SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

Base Nationale de l'enseignement professionnel
réseau SCEREN

Ce document a été numérisé par le CRDP de Bordeaux pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.

Campagne 2012

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

Brevet de Technicien Supérieur
Groupement A21

MATHÉMATIQUES

SESSION 2012

SPÉCIALITÉS	COEFF	DURÉE
TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE	3	3

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

Matériel autorisé :
Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

circulaire 99-186 du 16 novembre 1999

Document à rendre et à agrafer avec la copie :
Document réponse ....page 7/7

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE 1 (10 points)

Une machine fabrique en très grand nombre des pièces d'un même modèle.
Les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.

Partie A

Une pièce fabriquée est conforme si son épaisseur est comprise entre 14,3 mm et 15,5 mm.
On considère la variable aléatoire X qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée, associe son épaisseur en millimètres. La variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne m et d'écart type σ . La moyenne m dépend du réglage de la machine.

1. Dans cette question, on suppose que $\sigma = 0{,}35$. De plus, la machine a été réglée de sorte que $m = 15$.

   (a) Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée soit conforme.

   (b) Calculer le nombre réel positif h tel que $p(15 - h \leqslant X \leqslant 15 + h) = 0{,}95$.

   (c) Interpréter le résultat de la question 1b à l'aide d'une phrase.

2. Dans cette question, m est inconnu. On note $\overline{X}$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 pièces, associe l'épaisseur moyenne des pièces de cet échantillon. On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire $\overline{X}$ peut être approchée par la loi normale de moyenne m et d'écart-type $\dfrac{\sigma}{10}$. On a prélevé au hasard un échantillon de 100 pièces. Sur cet échantillon, l'épaisseur moyenne notée $\overline{x}$ est égale à 15,1.

   (a) Donner une estimation ponctuelle de m.

   (b) On admet ici que $\sigma = 0{,}4$. Déterminer un intervalle de confiance, centré en $\overline{x}$, avec le coefficient de confiance 95 % ; les bornes seront arrondies à 10^{-3}.

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

Partie B

On admet que la proportion de pièces conformes dans la production d'une journée est de 90 %.
On prélève au hasard un lot de 50 pièces dans la production pour vérification de l'épaisseur. La production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On désigne par Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de pièces non conformes dans ce lot.

1. La variable aléatoire Y suit une loi binomiale.
   Préciser les paramètres de cette loi.

2. Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux pièces non conformes dans ce lot.

3. On admet que la loi de probabilité de Y peut être approchée par une loi de Poisson.

   (a) Justifier que le paramètre λ de cette loi de Poisson est égal à 5.

(b) En utilisant cette loi de Poisson, calculer la probabilité que le lot contienne au plus deux pièces non conformes.

Partie C

Pour améliorer sa production, l'usine achète une deuxième machine.
On sait que 40 % des pièces sont fabriquées par la première machine M_1, les autres pièces étant fabriquées par la nouvelle machine M_2.
Par ailleurs, 90 % des pièces fabriquées par la machine M_1 sont conformes. De plus, une étude faite sur la production journalière globale de l'usine a montré que 6 % des pièces produites sont non conformes.
On prélève au hasard une pièce dans la production journalière globale de l'usine.
On définit les événements suivants :
A : « La pièce prélevée provient de la machine M_1. »
$\overline{A}$: « La pièce prélevée provient de la machine M_2. »
C : « La pièce est conforme. »

1. Montrer que la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine M_1 et soit non conforme est 0,04.
2. Recopier et compléter avec des probabilités, le tableau suivant :

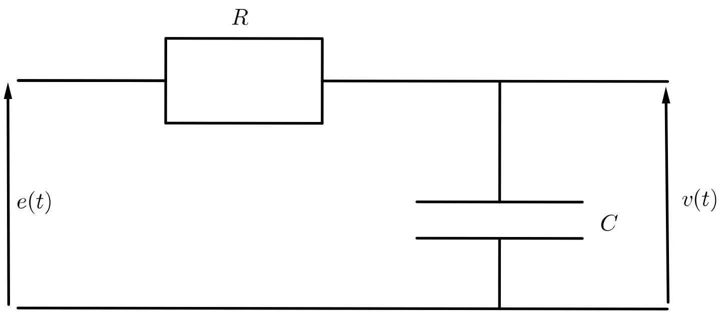
	C	$\overline{C}$	
A			
$\overline{A}$			
		0,06	

3. Calculer la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine M_1 sachant que cette pièce est conforme.
4. Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

EXERCICE 2 (10 points)

Un circuit électrique comporte, en série, une résistance R et un condensateur de capacité C.



Le circuit est alimenté par une tension « source » représentée par une fonction e. La tension aux bornes du condensateur est représentée par une fonction v. Si on considère cette tension comme signal de « sortie », le circuit joue le rôle de filtre passe-bas.
On notera $\mathcal{U}$ la fonction échelon unité définie sur l'ensemble des nombres réels telle que :

$$\begin{cases} \mathcal{U}(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ \mathcal{U}(t) = 1 & \text{si } t \geqslant 0. \end{cases}$$

Partie A

Les fonctions e et v vérifient l'équation différentielle $(\mathcal{E})$ suivante :

$$RC\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} + v(t) = e(t).$$

De plus, on suppose que $v(t) = 0$ pour tout nombre réel t négatif ou nul. En particulier, on a $v(0) = 0$.
On admet que les fonctions e et v possèdent des transformées de Laplace, notées respectivement E et V.

1. La tension e appliquée en entrée au circuit est telle que, pour tout nombre réel t :

$$e(t) = 10\,\mathcal{U}(t).$$

   (a) Tracer sur la copie une représentation graphique de la fonction e.

   (b) Exprimer $E(p)$.

2. En appliquant la transformation de Laplace à l'équation différentielle $(\mathcal{E})$, montrer que :

$$V(p) = \frac{10}{p\,(RCp + 1)}.$$

Base Nationale de l'enseignement professionel réseau SCEREN

3. (a) Vérifier que

$$V(p) = \frac{10}{p} - \frac{10}{p + \frac{1}{RC}}.$$

(b) En déduire l'expression de $v(t)$ pour tout nombre réel t positif ou nul en fonction de t, R et C.

Partie B

Dans toute la suite, j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
La transmittance isochrone T du circuit est définie, pour toute pulsation ω, par :

$$T(\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}}.$$

1. On pose $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.
   Montrer que :

$$T(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}.$$

2. Calculer $T(\omega_0)$. Déterminer alors le module et un argument du nombre complexe $T(\omega_0)$.

3. Cette question est posée sous la forme d'un QCM. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, on écrira sur la copie la formule choisie. L'absence de réponse ou une mauvaise réponse n'est pas pénalisante.

   (a) Parmi les quatre expressions ci-dessous, laquelle donne le module du nombre complexe $T(\omega)$?

   $$\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \qquad 1 + \frac{\omega}{\omega_0} \qquad \frac{-1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

   (b) Parmi les quatre expressions ci-dessous, laquelle donne un argument du nombre complexe $T(\omega)$?

   $$-\arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) \qquad \frac{\omega}{\omega_0} \qquad -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

4. Vérifier la concordance entre les résultats trouvés aux questions 2 et 3a puis 2 et 3b.

5. Pour une pulsation ω de la tension d'entrée e, le gain $G_{\text{db}}(\omega)$ du circuit, exprimé en décibels, est donné par la formule

$$G_{\text{db}}(\omega) = \frac{20}{\ln(10)} \ln(|T(\omega)|).$$

Base Nationale de l'enseignement professionel réseau SCEREN

Calculer, à une unité près, le gain correspondant à la pulsation ω_0.

6. **Pour toute la suite de l'exercice, on se place dans le cas où $\omega_0 = 500$.**

   Pour tout nombre réel ω appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$, on pose

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{500}\right)$$

   et on note $M(\omega)$ le point de coordonnées $(\varphi(\omega) ; G_{\text{db}}(\omega))$.

   Le point $M(\omega)$ décrit la courbe tracée sur la figure du document réponse lorsque ω varie.

   (a) Calculer $\varphi(\omega_0)$.

   (b) Placer alors le point $M_0 = M(500)$.

   (c) En déduire graphiquement l'ordonnée du point M_0.

7. On admet que la fonction φ est strictement décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

   La valeur de ω correspondant au point M_1 du document réponse est-elle :

   – stictement inférieure à 500 ?

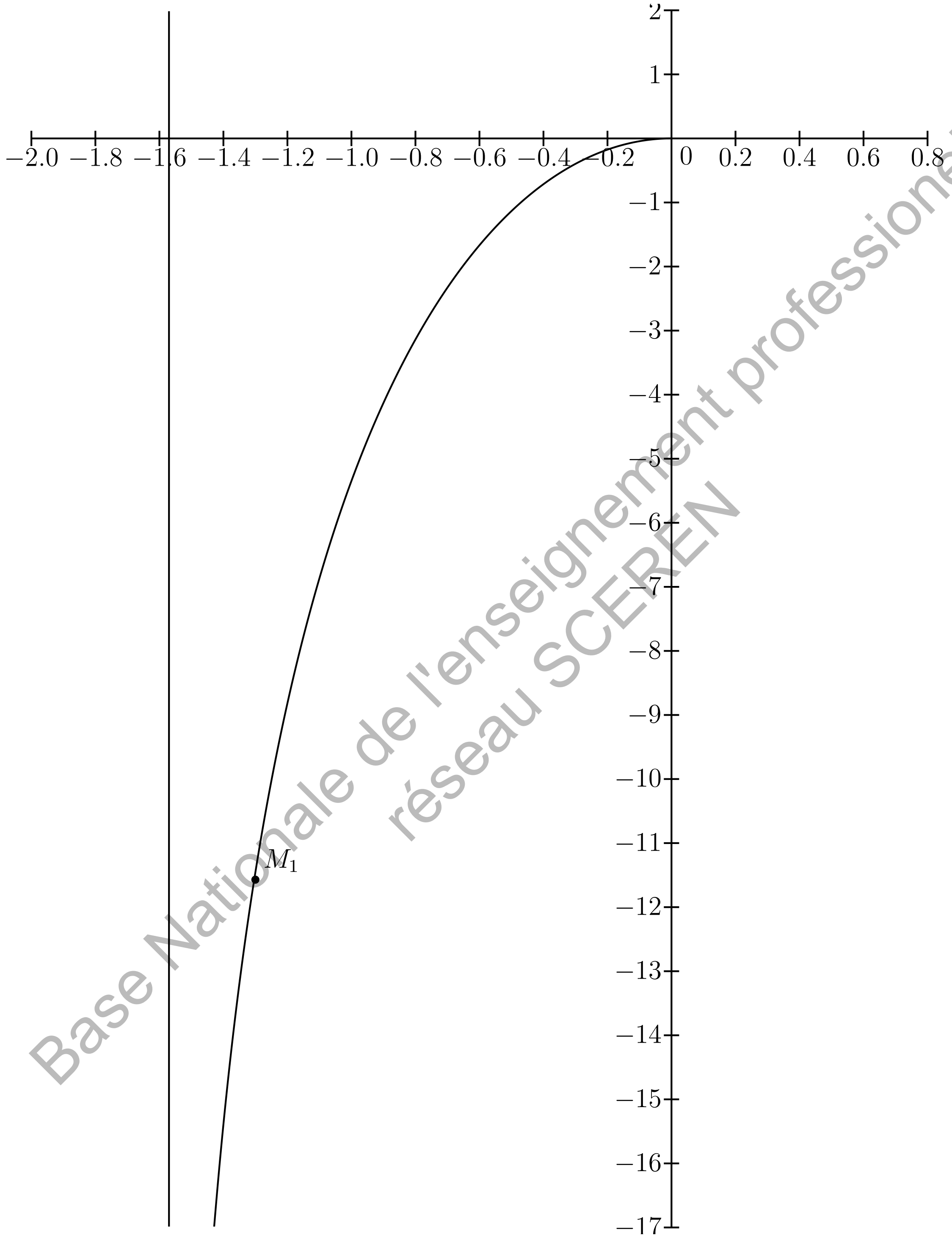
   – égale à 500 ?

   – strictement supérieure à 500 ?

   On justifiera la réponse.

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

Document réponse



Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

GROUPEMENT A

CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE

ELECTROTECHNIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE ET RESEAUX POUR L'INDUSTRIE ET LES SERVICES TECHNIQUES

SYSTEMES ELECTRONIQUES

TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE

Base Nationale de l'enseignement professionnel
réseau SCEREN

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$, où $a > 0$

$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$, où $t > 0$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Base Nationale de l'enseignement professionel réseau SCEREN

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\operatorname{Arc\,sin} t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\operatorname{Arc\,tan} t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$		
$\sin t$	$\cos t$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	$a e^{at}$
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a\,,\,b]$ *:*

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\,v'(t)\,dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)\,v(t)\,dt$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1}\varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p}\varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n \varepsilon(t)$$

e) Équations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = k e^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ .... où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ .... où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ar^2 + br + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines
de discriminant Δ	complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

3. *SERIES DE FOURIER*

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_k e^{\mathrm{i}k\omega t}, \quad (n \in \mathbb{N}^*,\ k \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{d}t \ ; \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\cos(n\omega t)\,\mathrm{d}t \ ; \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_a^{a+T} f(t)\sin(n\omega t)\,\mathrm{d}t.$$

$$c_k = \frac{1}{T}\int_a^{a+T} f(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k\omega t}\,\mathrm{d}t \ (k \in \mathbb{Z}) \ ; \qquad c_0 = a_0 \ ; \qquad \frac{a_n - \mathrm{i}b_n}{2} = c_n \ ; \qquad \frac{a_n + \mathrm{i}b_n}{2} = c_{-n} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

4. *TRANSFORMATION DE LAPLACE*

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p} \ ; \qquad \mathcal{L}(t\,\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2} \ ; \qquad \mathcal{L}(t^n \mathcal{U}(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N}) \ ;$$

$$\mathcal{L}(\mathrm{e}^{-at}\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p+a} \ ; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t)\mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2} \ ; \quad \mathcal{L}(\cos(\omega t)\mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2+\omega^2}.$$

Propriétés

$$\begin{tikzcd} f(t)\ \mathcal{U}(t) \arrow[r, bend left, "\mathcal{L}"] & F(p) \arrow[l, bend left, "\mathcal{L}^{-1}"] \end{tikzcd}$$

$f(\alpha t)\,\mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau)\,\mathcal{U}(t-\tau)$	$F(p)\,\mathrm{e}^{-\tau p}$
$f(t)\,e^{-at}\,\mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t)\mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t)\mathcal{U}(t)$	$p^2F(p) - p\,f(0^+) - f'(0^+)$
$-t\,f(t)\,\mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u)\,\mathcal{U}(u)\,\mathrm{d}u$	$\frac{F(p)}{p}$

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

5. *TRANSFORMATION EN Z*

Signal causal $n \mapsto x(n)$ pour $n \in \mathbb{N}$	**Transformée en Z** $z \mapsto (Zx)(z)$
$e(n) = 1$	$(Ze)(z) = \dfrac{z}{z-1}$
$\begin{cases} d(0) = 1 \\ d(n) = 0 \text{ si } n \neq 0 \end{cases}$	$(Zd)(z) = 1$
$r(n) = n$	$(Zr)(z) = \dfrac{z}{(z-1)^2}$
$c(n) = n^2$	$(Zc)(z) = \dfrac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$f(n) = a^n$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zf)(z) = \dfrac{z}{z-a}$
$y(n) = a^n x(n)$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zy)(z) = (Zx)\left(\dfrac{z}{a}\right)$
$y(n) = x(n - n_0)$, $(n - n_0) \in \mathbb{N}$ ou $y(n) = x(n - n_0)e(n - n_0)$	$(Zy)(z) = z^{-n_0}(Zx)(z)$
$y(n) = x(n+1)$	$(Zy)(z) = z[(Zx)(z) - x(0)]$
$y(n) = x(n+2)$	$(Zy)(z) = z^2\left[(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1}\right]$
$y(n) = x(n + n_0)$, $n_0 \in \mathbb{N}^*$	$(Zy)(z) = z^{n_0}\left[(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1} - x(2)z^{-2} \cdots - x(n_0 - 1)z^{-(n_0-1)}\right]$

Base Nationale de l'enseignement professionel
réseau SCEREN

6. *PROBABILITES*

a) Loi binomiale $P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X)=np$; $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X=k)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

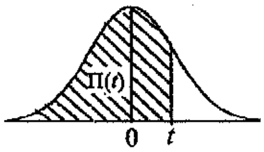
Base Nationale de l'enseignement professionnel
réseau SCEREN

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$

Base Nationale de l'enseignement professionel réseau SCEREN