BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Électrotechnique Énergie Équipements Communicants

SESSION 2011

E1 – Épreuve scientifique

Sous-épreuve E11
mathématiques et sciences physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de physique seront rédigés sur la même copie.

Circulaire N°99-186 du 16-11-1999 : le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumérique ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.
Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur table. En cas de défaillance, elle pourra être remplacée.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices **sont interdits**.

Le sujet comporte 8 pages dont :
- 1 page de garde
- **2 pages d'annexe à rendre obligatoirement avec la copie** (pages 6/8 et 7/8)
- 1 page formulaire de mathématiques (page 8/8)

Barème :

1ère partie - Mathématiques (15 points)

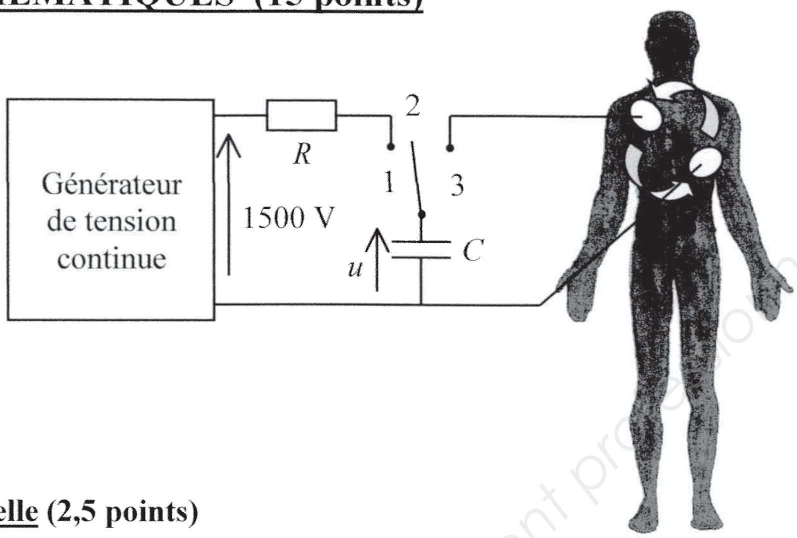
Exercice 1 : Équation différentielle	2,5 points	page 2/8
Exercice 2 : Calculs algébriques	5,5 points	pages 2/8 et 3/8
Exercice 3 : Étude de fonction	7 points	page 3/8

2ème partie - Sciences physiques (5 points)

Exercice 4 : Lumière et couleur	1,5 point	page 4/8
Exercice 5 : Acoustique	3,5 points	pages 4/8 et 5/8

MATHEMATIQUES (15 points)

Un défibrillateur cardiaque est utilisé pour appliquer des chocs électriques sur le thorax d'un patient lors de la réanimation.
Le défibrillateur peut être représenté de façon simplifiée par le schéma ci-contre.



Exercice n°1 : équation différentielle (2,5 points)

Lors de la charge du condensateur, le contacteur étant en position 1, la tension u à ses bornes vérifie l'équation différentielle :

$$u' - \left(\frac{-1}{RC}\right) u = E \qquad \text{où } u \text{ est une fonction du temps } t \text{, exprimé en seconde.}$$

1.1. L'équation différentielle sans second membre s'écrit : $u' - a\,u = 0$ avec $a = \frac{-1}{RC}$

En prenant R = 1 000 Ω et C = 480×10^{-6} F, calculer a.

Arrondir le résultat au dixième.

1.2. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle $u' + 2{,}1\,u = 0$.

1.3. Lorsque E = 1 500 V, la solution générale de l'équation différentielle $u' + 2{,}1\,u = 1\,500$ est de la forme $u(t) = k\,e^{-2{,}1\,t} + 1\,500$ où k est un nombre réel.

Calculer la valeur de la constante k sachant que $u(0) = 0$.

Donner l'expression de $u(t)$ lorsque $u(0) = 0$.

Exercice n°2 : calculs algébriques (5,5 points)

Le contacteur passe de la position 1 à la position 2 lorsque l'énergie W emmagasinée par le condensateur a atteint une certaine valeur.

On donne : $W = \frac{1}{2} CU^2$ $\qquad$ C = 480×10^{-6} F

2.1. Pour un adulte, l'énergie W_{adulte} emmagasinée par le condensateur doit être égale à 360 J.

Calculer, en volt, la valeur correspondante de la tension U_{adulte}. Arrondir le résultat à l'unité.

2.2. Le contacteur passe en position 2 lorsque la tension est égale à 1 225 V.

2.2.1. Résoudre, par le calcul, l'équation $1\,225 = 1\,500\,(1 - e^{-2{,}1\,t})$

2.2.2. Indiquer le temps, en seconde, au bout duquel il y a commutation.

Donner la réponse arrondie au dixième.

2.3. Lorsque le patient est un enfant, l'énergie W_{enfant} emmagasinée par le condensateur doit être égale à 150 J.

Cette énergie correspond à une tension proche de 800 V.

La courbe représentative de la fonction u notée $\mathscr{C}_u$ est donnée en annexe 1 (page 6/8).

2.3.1. En utilisant le même repère de l'annexe 1 (page 6/8), tracer la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 800$.

2.3.2. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection I entre $\mathscr{C}_u$ et $\mathscr{D}$.

2.3.3. Déduire du résultat précédent le temps au bout duquel il y a eu commutation lorsque le patient est un enfant.

Exercice n°3 : étude de fonction (7 points)

Le contacteur passe en position 3, le condensateur se décharge.

La fonction f qui modélise la variation de la tension à ses bornes, durant cette phase, est définie par $f(x) = 1\,240\ e^{-50x}$ sur l'intervalle [0 ; 0,05] où x représente le temps.

La « phase de choc » est terminée lorsque la tension aux bornes du condensateur atteint 460 V.

3.1. Vérifier que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie par :

$$f'(x) = -62\,000\ e^{-50x}.$$

3.2. Déterminer le signe de la fonction dérivée f' sur l'intervalle [0 ; 0,05].

3.3. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 2 (page 7/8).

3.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe 2 (page 7/8).

Arrondir chaque résultat à l'unité.

3.5. Tracer la représentation graphique de la fonction f en utilisant le repère de l'annexe 2 (page 7/8).

3.6.

3.6.1. Montrer que la droite $\mathscr{D}'$ d'équation $y = -62\,000\,x + 1\,240$ passe par le point A (0 ; 1 240).

3.6.2. Tracer la droite $\mathscr{D}'$ dans le même repère de l'annexe 2 (page 7/8).

3.6.3. Résoudre graphiquement l'équation $-62\,000\,x + 1\,240 = 0$.

À quoi correspond ce résultat ?

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

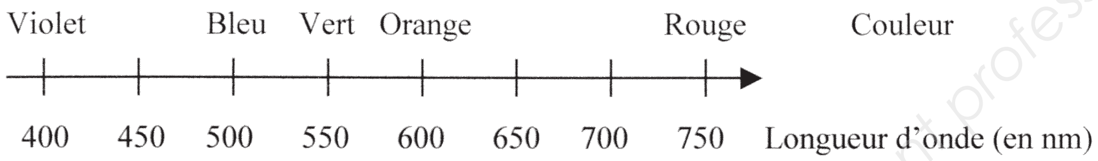
Exercice n°4 : Lumière et couleur (1,5 point)

Le défibrillateur est équipé d'un voyant rouge et d'un voyant vert.

Lors de la phase de charge, le voyant rouge reste allumé et le voyant vert est éteint.

Lors de la phase de choc, le voyant rouge est éteint et le voyant vert reste allumé.

4.1. À l'aide du diagramme ci-dessous, indiquer la longueur d'onde λ, en nanomètre, émise par chaque voyant.



4.2. Calculer la fréquence lumineuse correspondante :

4.2.1. À la couleur verte.

4.2.2. À la couleur rouge.

Donnée : $c = 3\times10^8$ m/s

Exercice n°5 : Acoustique (3,5 points)

Pour prévenir le réanimateur que le choc va avoir lieu, l'appareil émet un bip de fréquence f égale à 1 900 Hz. On suppose la source sonore ponctuelle.

5.1. En utilisant les documents de la page 5/8,

5.1.1. À quelle note correspond le bip du défibrillateur ?

5.1.2. Quelle est la hauteur du son émis par le bip du défibrillateur ?

5.2. Le bip est enregistré à l'aide d'un oscilloscope. L'oscillogramme obtenu est donné à la page 5/8.

Calculer la période de ce signal

En déduire sa fréquence. Arrondir le résultat à l'unité.

Donnée : en abscisse 1 cm représente 0,125 ms.

5.3. La puissance sonore du bip est répartie uniformément sur la surface d'une demi-sphère de rayon R.
À une distance de 1 m, cette puissance est égale à $1{,}25\times10^{-4}$ W.

Calculer l'intensité acoustique I, en W/m². Arrondir le résultat à 10^{-5}.

5.4. Calculer, en décibel, le niveau acoustique L audible à une distance d'un mètre.

Arrondir le résultat à l'unité.

5.5. Un sonomètre indique que le réanimateur perçoit un niveau acoustique L égal à 73 dB.

En utilisant les documents de la page 5/8, qualifier la nature du bip.

Données : $I = \dfrac{P}{S}$ $\qquad S_{\text{demie sphère}} = 2\pi R^2$ $\qquad L = 10\times\log\dfrac{I}{I_0}$ $\qquad I_0 = 10^{-12}$ W/m²

Documents à utiliser pour l'exercice 5

Correspondance entre la note et la fréquence

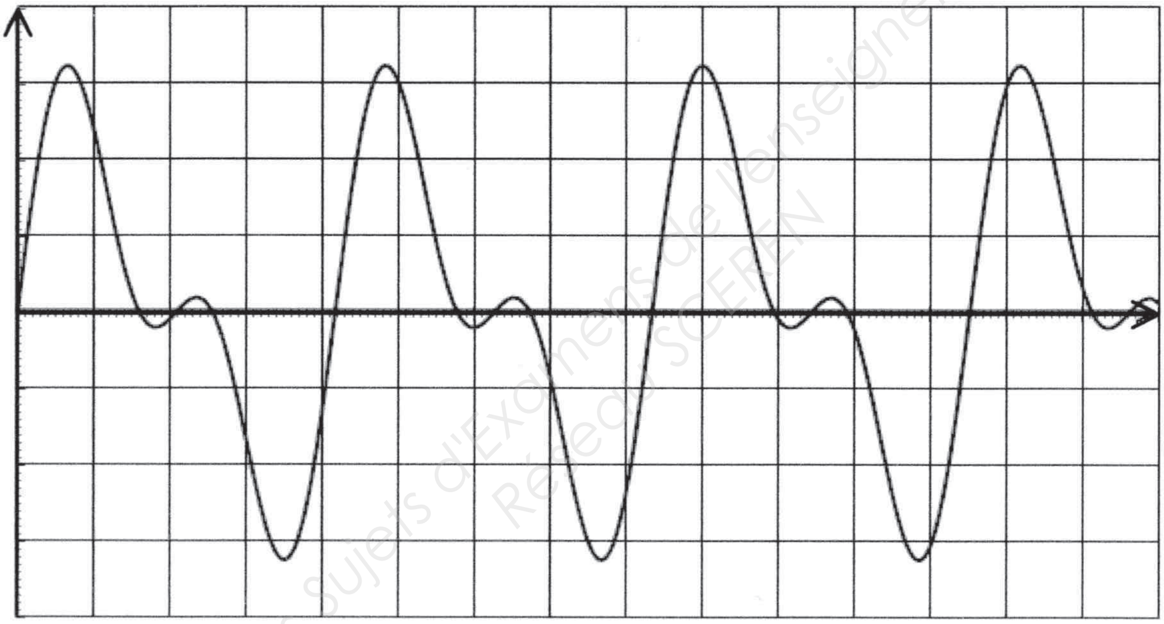
Note	Fa	Sol	La	Si	Do	Ré	Mi
Fréquence en Hz	1 397	1 568	1 760	1 976	2 093	2 349	2 637

Hauteur du son et fréquence

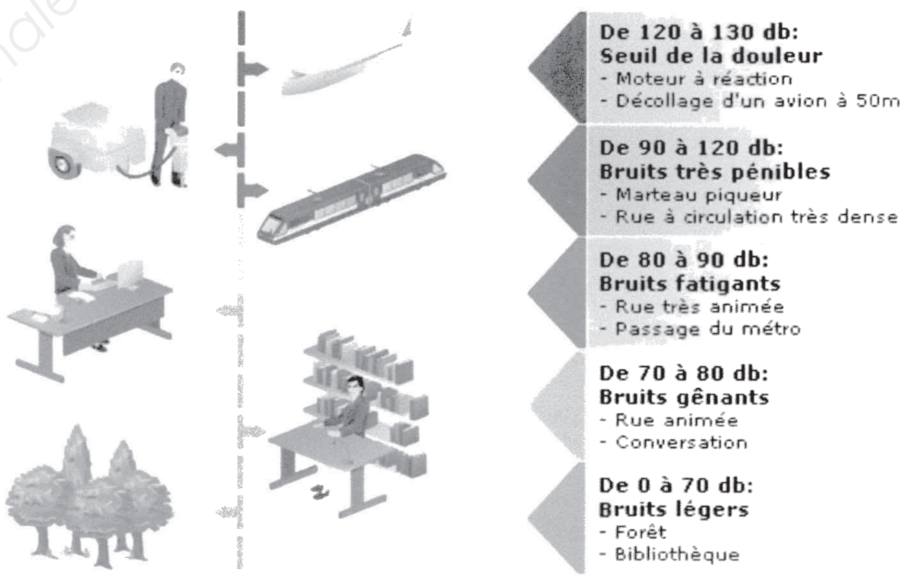
De 30 à 100 Hz	De 100 à 300 Hz	De 300 à 1 250 Hz	De 1 250 à 5 000 Hz	De 5 000 à 16 000 Hz
Son très grave	Son grave	Son médium	Son aigu	Son très aigu

Écran de l'oscilloscope

En abscisse 1 cm représente 0,125 ms.

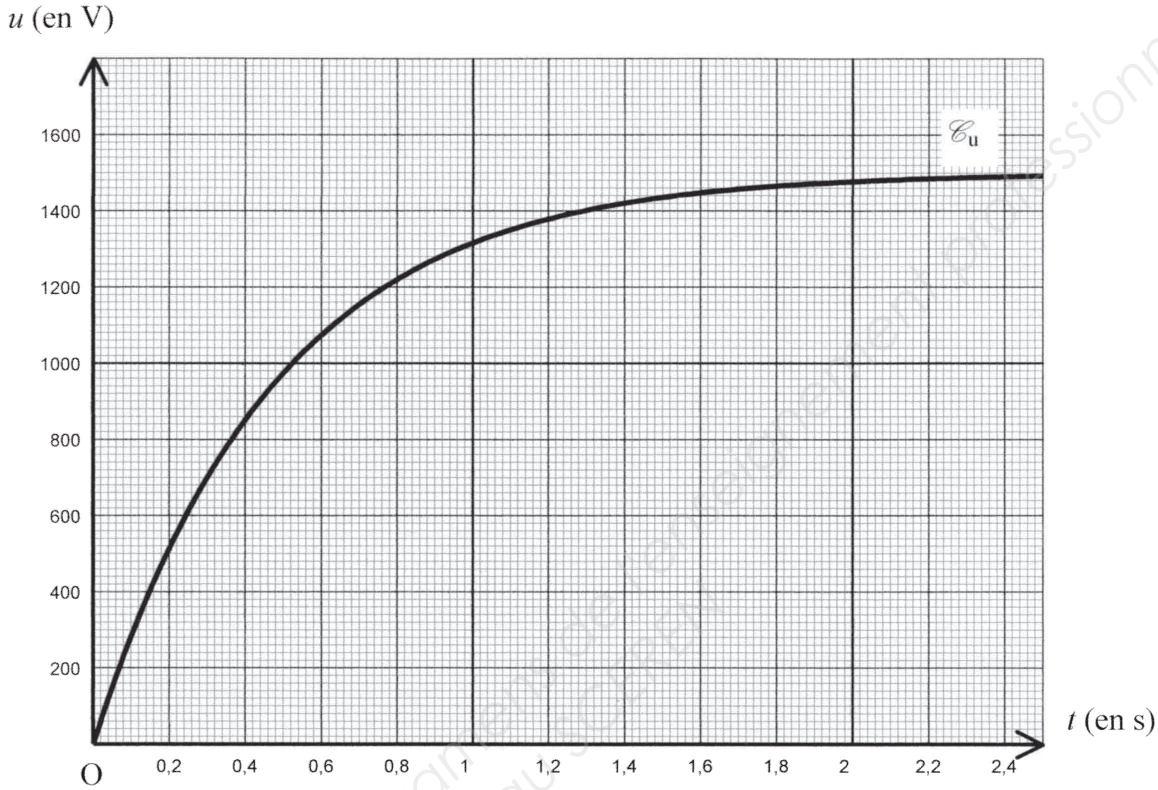


Échelle des bruits



Annexe 1 - A rendre avec la copie

Exercice n°2 – question 2.3.



Annexe 2 - A rendre avec la copie

Exercice n°3

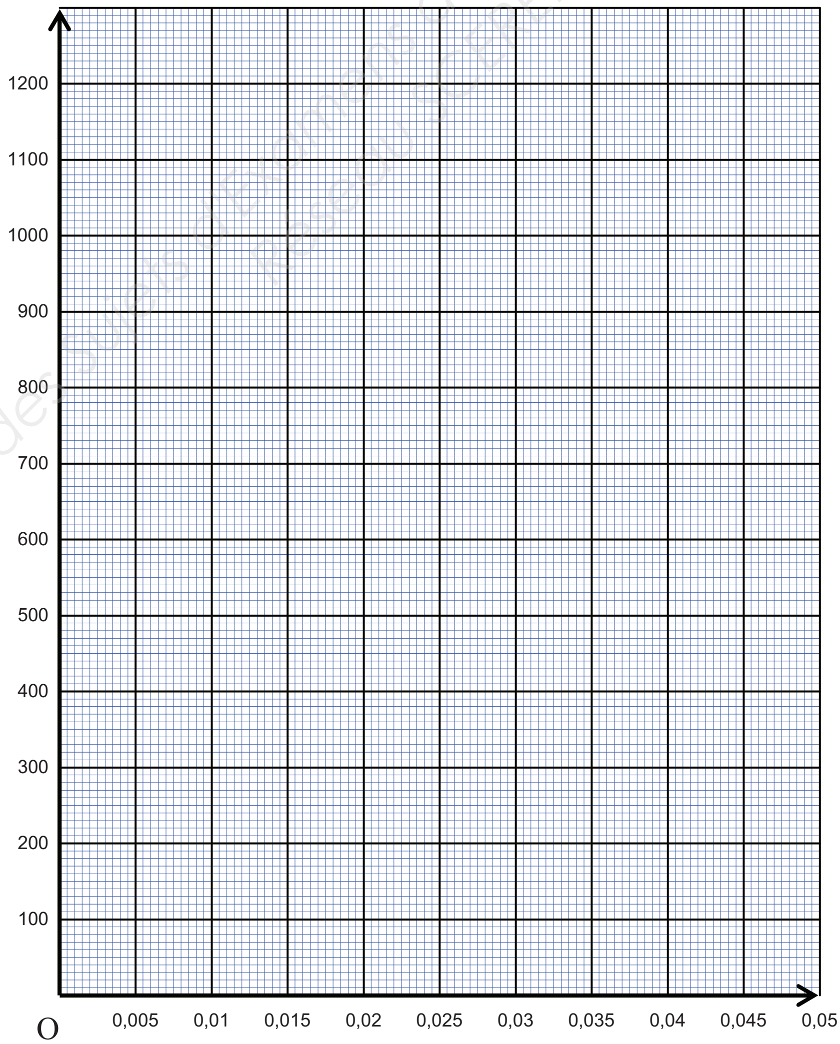
3.3. Tableau de variation de la fonction *f*

x	0	0,05
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

3.4. Tableau de valeurs de la fonction *f* . Arrondir chaque résultat à l'unité.

x	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05
$f(x)$	1 240		752			355		215		131	

3.5. Représentation graphique de la fonction *f*



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f '
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\quad \ln(a^n)=n\ln a$

$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0$ $\quad y=k\,e^{ax}$

$y''+\omega^2y=0$ $\quad y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a=2\cos^2 a-1$

$\quad\quad =1-2\sin^2 a$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonomètrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\bar z=x-jy$	$\bar z=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec v.\vec v' = xx'+yy'$

$\|\vec v\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec v\neq\vec 0$ et $\vec v'\neq\vec 0$:

$\vec v.\vec v'=\|\vec v\|.\|\vec v'\|\cos(\vec v,\vec v')$;

$\vec v.\vec v'=0$ si et seulement si $\vec v\perp\vec v'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt=k\int_a^b f(t)dt$