



SERVICES CULTURE ÉDITIONS  
RESSOURCES POUR  
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Montpellier pour la  
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

## MATHÉMATIQUES

Les exercices 1 et 2 peuvent être traités de manière indépendante.

### Exercice 1 (6 points)

A/ Une entreprise fabrique et commercialise des chaussures orthopédiques. Pour une quantité de chaussures produites, notée  $q$ , on appelle  $C(q)$  le coût total de fabrication en euros. On admet que  $C(q) = 0,5 q^2 + 10 q + 100$  pour  $q$  compris entre 5 et 40.

1)

- Calculer le coût total de fabrication de 11 chaussures.
- Calculer le coût total de fabrication de 22 chaussures.
- Le coût total de fabrication est-il proportionnel au nombre de chaussures produites ? Justifier la réponse.

B/ On considère la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $[5 ; 40]$  par :

$$f(x) = 0,5 x^2 + 10 x + 100$$

1) Étude graphique.

- Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  est la dérivée de la fonction  $f$ .
- Compléter le tableau de variation de la fonction  $f$  en **annexe 1** (à rendre avec la copie).
- Compléter le tableau de valeurs de la fonction  $f$  en **annexe 1**. Arrondir les valeurs de  $f(x)$  au dixième.
- Soit  $P$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 2** (à rendre avec la copie). Tracer  $P$ .
- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 1\,000$ . Laisser apparents les traits utiles à la lecture. Recopier le résultat sur la copie.

2) Étude algébrique.

a) Montrer que l'équation  $f(x) = 1\,000$  peut se mettre sous la forme

$$0,5x^2 + 10x - 900 = 0$$

b) Calculer le discriminant de l'équation  $0,5x^2 + 10x - 900 = 0$ .

En déduire le nombre de solutions de cette équation d'inconnue  $x$ , pour  $x \in \mathbb{R}$ .  
Justifier la réponse.

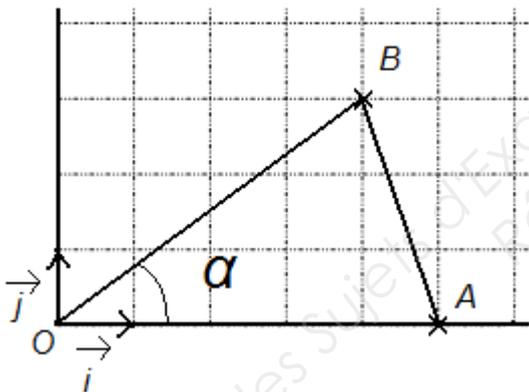
c) Résoudre cette équation. Arrondir les solutions au dixième.

C/ En remarquant que  $C(q) = f(q)$  pour  $q$  entier compris entre 5 et 40, indiquer à partir de combien de chaussures le coût total de fabrication est supérieur à 1 000 euros.

## **Exercice 2** (4 points)

Pour réaliser une orthèse on est amené à découper une plaque en matière plastique.

Cette plaque (OAB) est présentée dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ci-dessous. L'objectif est de déterminer la mesure en degré de l'angle  $\alpha$ .



1) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{OA}$  et  $\vec{OB}$ .

2) Calculer les normes  $\|\vec{OA}\|$  et  $\|\vec{OB}\|$ .

3) Calculer le produit scalaire  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ .

4) On rappelle que  $\alpha$  est la mesure en degré de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

Exprimer le produit scalaire  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  en fonction de  $\cos \alpha$ .

5) Déduire des questions précédentes, la valeur de  $\alpha$  arrondie à l'unité.

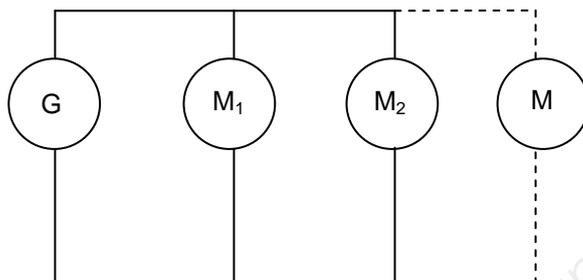
DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE		
Session 2013	Durée : 2h00	Coefficient : 4
Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques		Page 2/8

## SCIENCES PHYSIQUES

On considère un atelier de fabrication de prothèses.

### Exercice 1 (2 points)

L'installation électrique de cet atelier est alimentée par le secteur ( $U = 230 \text{ V}$  ;  $f = 50 \text{ Hz}$ ). Cette installation comporte déjà deux machines  $M_1$  et  $M_2$ . On souhaite y ajouter une perceuse notée  $M$  sur colonne de puissance  $P_M = 2400 \text{ W}$  (voir schéma ci-après).



On rappelle l'expression de la puissance consommée par un appareil,  $P = U.I.\cos\phi$ .

- 1) La machine  $M_1$  consomme une puissance  $P_1$  avec un facteur de puissance de 0,75 soit  $\cos\phi_1 = 0,75$ . Un courant d'intensité  $I_1 = 15 \text{ A}$  y circule.  
Calculer la puissance consommée par la machine  $M_1$ .
- 2) La puissance totale  $P_{\text{TOT}}$  consommée par l'ensemble des trois appareils est 8100 W. De plus, l'installation complète a un facteur de puissance de 0,6 soit  $\cos\phi = 0,6$ .  
Déterminer l'intensité totale  $I_{\text{TOT}}$  du courant en ligne.
- 3) L'intensité du courant qui circule dans la machine  $M_2$  est  $I_2 = 20 \text{ A}$ . En déduire l'intensité  $I_p$  qui circule dans la perceuse  $M$ . L'expression de la loi des nœuds est :  $I_{\text{TOT}} = I_1 + I_2 + I_p$ .

On donne ci-dessous un tableau reliant la section des fils à l'intensité maximale supportée.

Section en $\text{mm}^2$	0,5	0,75	1	1,5	2,5	4	6	10	16
Intensité maximale en ampères (A)	3	6	10	16	25	30	40	60	80

- 4) Avec quelle section minimale de fil doit-on câbler la ligne alimentant la perceuse ? Justifier la réponse.

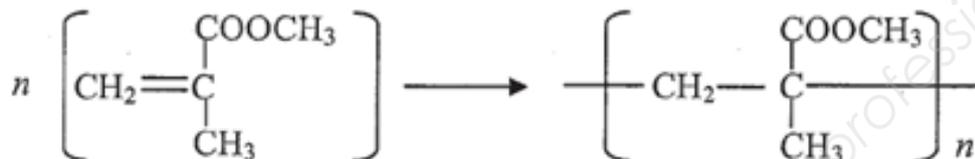
<b>DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE</b>		
Session 2013	Durée : 2h00	Coefficient : 4
Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques		Page 3/8

## Exercice 2 (2 points)

Certaines prothèses fabriquées dans cet atelier sont en polyméthacrylate de méthyle (PPMA). Celui-ci est obtenu par polymérisation de méthacrylate de méthyle dont la formule brute est  $C_5H_8O_2$ .

- 1) Calculer la masse molaire du méthacrylate de méthyle.  
On donne  $M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$

L'équation bilan de polymérisation du PPMA est la suivante :



- 2) Que représente le nombre  $n$  dans la formule du polymère ?
- 3) Sachant que la masse molaire moyenne de PPMA est de  $150 \text{ kg.mol}^{-1}$ , vérifier que  $n = 1500$ .

## Exercice 3 (1 point)

Une écharpe passée autour du cou permet de soutenir l'avant-bras du patient qui vient de recevoir une orthèse en résine de polyméthacrylate de méthyle (PPMA). On cherche à connaître la force exercée par l'écharpe sur l'ensemble {avant-bras + orthèse}. On supposera que l'avant-bras est maintenu en équilibre horizontal et que les deux brins de l'écharpe sont verticaux (voir annexe jointe). On négligera les frottements.

L'ensemble {avant-bras + orthèse} est assimilé à une barre rigide de poids  $\vec{P}$  mobile en rotation autour d'un axe ( $\Delta$ ) placé en O (articulation du coude).

La masse de l'ensemble {avant-bras + orthèse} est  $m = 2,5 \text{ kg}$ .

- 1) Calculer l'intensité de la force poids  $\vec{P}$  de l'ensemble {avant-bras + orthèse}.  
On donne :  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .
- 2) Représenter le poids  $\vec{P}$  sur le schéma en annexe qui sera à rendre avec la copie.

DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE		
Session 2013	Durée : 2h00	Coefficient : 4
Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques		Page 4/8

## ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Tableau de variation de la fonction  $f$ :

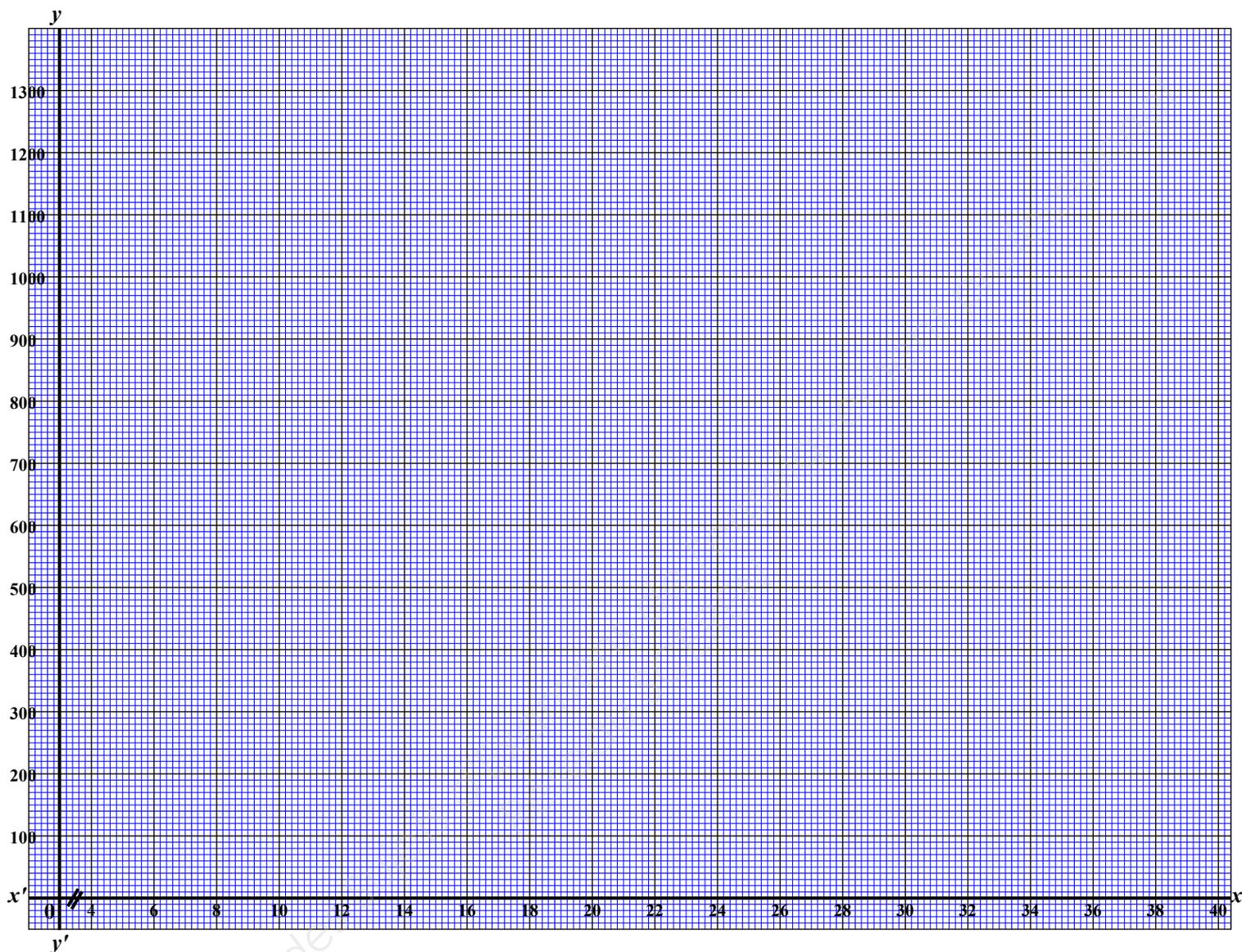
$x$	5	40
Signe de $f'(x)$		
Sens de variation de $f$		

Tableau de valeurs :

$x$	5	10	20	30	40
$f(x)$		250		850	1 300

<b>DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE</b>		
Session 2013	Durée : 2h00	Coefficient : 4
Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques		Page 5/8

## ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)



**DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE**

Session 2013

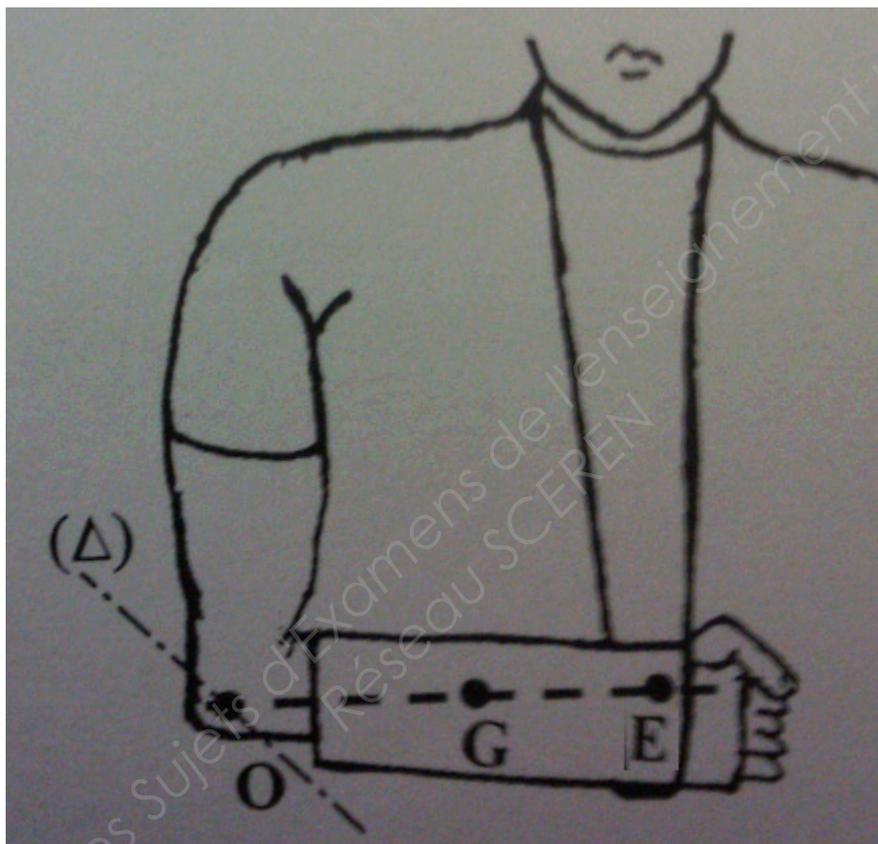
Durée : 2h00

Coefficient : 4

Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques

Page 6/8

ANNEXE 3 (à rendre avec la copie)



DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE		
Session 2013	Durée : 2h00	Coefficient : 4
Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques		Page 7/8

# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

## Fonction f

$$f(x)$$

$$ax + b$$

$$x^2$$

$$x^3$$

$$\frac{1}{x}$$

$$x$$

$$u(x) + v(x)$$

$$a u(x)$$

## Dérivée f'

$$f'(x)$$

$$a$$

$$2x$$

$$3x^2$$

$$-\frac{1}{x^2}$$

$$x^2$$

$$u'(x) + v'(x)$$

$$a u'(x)$$

## Statistiques

$$\text{Effectif total : } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

## Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

## Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle.

- Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

## Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

## Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

## Trigonométrie

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

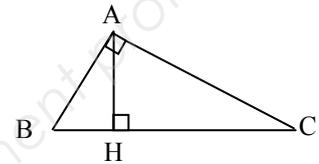
$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

## Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

## Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

## Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B + b) h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

## Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de

hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

## Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' \quad \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

### DT PODO ORTHÉSISTE – DT PROTHÉSISTE – ORTHÉSISTE

Session 2013

Durée : 2h00

Coefficient : 4

Epreuve : Mathématiques – Sciences Physiques

Page 8/8