BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Production Graphique

Production Imprimée

Épreuve E1 – Épreuve Scientifique et Technique

Mathématiques - Sciences Physiques (E12)

DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

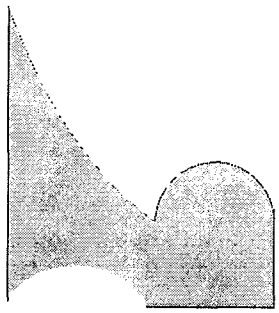
Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

MATHÉMATIQUES (15 points)

Problème (15 points)

Une société commande un logotype dont l'allure en aplat est sommairement représentée en grisé ci-dessous :



Les objectifs du problème consistent à tracer le logo sur le papier millimétré de **l'annexe 2 page 6 / 8,** puis à calculer son aire.

Partie I : (1,5 point) ***Partie circulaire $\overset{\frown}{BC}$ du tracé***

1. Placer sur le papier millimétré de **l'annexe 2**, le point F de coordonnées (7 ; 5).
2. Le point E (7 ; 3) est le milieu du segment BC. Sur **l'annexe 2,** placer le point E puis tracer le demi-cercle $\mathscr{C}$ de centre E, de diamètre BC et qui passe par le point F.

Partie II : (6,5 points) ***Étude de l'arc $\overset{\frown}{GB}$***

On décide de relier les points G (0 ; 10) et B (5 ; 3) par une courbe dont l'équation est du type :

$$y = k\, e^{-0,24x} \quad \text{où } k \text{ est un nombre réel à déterminer.}$$

1. En utilisant les coordonnées du point G, montrer que k est égal à 10.
2. Dans le cadre d'une approximation au dixième, vérifier, que le point B appartient à la courbe d'équation $y = 10\, e^{-0,24x}$.
3. Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 5] par :

$$f(x) = 10\, e^{-0,24x}$$

   a. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle [0 ; 5]. Montrer que :

$$f'(x) = -2,4\, e^{-0,24x}.$$

   b. Justifier que la fonction f est décroissante sur l'intervalle [0 ; 5].

   c. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe 1 page 5 / 8.**

   d. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'**annexe 1**. Arrondir les valeurs au dixième.

   e. On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 5]. Tracer $\mathscr{C}_f$ sur le papier millimétré de **l'annexe 2.**

Partie III : (4 points) ***Étude de l'arc $\overset{\frown}{OSA}$***

On considère l'arc de parabole, noté $\overset{\frown}{OSA}$, passant par les points O(0 ; 0), S(2,5 ; 1,5) et A(5 ; 0).

L'équation de cet arc de parabole s'écrit :

$y = ax^2 + bx$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.

1. À l'aide des coordonnées des points S et A, montrer que les nombres a et b vérifient le système d'équations : $\begin{cases} 5a + b = 0 \\ 2{,}5a + b = 0{,}6 \end{cases}$

2. Déterminer a et b en résolvant le système précédent.

3. En déduire que l'équation de l'arc de parabole $\overset{\frown}{OSA}$ est : $y = -0{,}24\,x^2 + 1{,}2x$.

4. On pose $I = \int_0^5 (-0{,}24x^2 + 1{,}2x)\,\mathrm{d}x$.

a. Montrer que $I = 5$.

b. En déduire, en unité d'aire (u.a.), l'aire de la portion de plan délimitée par l'arc $\overset{\frown}{OSA}$ et l'axe des abscisses.

Partie IV : (3 points) ***Aire du logo***

1. On admet que l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite (AB), est égale à $\frac{125}{3}(1 - e^{-1{,}2})$ u.a. Donner la valeur de cette aire arrondie au centième.

2. Calculer, en u.a., l'aire du rectangle ABCD.

3. Calculer, en u.a., l'aire du demi-disque de centre E et de rayon EF, arrondie au centième.

4. Sachant que sur le graphique de **l'annexe 2,** 1 u.a. = 4 cm², vérifier que l'aire du logo, arrondie au centième, est 169,60 cm².

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Exercice 1 : (3 points) **répondre directement sur l'annexe 3 page 7 / 8.**

Les solutions de mouillage utilisables ont une constante d'acidité K_a qui doit être comprise entre $1{,}26 \times 10^{-5}$ et $2{,}50 \times 10^{-5}$. Pour tester une solution de mouillage en atelier, on effectue son dosage à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium (soude). Le schéma du montage est représenté en partie 1 de **l'annexe 3 page 7 / 8**.

En utilisant la courbe de dosage présentée en partie 2 de l'**annexe 3** :

1. compléter la légende du montage expérimental présenté en partie 1 de **l'annexe 3**, en plaçant correctement les termes ***hydroxyde de sodium*** et ***solution de mouillage***,
2. compléter la partie 2 de **l'annexe 3**.
3. Indiquer en partie 3 de **l'annexe 3** si la solution de mouillage testée peut être utilisée.

Exercice 2 : (2 points)

Afin d'anticiper le respect des nouvelles normes environnementales applicables en 2012, on envisage de remplacer les lampes à incandescence de l'atelier par des lampes fluocompactes (LCF).

Caractéristiques techniques de deux types de lampe :

Type de lampe	Puissance électrique consommée P	Flux lumineux émis F_L	Efficacité lumineuse K
Lampe L_1 à incandescence	75 W	900 lm	
Lampe L_2 fluocompacte (LCF)	15 W		60 lm/W

1. **a.** Calculer l'efficacité lumineuse K de la lampe L_1 à incandescence.

   b. Calculer le flux lumineux, F_L, émis par la lampe L_2 fluocompacte.

2. Sur l'emballage de la lampe LCF on peut lire « lampe équivalente à une lampe à incandescence de 75 watts ».

   Cette affirmation vous parait-elle juste ? Justifier la réponse.

3. Une lampe à incandescence a une efficacité lumineuse de 12 lm/W, ce qui veut dire que pour émettre un flux lumineux de 12 lm, la lampe consomme une puissance électrique de 1 W.

   En analysant l'efficacité lumineuse des lampes L_1 et L_2, expliquer pourquoi les lampes LCF semblent plus respectueuses de l'environnement.

Rappel : $F_L = K \cdot P$ avec : F_L, flux lumineux en lm ; K, efficacité lumineuse en lm/W ; P, puissance électrique en W.

ANNEXE 1 DE MATHÉMATIQUES
(à rendre avec la copie)

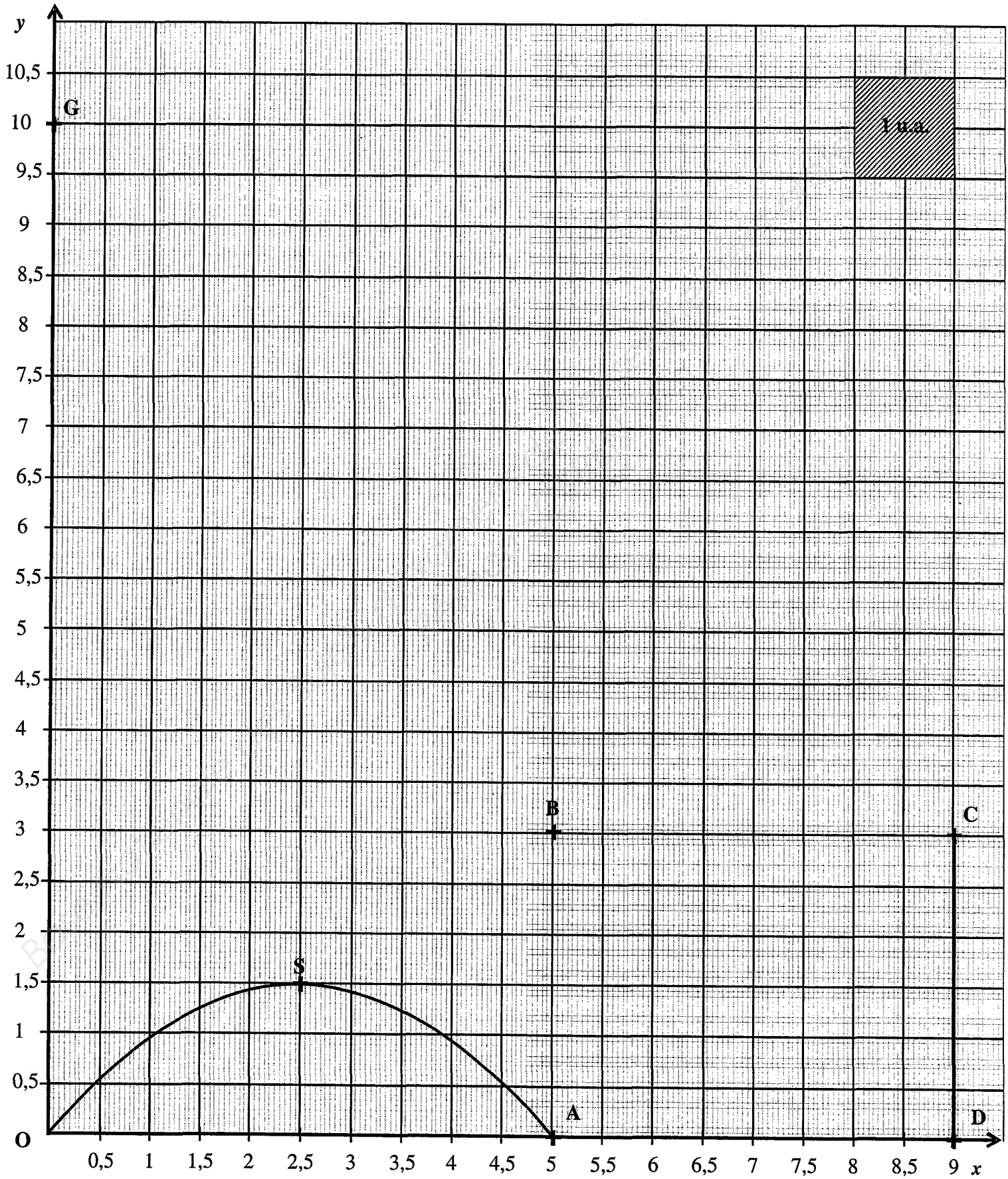
Partie II, question 3.c. : tableau de variation de la fonction f.

x	0 5
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Partie II, question 3.d. : tableau de valeurs de la fonction f.

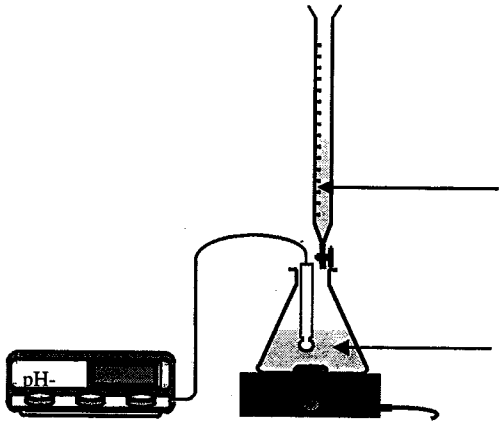
x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	10,0					3,0

ANNEXE 2 DE MATHÉMATIQUES
(à rendre avec la copie)



ANNEXE 3 DE SCIENCES PHYSIQUES
(à rendre avec la copie)

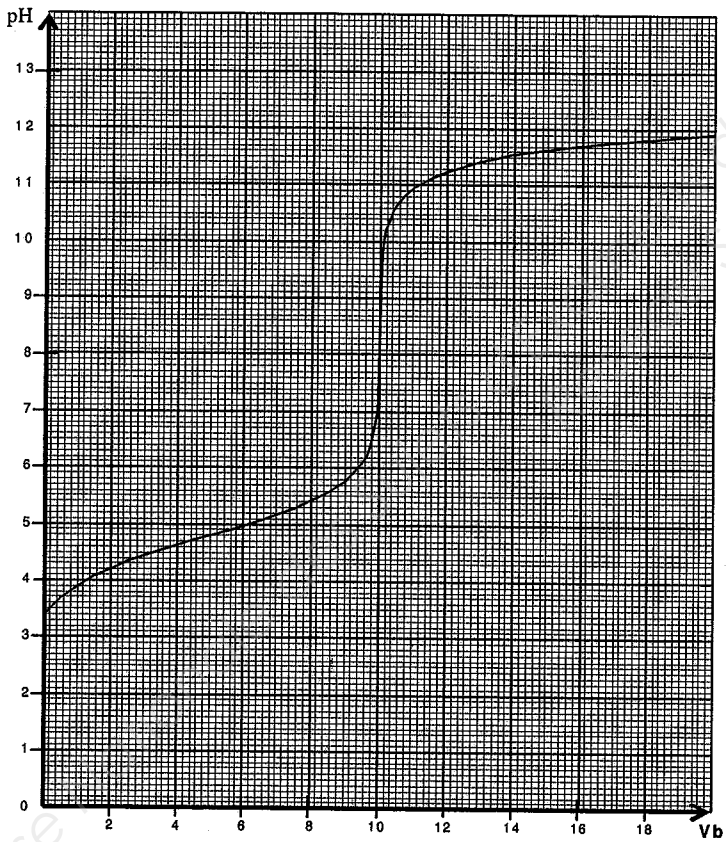
Partie 1 – Schéma du montage



.....

.....

Partie 2 – Courbe de dosage



Sachant qu'à l'équivalence pH = 8,3, déterminer le volume équivalent *Ve* (faire apparaître les traits de construction) :

Ve = ... mL

Calcul du volume à la demi-équivalence :

$\frac{Ve}{2}$ = ...

Déterminer graphiquement le pH correspondant à la demi-équivalence (faire apparaître les traits de construction) :

pH = ...

Calculer la constante d'acidité K_a à 10^{-7} près (on rappelle que $K_a = 10^{-pH}$) :

K_a = ...

Partie 3 – Exploitation

La solution de mouillage est utilisable si sa constante d'acidité est comprise entre $1{,}26.10^{-5}$ et $2{,}50.10^{-5}$. Peut-on utiliser la solution étudiée ? Justifier la réponse par une phrase.

.....

.....

.....

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Énergétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

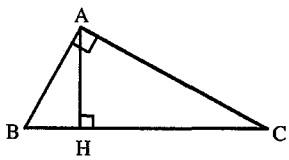
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_a^b g(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t = k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$