Session : **PRINTEMPS 2012**

BREVET PROFESSIONNEL

Maçon

Épreuve E4 - Unité 40

MATHEMATIQUES

Durée : **1 heure** *Coefficient* : **1**

- **Ce sujet est composé de 5 pages.**
- **Les questions à traiter sont aux pages numérotées 2/5 , 3/5 , 4/5 et 5/5.**
- **Une annexe numérotée page 5/5, à rendre avec la copie.**

Dans ce sujet, les deux exercices sont indépendants

Exercice 1 : (10 points)

Une entreprise fabrique des piliers en béton destinés à supporter un hangar métallique.

La figure 1 ci-contre représente un des piliers à réaliser.

- sa **partie supérieure** est un parallélépipède rectangle.
- sa **partie inférieure** est un tronc de pyramide régulier de bases carrés.

Dans cet exercice, on se propose de calculer l'aire latérale, le volume et la masse d'un pilier.

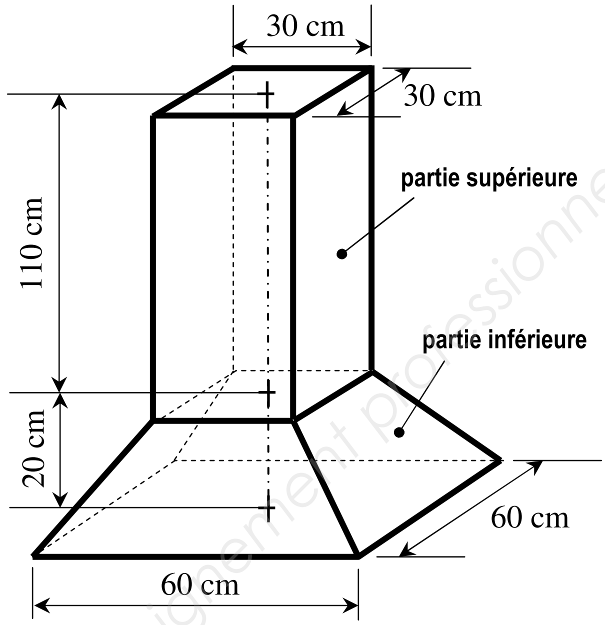


Figure 1 : Vue en perspective d'un pilier
(Sur cette figure, les proportions ne sont pas respectées)

■ *Première partie :* *Calcul de l'aire latérale A_L du pilier.*

1.1. La figure 2 représente la partie inférieure du pilier dans laquelle **(AO)** est son axe de symétrie et **OABC** est un trapèze rectangle de hauteur **AO**.

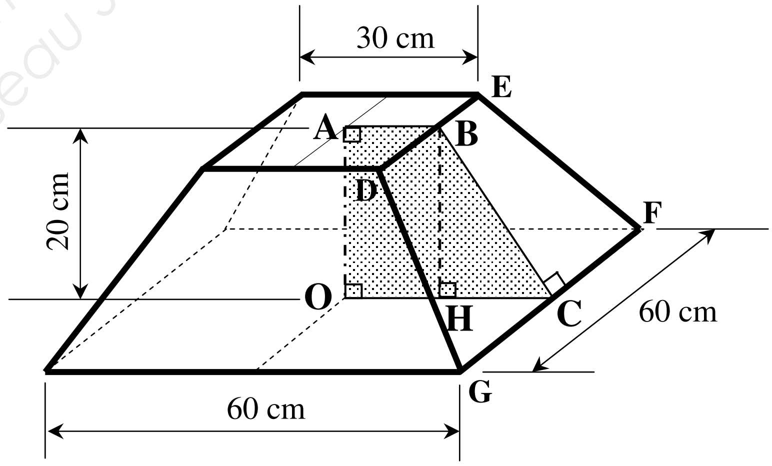


Figure 2 : Partie inférieure du pilier
(Sur cette figure, les proportions ne sont pas respectées)

1.1.a. Calculer, en cm, les longueurs représentées par **[AB]** et **[OC]**.

1.1.b. On donne : **BH = AO** = 20 cm

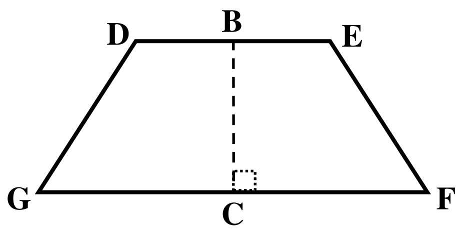
$$\mathbf{HC} = \frac{\mathbf{OC}}{2}$$

En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle **BHC** rectangle en **H**, calculer, en cm, la longueur représentée par **[BC]**. Écrire le détail de calcul.

1.1.c. Le trapèze isocèle **DEFG** ci-contre représente une des faces latérales de la partie inférieure du pilier.

On donne les mesures suivantes : **DE** = 30 cm, **GF** = 60 cm et **BC** = 25 cm.

Calculer, en cm^2, l'aire A_1 représentée par le trapèze **DEFG**.

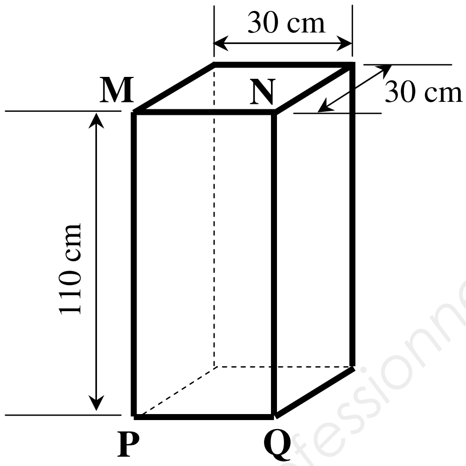


1.2. **La figure 3** représente la partie supérieure du pilier.

Le rectangle **MNQP** représente une des faces latérales de cette partie.

Calculer, en cm^2, l'aire A_2 représentée par ce rectangle.

1.3. Calculer l'aire latérale A_L du pilier (voir **figure 1**).
Écrire le détail de calcul et exprimer le résultat <u>en m^2</u>.



<u>Figure 3</u> : Partie supérieure du pilier

■ ***<u>Deuxième partie</u> :*** *Calculs du volume V et de la masse m du pilier.*

On donne les formules suivantes :

- Volume d'un parallélépipède rectangle : $L \times l \times h$ (L : longueur ; l : largeur ; h : hauteur)
- Volume d'un tronc de pyramide : $\frac{h}{3}(B + b + \sqrt{B.b})$

B : aire de la grande base
b : aire de la petite base
h : hauteur du tronc de pyramide

2.1. Pour la partie inférieure du pilier (tronc de pyramide), on donne : $B = 3\,600$ cm^2 ; $b = 900$ cm^2 et $h = 20$ cm.
Calculer, en cm^3, le volume V_1 (en cm^3) de cette partie.

2.2. En utilisant les informations données sur **la figure 3**, calculer, en cm^3, le volume V_2 de la partie supérieure du pilier.

2.3. Calculer, en cm^3, le volume V_P d'un pilier.

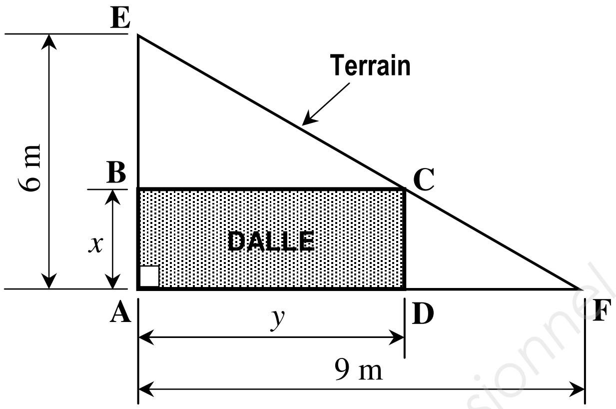
2.4. Calculer le volume V_B de béton nécessaire pour réaliser 16 piliers.
Exprimer le résultat <u>en m^3</u> (mètre-cube).

2.5. On considère que la masse volumique ρ du béton utilisé est de 2 500 kg/m^3 et le volume V_P d'un pilier est 0,141 m^3.

Calculer, en kg, la masse m d'un pilier.

On donne la relation: $\rho = \frac{m}{V}$ (avec : ρ en kg/m^3 ; m en kg et V en m^3)

Exercice 2 : (10 points)



Sur son terrain de la forme triangulaire, un propriétaire souhaite réaliser une dalle rectangulaire en béton sur laquelle il construira une véranda (voir figure ci-contre).

Le but de l'exercice est de déterminer les dimensions (largeur x et longueur y) de la dalle pour lesquelles l'aire de la dalle sera maximale.

1. On donne : **EA** = 6 m ; **BA** = **CD** = x ; **EB** = $6 - x$; **AF** = 9 m et **BC** = **AD** = y.

En appliquant la propriété de Thalès dans le triangle **EAF**, on a l'égalité suivante :

$$\frac{\mathbf{EB}}{\mathbf{EA}} = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{AF}} \quad \text{soit :} \quad \frac{6 - x}{6} = \frac{y}{9}$$

Montrer que l'on peut transformer cette égalité sous la forme : $y = -1{,}5x + 9$.
Écrire le détail de calcul.

2. Dans ce cas, on peut exprimer l'aire A de la dalle en fonction de la largeur x par la relation :

$$A(x) = -1{,}5x^2 + 9x$$

Afin d'étudier l'évolution de l'aire $A(x)$ on considère la fonction f de la variable x définie sur l'intervalle [0 ; 6] par : $\boxed{f(x) = -1{,}5x^2 + 9x}$

2.1. Sur **l'annexe - page 5/5 (à rendre avec la copie)**, compléter le tableau de valeurs de f.

2.2. On appelle (C) la courbe représentative de f sur l'intervalle [0 ; 6]
Dans le repère de **l'annexe**, tracer la courbe (C) en utilisant les valeurs du tableau précédent.

2.3. En laissant apparents les traits de lecture, déterminer graphiquement :

2.3.a. les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 10$.

2.3.b. la valeur de x pour laquelle $f(x)$ est maximale.

3. En utilisant les résultats obtenus en **(1)** et **(2)**, indiquer :

3.1. la largeur x pour laquelle l'aire de la dalle est maximale.

3.2. la longueur y pour laquelle l'aire de la dalle est maximale.

3.3. l'aire maximale A_{max} de la dalle.

A N N E X E (à rendre avec la copie)

- **Exercice 2 - Question (2.1) :** Tableau de valeurs de f (Rappel : $f(x) = -1{,}5x^2 + 9x$)

Valeurs de x	0	1	2	3	4	5	6
Valeurs de $f(x)$	**0**	**7,5**	…………	…………	**12**	…………	**0**

- **Exercice 2 - Questions (2.2) et (2.3) :** Courbe représentative de f et lectures graphiques.