BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2014

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT B *CODE : MATGRB1*

Durée : 2 heures

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENT
Aéronautique	2
Aménagement finition	2
Après-vente automobile	2
Assistance technique d'ingénieur	2
Bâtiment	2
Conception et réalisation de carrosseries	2
Conception et réalisation de systèmes automatiques	2
Construction navale	2
Constructions métalliques	2,5
Domotique	2
Enveloppe du bâtiment : façade – étanchéité	2
Environnement nucléaire	2
Études et économie de la construction	2
Fluide – énergie – environnement	2
Géologie appliquée	1,5
Industrialisation des produits mécaniques	2
Maintenance et après-vente des engins de travaux publics et de manutention	1
Maintenance industrielle	2
Moteurs à combustion interne	2
Traitement des matériaux	3
Travaux publics	2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.
Un formulaire de 5 pages est joint au sujet.

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (10 points)

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' + 2y' + y = 2\,\mathrm{e}^{-x}$,
où y est une fonction inconnue de la variable réelle x, définie et deux fois dérivable sur **R**, y' la fonction dérivée de y et y'' sa fonction dérivée seconde.

1° a) Résoudre dans **R** l'équation $r^2 + 2r + 1 = 0$.

b) En déduire les solutions définies sur **R** de l'équation différentielle (E_0) :

$$y'' + 2y' + y = 0.$$

2° *Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

Une solution de l'équation différentielle (E) est donnée par la fonction définie sur **R** par l'expression ci-dessous.

$g(x) = 2\,\mathrm{e}^{-x}$	$h(x) = x^2\,\mathrm{e}^{-x}$	$k(x) = 2x\,\mathrm{e}^{-x}$

Les dérivées première et seconde de ces fonctions sont données ci-dessous (ces calculs sont exacts).

$g'(x) = -2\,\mathrm{e}^{-x}$	$h'(x) = (2x - x^2)\,\mathrm{e}^{-x}$	$k'(x) = (2 - 2x)\,\mathrm{e}^{-x}$
$g''(x) = 2\,\mathrm{e}^{-x}$	$h''(x) = (x^2 - 4x + 2)\,\mathrm{e}^{-x}$	$k''(x) = (-4 + 2x)\,\mathrm{e}^{-x}$

3° En déduire les solutions de l'équation différentielle (E).

4° Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie les conditions initiales $f(0) = -1$ et $f'(0) = 1$.

B. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = (x^2 - 1)\,\mathrm{e}^{-x}$.

On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$.

1° a) Un logiciel de calcul formel fournit ci-dessous une expression de la dérivée de f. Ce logiciel note %e^{-x} la quantité e^{-x}.

```
(%i1)  f(x):=(x^2-1)*%e^(-x);
(%o1)  f(x):=(x^2 - 1)%e^(-x)

(%i2)  factor(diff(f(x),x));
(%o2)  -(x^2 - 2 x - 1)%e^(-x)
```

Justifier par un calcul l'expression de $f'(x)$ affichée à la ligne notée (%o2).

b) On rappelle qu'une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse a est donnée par : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

2° a) À l'aide du développement limité, à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction $t \mapsto e^t$, déterminer le développement limité, à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction : $x \mapsto e^{-x}$.

b) En déduire que le développement limité, à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction f est : $f(x) = -1 + x + \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.

c) *Cette question est une question à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification.*
La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
On veut justifier qu'au voisinage du point d'abscisse 0, la courbe C est au-dessus de la droite T. Recopier sur la copie la justification qui vous paraît exacte.

$-1 + x$ est positif au voisinage de 0.	$\frac{x^2}{2}$ est positif au voisinage de 0.	$x^2\varepsilon(x)$ est positif au voisinage de 0.

C. Calcul intégral

1° On note $I = \int_1^3 f(x)\,dx$ où f est la fonction définie dans la partie B.

a) Un logiciel de calcul formel fournit, à la ligne notée (%o3), une primitive sur **R** de la fonction f. Ce logiciel note %e^{-x} l'expression e^{-x}.

```
(%i3)  factor(integrate(f(x),x));
(%o3)  -(x+1)^2 %e^-x
```

Justifier ce résultat.

b) Montrer que la valeur exacte de I est : $I = 4\,e^{-1} - 16\,e^{-3}$.

2° *Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*
On admet que $f(x)$ est positif pour x dans l'intervalle [1, 3].

I est une mesure, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.	I est une mesure, en cm^2, de l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.	I est une mesure, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équation $y = 1$ et $y = 3$.

EXERCICE 2 (10 points)

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante. Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3}.

Un fournisseur d'accès à Internet étudie les défaillances de son système de transmission par ADSL.

A. Événements indépendants

On considère que les défauts d'éligibilité à l'ADSL sont dus à deux causes principales :

– le diamètre des fils de cuivre utilisés entre le central et le domicile de l'abonné est trop faible (inférieur à 0,4 mm) ;

– la distance entre le domicile de l'abonné et le central téléphonique est trop importante.

On considère un abonné pris au hasard dans un département donné. On note A l'événement « le diamètre des fils de cuivres entre le central et le domicile de cet abonné est trop faible », et B l'événement « la distance entre le domicile de cet abonné et le central téléphonique est trop importante ».

Une étude statistique permet d'admettre que les probabilités des événements A et B sont : $P(A) = 0{,}02$ et $P(B) = 0{,}085$.

On suppose que les événements A et B sont indépendants.

Calculer la probabilité des deux événements suivants :

1° E_1 : « la ligne téléphonique de l'abonné possède les deux défauts d'éligibilité à l'ADSL ».

2° E_2 : « la ligne téléphonique de l'abonné possède au moins un des deux défauts d'éligibilité à l'ADSL ».

B. Loi binomiale et loi de Poisson

Les données utilisateur sont transmises par trames de 53 octets. Dans une connexion, on prélève une trame au hasard. La connexion est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard et avec remise de 53 octets parmi l'ensemble des octets transmis lors de la connexion.

On suppose que la probabilité qu'un octet prélevé au hasard dans la connexion contienne une erreur est 0,03.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 53 octets ainsi défini, associe le nombre d'octets contenant une erreur.

1° Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, aucun octet ne contienne une erreur.

3° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus trois octets contiennent une erreur.

4° On considère que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson.
Justifier que le paramètre de cette loi de Poisson est $\lambda = 1{,}59$.

5° On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 1{,}59$.
Calculer, à l'aide de la calculatrice :

a) $P(Y = 0)$;

b) $P(Y \leq 3)$.

C. Intervalle de confiance

Dans cette partie, on considère un stock de rouleaux de câbles de cuivre destiné à la livraison à une entreprise d'installation de lignes téléphoniques. On souhaite estimer la fréquence inconnue p des rouleaux de ce stock ayant une section inférieure à 0,4 mm.

On prélève un échantillon aléatoire de 100 rouleaux dans ce stock. Ce stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 rouleaux.

On constate que seuls 4 rouleaux de cet échantillon ont une section inférieure à 0,4 mm.

1° Donner une estimation ponctuelle de la fréquence inconnue p des rouleaux de ce stock ayant une section inférieure à 0,4 mm.

2° Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 rouleaux ainsi prélevé dans ce stock, associe la fréquence des rouleaux de cet échantillon ayant une section inférieure à 0,4 mm.

On suppose que F suit la loi normale de moyenne inconnue p et d'écart type $\sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$.

a) Déterminer un intervalle de confiance de la fréquence p avec le coefficient de confiance 95%.

b) On considère l'affirmation suivante : « la fréquence p est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question 2° a) ».

Cette affirmation est-elle vraie ?

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

BTS : groupement B

AÉRONAUTIQUE
AMÉNAGEMENT FINITION
APRÈS-VENTE AUTOMOBILE
ASSISTANCE TECHNIQUE D'INGÉNIEUR
BÂTIMENT
CONCEPTION ET RÉALISATION DE CARROSSERIES
CONCEPTION ET RÉALISATION DE SYSTÈMES AUTOMATIQUES
CONSTRUCTION NAVALE
CONSTRUCTIONS MÉTALLIQUES
DOMOTIQUE
ENVELOPPE DU BÂTIMENT : FAÇADES-ÉTANCHÉITÉ
ENVIRONNEMENT NUCLÉAIRE
ÉTUDES ET ÉCONOMIE DE LA CONSTRUCTION
FLUIDE-ÉNERGIE-ENVIRONNEMENT
GÉOLOGIE APPLIQUÉE
INDUSTRIALISATION DES PRODUITS MÉCANIQUES
MAINTENANCE ET APRÈS-VENTE DES ENGINS DE TRAVAUX PUBLICS ET DE MANUTENTION
MAINTENANCE INDUSTRIELLE
MOTEURS À COMBUSTION INTERNE
TRAITEMENT DES MATÉRIAUX
TRAVAUX PUBLICS

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$, où $a > 0$

$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$, où $t > 0$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1 = 1 - 2\sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$

$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$

$e^{at} = e^{\alpha t}(\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim_{t \to +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim_{t \to +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim_{t \to -\infty} e^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \to +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{t \to 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \to 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\dfrac{1}{t}$	$\operatorname{Arc}\sin t$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\operatorname{Arc}\tan t$	$\dfrac{1}{1+t^2}$
$t^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$e^{at} \quad (a \in \mathbb{C})$	$a e^{at}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\dfrac{1}{\cos^2 t} = 1+\tan^2 t$		

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(k u)' = k u'$

$(uv)' = u' v + u v'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' v - u v'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u) u'$

$\left(e^u\right)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur [a , b] :

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t)\, v'(t)\,\mathrm{d}t = \left[u(t)v(t)\right]_a^b - \int_a^b u'(t)\, v(t)\,\mathrm{d}t$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 + \cdots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1}\varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p}\varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}t^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}t^n + t^n\varepsilon(t)$$

e) Équations différentielles

Équations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)\,x' + b(t)\,x = 0$	$f(t) = k e^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \dfrac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$ équation caractéristique : $ar^2 + br + c = 0$ de discriminant Δ	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t}$ … où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{rt}$ ….. où r est la racine double de l'équation caractéristique Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda\cos(\beta t) + \mu\sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.

3. *PROBABILITES*

a) Loi binomiale

$$P(X=k)=C_n^k\,p^k\,q^{n-k} \qquad \text{où} \qquad C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}\;;$$

$$E(X)=np \qquad ; \qquad \sigma(X)=\sqrt{npq}$$

b) Loi de Poisson

$$P(X=k)=\frac{\mathrm{e}^{-\lambda}\,\lambda^k}{k!}$$

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

k \ λ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

k \ λ	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) Loi exponentielle

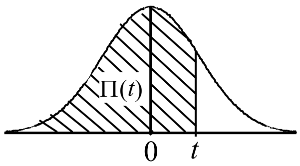
Fonction de fiabilité : $R(t)=\mathrm{e}^{-\lambda t}$ $\qquad E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.) $\qquad \sigma(X)=\dfrac{1}{\lambda}$

d) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \le t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE *t*

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
Π(*t*)	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$