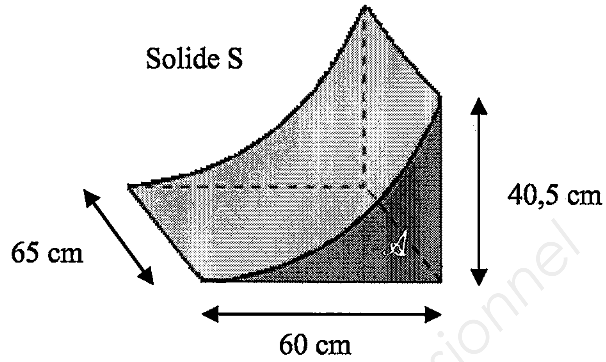
2 – Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$, arrondi au centième, vaut 1 564,85.

3 – Calculer les normes $||\overrightarrow{IB}||$ et $||\overrightarrow{IC}||$, arrondies au centième.

4 – Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BIC}$, arrondie à l'unité. Ecrire le détail des calculs.

B – Détermination du volume $\mathcal{V}$ du moule

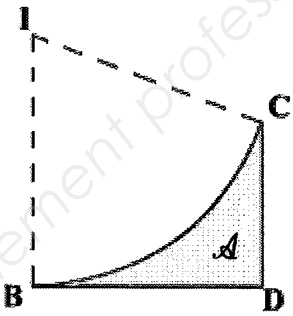
Le moule utilisé pour la réalisation du dossier du bain de soleil est représenté ci-contre par le solide S.



Le solide S est caractérisé par :

- sa base d'aire $\mathcal{A}$;
- sa profondeur $p = 65$ cm.

1 – La base du solide S est la partie grisée de la figure ci-contre, située sous l'arc de cercle $\widehat{BC}$ de centre I et de rayon IB.



On donne :

$IB = IC = r = 64{,}7$ cm.

$BD = 60$ cm ; $CD = 40{,}5$ cm ; $\widehat{BIC} = 68°$.

a) Calculer, en cm², l'aire $\mathcal{A}_T$ du trapèze BDCI, arrondie à l'unité.

b) Calculer, en cm², l'aire $\mathcal{A}_D$ de la portion de disque IBC, arrondie au centième.

c) Montrer que l'aire $\mathcal{A}$, arrondie au centième, vaut 671,92 cm².

2 – Calculer, en cm^3, le volume $\mathcal{V}$ du moule, arrondi à l'unité.

On donne :

– Formule de l'aire d'une portion de disque : $\mathcal{A} = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$

où r est le rayon du disque et α la mesure en degré de l'angle au centre.

– Formule du volume du solide S : $\mathcal{V} = \mathcal{A} \times p$

où $\mathcal{A}$ est l'aire de la base et p la profondeur du solide.

<u>Deuxième partie :</u> Etude et tracé du profil de l'assise du bain de soleil

(7 points)

Dans le repère de l'**annexe**, l'arc de cercle $\overset{\frown}{\text{BC}}$ correspond à la modélisation du profil du dossier.

On se propose de tracer dans ce repère, l'arc de courbe $\overset{\frown}{\text{OB}}$, représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 120] par :

$$f(x) = \frac{1}{16\,000}(x^3 - 240x^2 + 14\,400x)$$

1 – Compléter, en **annexe**, le tableau des valeurs, arrondies au dixième.

2 – Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

a) Déterminer $f'(x)$.

b) On admet que résoudre l'équation $f'(x) = 0$, revient à résoudre l'équation d'inconnue réelle x :

$$3x^2 - 480x + 14\,400 = 0$$

Résoudre cette équation.

c) Une expression factorisée de $f'(x)$ est : $f'(x) = \frac{3}{16\,000}(x-40)(x-120)$.

Compléter, en **annexe**, le tableau de signes de $f'(x)$.

d) Compléter, en **annexe**, le tableau de variation de f.

3 – a) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T_{O} à l'arc $\overset{\frown}{\text{OB}}$ au point O d'abscisse 0.

b) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T_{B} à l'arc $\overset{\frown}{\text{OB}}$ au point B d'abscisse 120.

c) Dans le repère de **l'annexe**, tracer les tangentes T_{O} et T_{B}.

4 – Tracer l'arc de courbe $\overset{\frown}{\text{OB}}$ dans le repère de **l'annexe**.

<u>Troisième partie :</u> Calcul de l'aire $\mathcal{S}_t$ de la surface totale des 13 contre-plaques

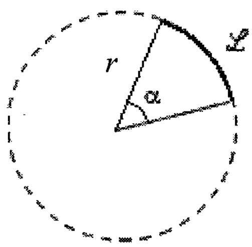
(3 points)

La représentation graphique obtenue en **annexe** est une modélisation du profil du bain de soleil.

1 – La longueur réelle $\mathscr{L}_1$ de l'arc de courbe $\overset{\frown}{\text{OB}}$ est 126 cm.

a) Calculer, en cm, la longueur réelle $\mathscr{L}_2$ de l'arc de cercle $\overset{\frown}{\text{BC}}$ arrondie à l'unité.

La longueur $\mathscr{L}$ d'un arc de cercle d'angle α et de rayon r est donnée par : $\mathscr{L} = \frac{2\pi r\alpha}{360}$



b) Déterminer, en cm, la longueur réelle $\mathscr{L}_t$ de l'arc $\overset{\frown}{\text{OBC}}$ du profil.

2 – Les contre-plaques sont des rectangles de longueur $\mathscr{L}_t$ et de largeur 65 cm.

a) Calculer, en cm^2, l'aire de la surface d'une contre-plaque.

b) En déduire, en m^2, l'aire $\mathcal{S}_t$ de la surface totale des 13 contre-plaques.

<u>Quatrième partie :</u> Vérification de la conformité des contre-plaques

(4 points)

Les contre-plaques utilisées pour la réalisation du bain de soleil sont commandées à un fournisseur spécialisé.

Dans un souci de qualité et pour répondre au cahier des charges, l'ébéniste impose que ces contre-plaques aient une épaisseur de 2,5 mm avec une tolérance de plus ou moins 0,1 mm, soit un intervalle de tolérance (IT) de 0,2 mm.

Dans ces conditions, deux contraintes de conformité sont imposées au fournisseur :

Contrainte 1

La moyenne $\overline{x}$ des épaisseurs des contre-plaques, arrondie au centième, doit être de **2,50 mm**.

Contrainte 2

L'écart-type σ de la distribution doit vérifier l'inégalité suivante : $\mathbf{\frac{IT}{6\sigma} > 1,3}$

Afin de vérifier la conformité des contre-plaques livrées par le fournisseur, un contrôle est effectué sur un échantillon prélevé aléatoirement sur l'ensemble.

Sur un échantillon de 130 pièces, le relevé des épaisseurs a donné les résultats suivants :

Epaisseur de la contre-plaque en mm	Effectif
2,40	1
2,45	5
2,50	114
2,55	7
2,60	2
2,65	1

1 – Calculer, en mm, la moyenne $\overline{x}$ de la série statistique obtenue.

2 – Calculer, en mm, l'écart-type σ de la série.

3 – Les contre-plaques livrées peuvent-elles être jugées conformes ? Justifier la réponse.

A N N E X E *(à rendre obligatoirement avec la copie)*

Tableau de valeurs : $f(x) = \dfrac{1}{16\,000}(x^3 - 240x^2 + 14\,400x)$

Valeurs de x	0	20	40	60	80	100	120
Valeurs de $f(x)$ arrondies à 0,1				13,5		2,5	0

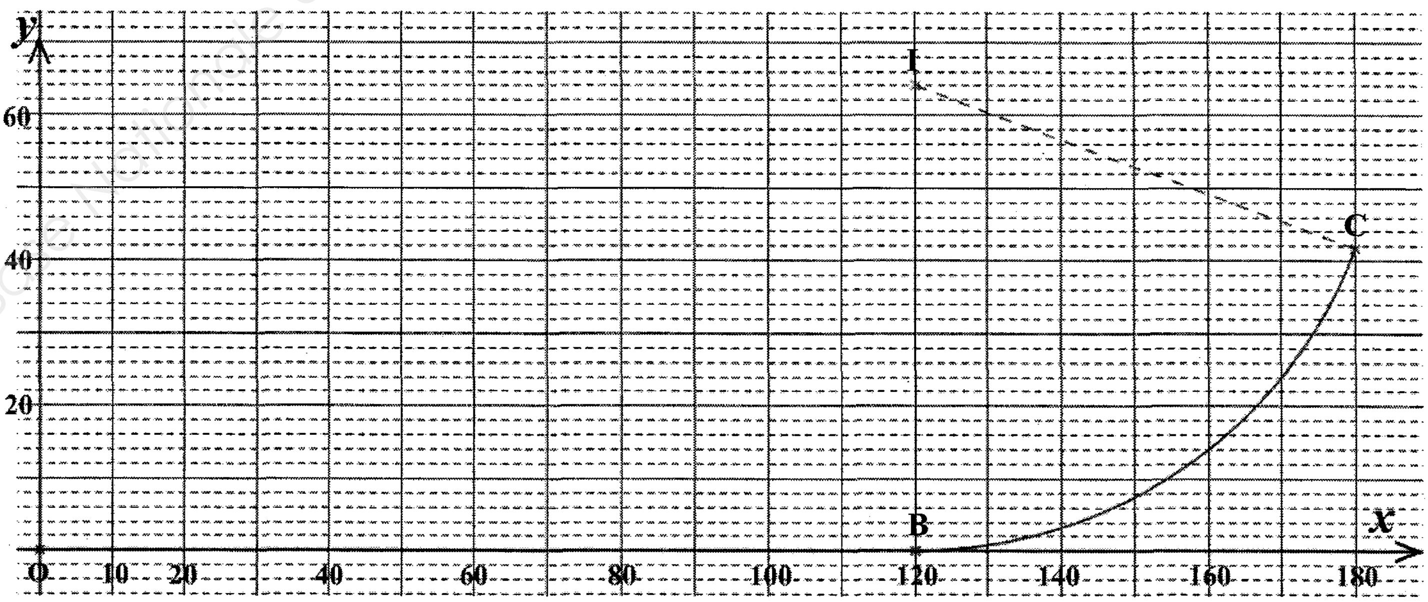
Tableau de signe de la dérivée : $f'(x) = \dfrac{3}{16\,000}(x - 40)(x - 120)$

Valeurs de x	0		40		120
Signe de $(x - 40)$			0		
Signe de $(x - 120)$					0
Signe de $f'(x)$			0		0

Tableau de variation de f :

Valeurs de x	0		40		120
Signe de $f'(x)$			0		0
Variation de f					

Tracé de profil du bain de soleil :



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

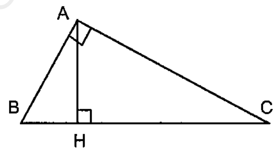
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$