



SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Montpellier pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
TECHNICIEN DU FROID ET DU CONDITIONNEMENT DE L'AIR
Session 2011

Épreuve scientifique et technique E1

Sous-épreuve E12 - Unité U 12

MATHÉMATIQUES-SCIENCES PHYSIQUES

Le sujet comporte deux parties :

- **partie mathématiques :**
 - **exercice 1 : fonctions numériques** **10 points**
 - **exercice 2 : géométrie - vecteurs** **5 points**

- **partie sciences :**
 - **exercice 3 : mécanique (statique des fluides – fluides en mouvement)** **3 points**
 - **exercice 4 : électricité (puissance électrique)** **2 points**

L'annexe est à rendre avec la copie d'examen

Un formulaire de mathématiques est joint au sujet et des rappels de relations non exigibles peuvent être donnés dans certains exercices de mathématiques et/ou de sciences physiques.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froid et du Conditionnement de l'Air – SUJET		
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106-TFC ST 12	Page 1 sur 8	

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : T.F.C.A.

Fonction f	Fonction dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$au(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : \ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

Équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

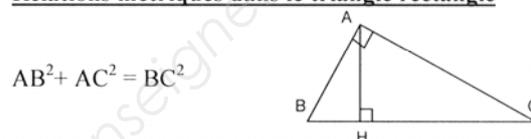
$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Écart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle} : \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze} : \frac{1}{2} (B+b) h$$

$$\text{Disque} : \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : volume = Bh

- Sphère de rayon R :

$$\text{aire} = 4\pi R^2 \quad \text{volume} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de

$$\text{hauteur } h : \text{volume} = \frac{1}{3} Bh$$

Calcul vectoriel dans le plan et dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

PARTIE MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : fonctions numériques

10 points

Dans des phénomènes de transmission de la chaleur, la chaleur peut se transmettre par l'intermédiaire de tubes de cuivre assimilables à des « solides cylindriques creux », **figure 1**.



Figure 1 : cylindre creux

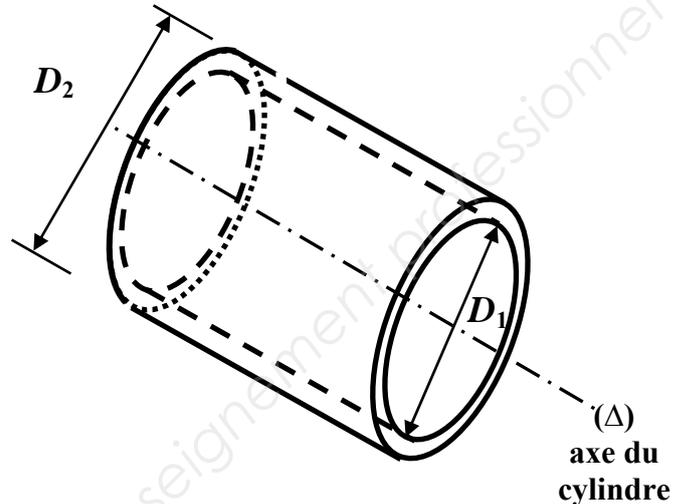


Figure 2 : vue dans l'espace

La résistance thermique R pour un cylindre creux en cuivre de longueur 5 mètres, **figure 2**, s'exprime par la relation :

$$R = \frac{1}{k \pi} \times \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \quad \text{avec}$$

R : résistance thermique en K/W.

D_1 : diamètre intérieur du cylindre en m.

D_2 : diamètre extérieur du cylindre en m.

k : constante égale à 3 800 W/K pour un cylindre en cuivre longueur 5 mètres.

Prendre : $\pi = 3,14$.

L'objectif est de déterminer les diamètres D_1 et D_2 correspondant à une résistance thermique R .

• Partie A : calculs numériques

Soit un cylindre creux de dimensions connues :

- diamètre intérieur $D_1 = 12$ mm.
- diamètre extérieur $D_2 = 14$ mm.

1) Calculer la résistance thermique de ce cylindre creux.

Donner le résultat sous la forme $a \times 10^{-5}$ avec a **nombre réel arrondi au dixième**.

2) On pose $x = \frac{D_2}{D_1}$.

Exprimer la résistance thermique R en fonction de x .

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froid et du Conditionnement de l'Air – SUJET		
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106-TFC ST 12	Page 3 sur 8	

• **Partie B : fonction numérique**

L'objectif de cette partie est d'étudier la variation de la résistance thermique en fonction des diamètres intérieur et extérieur du tube de cuivre.

Soit la fonction f , de la variable réelle x , définie sur l'intervalle d'étude $[1,04 ; 1,25]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{12\,000} \ln x.$$

- 1) Soit f' la fonction dérivée de la fonction f . On admet que $f'(x) = \frac{1}{12\,000 x}$.

Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle d'étude $[1,04 ; 1,25]$.

- 2) Compléter le tableau de variation sur l'**annexe 1**, à rendre avec la copie.
3) Compléter le tableau de valeurs sur l'**annexe 2**, à rendre avec la copie.

Donner les résultats sous la forme $a \times 10^{-6}$ avec a **nombre réel arrondi au dixième**.

- 4) Le plan, en **annexe 2**, est rapporté à un repère orthogonal en prenant des unités graphiques telles que :

en abscisses, 1 cm représente 0,02 unité et en ordonnées, 1 cm représente 1×10^{-6} unité.

Soit \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans ce repère. Trois points de \mathcal{C} sont déjà placés.

Compléter le tracé de \mathcal{C} dans ce repère.

- 5) Déterminer graphiquement, une **valeur approchée arrondie au millième**, de la solution de l'équation : $f(x) = 5 \times 10^{-6}$. **Laisser les traits de détermination graphique apparents.**

• **Partie C : exploitation des résultats précédents**

L'exploitation du modèle mathématique conduit à poser : $\frac{D_2}{D_1} = x$ et $R = f(x)$.

Les diamètres normalisés des tubes de cuivre couramment utilisés, sont donnés dans le tableau suivant :

Normalisation	1	2	3	4	5	6	7
Diamètre extérieur D_2 en mm	42	36	28	22	18	14	10
Diamètre intérieur D_1 en mm	40	34	26	20	16	12	8

- 1) Compléter le tableau, en **annexe 1**, demandant de calculer les rapports des diamètres $\frac{D_2}{D_1}$.

Arrondir les résultats au centième.

- 2) Déterminer, graphiquement ou algébriquement, **la valeur arrondie au centième**, du rapport $\frac{D_2}{D_1}$ correspondant à $R = 5 \times 10^{-6}$.
3) En déduire les diamètres normalisés, en mm, intérieur et extérieur du tube de cuivre correspondant à une résistance thermique de 5×10^{-6} K/W.

EXERCICE 2 : géométrie - vecteurs

5 points

Le tube de cuivre est coudé entre les points A et B.

Ce tube peut être matérialisé par une courbe, passant par les points O, A, B et C, schématisée par la **figure 3** ci-dessous.

Le tube de cuivre est coudé suivant l'arc de courbe \widehat{AB} comme l'indique la **figure 3** ci-contre.

Les points A, B et C sont situés sur l'axe du cylindre (Δ) **figure 2 page 3**.

• **Données de la figure 3 :**

- [OA] et [BC] deux segments de droite.
- I point d'intersection des droites (OA) et (BC).
- \widehat{AB} arc de courbe.
- α mesure en degré de l'angle \widehat{AIB} .

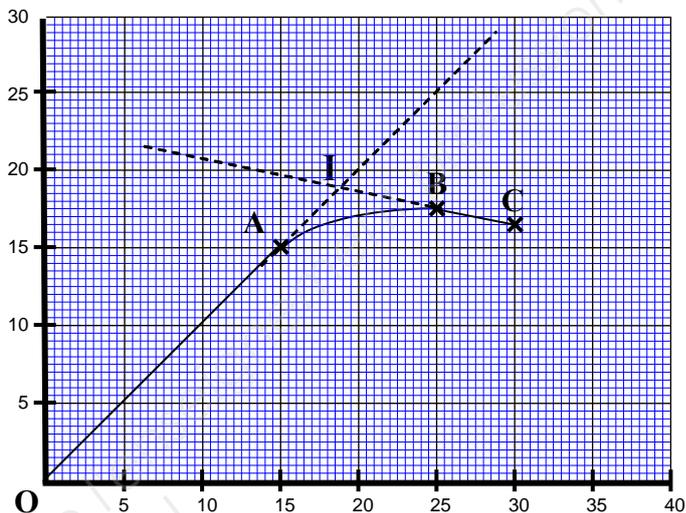


Figure 3 : schématisation dans un repère orthonormal

L'objectif est de déterminer une valeur de α .

Les coordonnées des points A, B et C sont les suivantes :

$$A (15 ; 15) \quad B (25 ; 17,5) \quad C (30 ; 16,5).$$

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AO} et \overrightarrow{BC} .
- 2) Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC}$ est égal à : $- 60$.
- 3) a) Calculer la valeur exacte des normes des vecteurs $\|\overrightarrow{AO}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$.
b) **Arrondir ces résultats au dixième.**
- c) Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC}$ en fonction de $\cos \alpha$ à partir d'une relation donnée dans le formulaire.
- 4) Déduire des **questions 2 et 3** une mesure, en degré, de l'angle \widehat{AIB} .

Arrondir le résultat à l'unité.

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froid et du Conditionnement de l'Air – SUJET		
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106-TFC ST 12	Page 5 sur 8	

PARTIE SCIENCES PHYSIQUES

Pour l'exercice 3 des valeurs numériques ou des formules pouvant être utilisées sont données après l'énoncé.

EXERCICE 3 : mécanique (statique des fluides – fluides en mouvement) 4 points

Dans le tube de cuivre, de longueur $L = 5 \text{ m}$ et de diamètre intérieur 10 mm , circule de l'eau avec un débit volumique $Q_v = 34 \text{ L/h}$.

L'objectif est de calculer les pertes de charge linéiques dans ce tube.

- 1) a) Montrer que la **valeur arrondie** du débit volumique Q_v est égal à $9,4 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$.
 b) Montrer que la **valeur arrondie** de la section intérieure du tube est égale à $7,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.
 c) Calculer la vitesse d'écoulement, en m/s. **Arrondir le résultat au centième.**
- 2) Calculer la viscosité cinématique ν_c de l'eau.
- 3) a) Calculer le nombre de Reynolds Re .
 b) En déduire la nature de l'écoulement.
- 4) Calculer les pertes de charge linéiques dans ce tube de cuivre.

<i>Données</i>	<i>Formules</i>	<i>Unités</i>
<ul style="list-style-type: none"> • viscosité dynamique de l'eau : $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ • masse volumique de l'eau : $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $Q_v = S \times v$ • $\nu_c = \frac{\eta}{\rho}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Q_v : en m^3/s • S : aire en m^2 • v : vitesse en m/s • ν_c : viscosité cinématique en m^2/s
<ul style="list-style-type: none"> • $Re < 1\,600$: écoulement laminaire • $Re > 2\,300$: écoulement turbulent 	<ul style="list-style-type: none"> • $K = \frac{64}{Re}$ • $\Delta p = K \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2}$ • Nombre de Reynolds : $Re = \frac{v \times D}{\nu_c}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • ρ : masse volumique en kg/m^3 • η : viscosité dynamique en $\text{Pa}\cdot\text{s}$ • Δp : perte de charge linéique en Pa • D : diamètre en m • K et Re : nombres sans unités

EXERCICE 4 : électricité 1 point

Dans la notice d'utilisation d'un nettoyeur haute pression, les indications suivantes sont fournies :

Tension triphasée : 400 V Puissance électrique : 6 kW Intensité nominale absorbée : 10 A.

Objectif : déterminer le facteur de puissance et le rendement du nettoyeur haute pression.

- 1) Calculer, **arrondi au centième**, le facteur de puissance $\cos \phi$ du moteur triphasé.
- 2) A la sortie du nettoyeur, la puissance utile P_u est de $3,5 \text{ kW}$.

Calculer le rendement du nettoyeur. **Arrondir le résultat au centième.**

Baccalauréat Professionnel Technicien du Froid et du Conditionnement de l'Air – SUJET		
U12 : Mathématiques-Sciences Physiques	2 heures	Coefficient 2
Repère de l'épreuve : 1106-TFC ST 12		Page 6 sur 8

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 : fonction numérique

- Tableau de variation

x	1,04	1,25
Signe de $f'(x)$		
Variation de la fonction f		

- Tableau à compléter

➤ Rappel du tableau des données concernant les diamètres

Normalisation	1	2	3	4	5	6	7
Diamètre extérieur D_2 en mm	42	36	28	22	18	14	10
Diamètre intérieur D_1 en mm	40	34	26	20	16	12	8

➤ Tableau à compléter en fonction des données ci-dessus

Normalisation	1	2	3	4	5	6	7
Rapport des diamètres $\frac{D_2}{D_1}$ <i>arrondi au centième</i>							

ANNEXE 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 : fonction numérique

- Tableau de valeurs :

Les valeurs de $f(x)$ sont à donner sous la forme $a \times 10^{-6}$ avec a nombre réel arrondi au dixième.

x	1,04	1,05	1,06	1,08	1,1	1,13	1,17	1,25
$f(x)$	$3,3 \times 10^{-6}$	$4,1 \times 10^{-6}$						$18,7 \times 10^{-6}$

- Représentation graphique

