



**LE RÉSEAU DE CRÉATION  
ET D'ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUES**

**Ce document a été mis en ligne par le Canopé de l'académie de Montpellier  
pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.**

**Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.**

# Formulaire d'aide à la résolution des problèmes de calcul topométrique



## Sommaire

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| 1 - Triangle quelconque            | 11- Intersection droite - cercle                     |
| 2 - Triangles semblables           | 12- Nivellement indirect                             |
| 3 - Triangle rectangle             | 13- Corrections des distances                        |
| 4 - Trapèze                        | 14- Correction de niveau apparent                    |
| 5 - Polygone de n côtés            | 15- Moyenne arithmétique, moyenne pondérée           |
| 6 - Raccordements circulaires      | 16- Relèvement sur 3 points - méthode du barycentre- |
| 7 - Secteur circulaire             | 17- Relèvement sur 3 points - méthode de Delambre-   |
| 8 - Transformations de coordonnées | 18- Changement de base                               |
| 9 - Intersection de deux droites   | 19- Le G0 (ou V0)                                    |

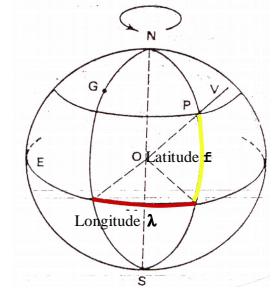
## Conventions relatives aux travaux topographiques

### Unités en vigueur :

- distance en mètre (m)
- angle en grades (gon)

### Systèmes de coordonnées géographiques

longitude  $\lambda$ ,  
latitude  $\varphi$ ,  
hauteur sur l'ellipsoïde  $h$

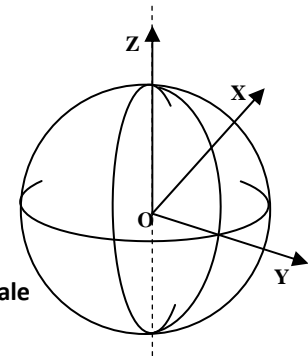


### Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales :  $x, y$
- Coordonnées Lambert 93 :  $e, n$
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) :  $E, N$

### Systèmes de coordonnées géocentriques

$X, Y, Z$



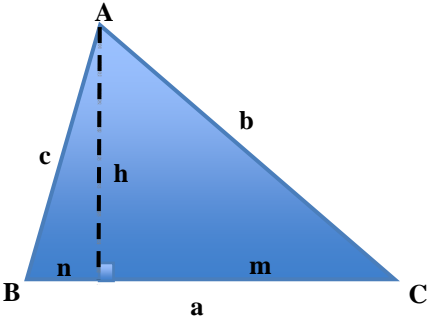
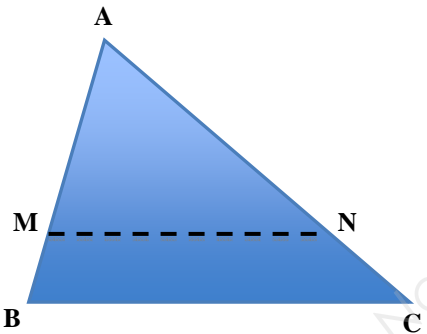
### Systèmes de coordonnées altimétriques : altitude normale

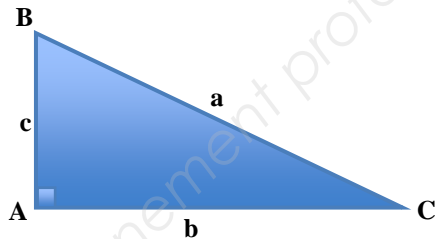
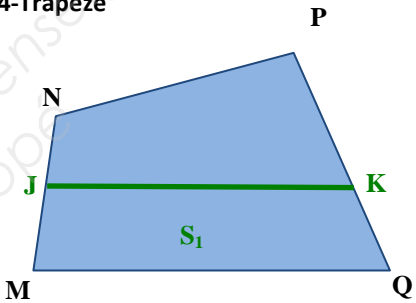
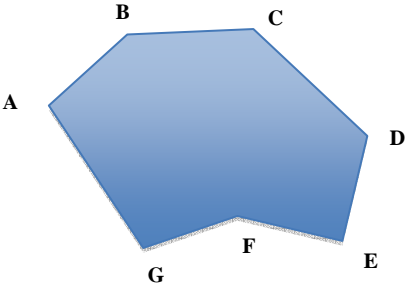
- NGF-IGN 69 (NGF-IGN78 pour la Corse)  $H$

Rayon de la terre : 6370 km

### Terminologie usitée :

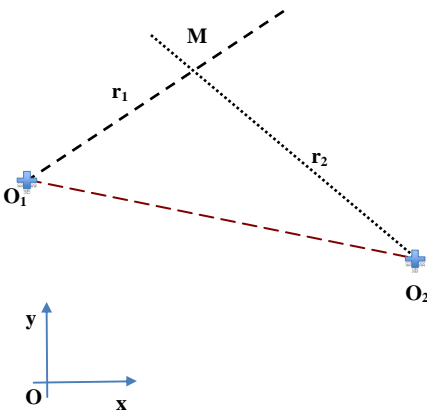
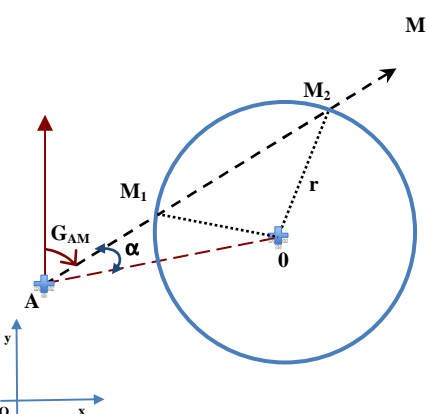
- $ht$  ou  $hi$  = hauteur des tourillons ou hauteur de l'appareil
- $hp$  = hauteur de prisme =  $hv$  (voyant) ou  $hr$  (réflecteur)

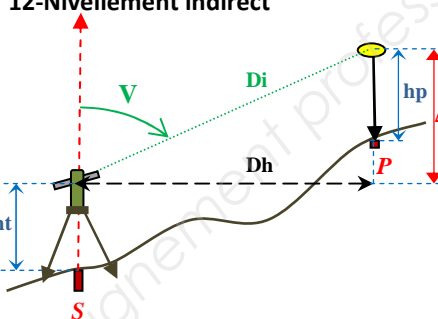
croquis - schémas	formules
<p><b>1-Triangle quelconque</b></p> 	<p><b>Relation des sinus</b>  <math display="block">\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}</math></p> <p><b>Relation des cosinus</b>  <math display="block">a^2 = b^2 + c^2 - 2 b \cdot c \cdot \cos A</math> <math display="block">b^2 = a^2 + c^2 - 2 a \cdot c \cdot \cos B</math> <math display="block">c^2 = a^2 + b^2 - 2 a \cdot b \cdot \cos C</math></p> <p><b>Superficie</b>  <math display="block">S = (a \cdot b \cdot \sin C) / 2</math> <math display="block">S = (a \cdot c \cdot \sin B) / 2</math> <math display="block">S = (b \cdot c \cdot \sin A) / 2</math></p> $S = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \cdot \sin A}$ <p>avec <math>p = \frac{1}{2}</math> périmètre  <math display="block">S = \sqrt{[p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)]}</math></p> $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\left[ \frac{(p - b) \cdot (p - c)}{p \cdot (p - a)} \right]}$
<p><b>2-Triangles semblables</b></p> 	<p><b>Théorème de Thalès</b></p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$ $S_{AMN} = S_{ABC} \cdot k^2$

croquis - schémas	formules
<p><b>3-Triangle rectangle</b></p> 	<p><math>\sin B = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse} = b/a</math>  <math>\cos B = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse} = c/a</math>  <math>\tan B = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = b/c</math>  <math>BA^2 + AC^2 = BC^2</math></p> <p><b>Superficie</b>  <math display="block">S = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot c)</math></p>
<p><b>4-Trapèze</b></p> 	<p><math>S_1 = \text{superficie MJKQ}</math></p> $JK^2 = MQ^2 - 2S_1 \cdot \left( \frac{1}{\tan Q} - \frac{1}{\tan M} \right)$ $QK = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin Q}$ $JM = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin M}$
<p><b>5-Polygone de n cotés</b></p> 	<p><b>Somme des angles intérieurs</b>  <math>\Sigma = (n - 2) \cdot 200</math></p> <p><b>Somme des angles extérieurs</b>  <math>\Sigma = (n + 2) \cdot 200</math></p> <p><b>Superficie</b>  <math display="block">2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i \cdot (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]</math> <math display="block">2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i \cdot (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]</math></p>

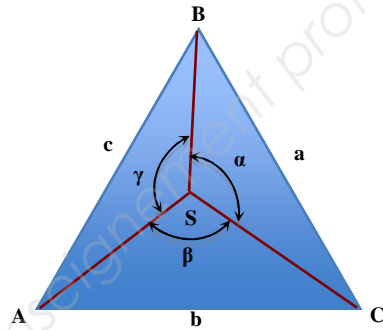
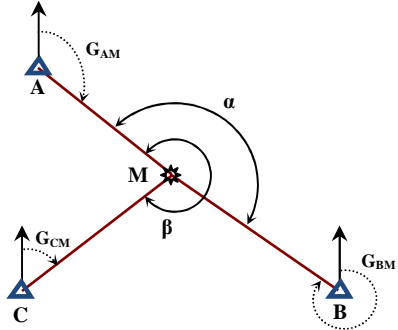
croquis - schémas	formules
<p><b>6-Raccordements circulaires</b></p>	<p>Périmètre du cercle = <math>2\pi \cdot r</math>            Superficie du disque = <math>\pi \cdot r^2</math></p> <p>Longueur de la corde <math>T_1T_2 = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\beta}{2}</math>            Longueur de l'arc <math>T_1T_2 = \frac{2\pi \cdot r \cdot \beta}{400}</math>            Longueur de la flèche <math>MH = r - [r \cdot \cos \frac{\beta}{2}]</math>            Longueur du segment de la tangente  <math>ST_1 = ST_2 = r \cdot \tan \frac{\beta}{2}</math></p>
<p><b>7-Secteur circulaire</b></p>	<p>Triangle: <math>S = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta</math></p> <p>Secteur: <math>S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{400}</math></p> <p>Segment: <math>S_{\text{secteur}} - S_{\text{triangle}}</math></p>

croquis - schémas	formules
<p><b>8-Transformations de coordonnées</b></p>	<p><math>x_B - x_A = D_{AB} \cdot \sin G_{AB}</math>  <math>y_B - y_A = D_{AB} \cdot \cos G_{AB}</math></p> <p><math>D_{AB} = \sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2]}</math>            Gisement AB  <math>\tan G' = (x_B - x_A) / (y_B - y_A)</math>  <math>\tan G' = \frac{\Delta x}{\Delta y}</math></p> <p><i>on obtient G' avec son signe</i></p> <p>si <math>\Delta x \geq 0</math> et <math>\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G'</math>            si <math>\Delta x \geq 0</math> et <math>\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200</math>            si <math>\Delta x \leq 0</math> et <math>\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200</math>            si <math>\Delta x \leq 0</math> et <math>\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 400</math></p>
<p><b>9-Intersection de deux droites</b></p>	<p><b>1ère méthode :</b>  <math>G_{AB}</math> et <math>D_{AB}</math> par <math>(x, y)</math>  <b>résolution du triangle AMB</b>            angle A = <math>G_{AB} - G_{AM}</math>            angle B = <math>G_{BM} - G_{BA}</math>  <math>D_{AM}</math> et <math>D_{BM}</math></p> <p>Calcul des <math>(x, y)</math> de M depuis A  <b>Contrôle :</b> <math>(x, y)</math> de M depuis B</p> <p><b>2ème méthode : (formule de Delambre)</b>            depuis A  <math display="block">y_M - y_A = \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}</math></p> <p><math>x_M - x_A = (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}</math></p> <p><b>Contrôle :</b> idem depuis B</p>

croquis - schémas	formules
<p><b>10-Intersection de deux cercles</b></p> 	<p>calcul de <math>G_{O_1-O_2}</math> et <math>D_{O_1-O_2}</math> par <math>(x,y)</math></p> <p>résolution du triangle <math>O_1O_2M</math></p> <p>calcul de <math>G_{O_1-M}</math> puis <math>x_M</math> et <math>y_M</math> par rapport à <math>O_1</math></p> <p><b>Contrôle :</b> calcul de <math>G_{O_2-M}</math> puis calcul de <math>x_M</math> et <math>y_M</math> par rapport à <math>O_2</math></p>
<p><b>11-Intersection droite - cercle</b></p> 	<p><math>G_{AO}</math> et <math>D_{AO}</math> par <math>(x,y)</math></p> <p><b>résolution du triangle <math>AOM_1</math></b></p> <p><math>OM_1 = r = \text{rayon}</math> Calcul de l'angle A, angle <math>M_1</math>, angle O Distance <math>AM_1</math></p> <p>Calcul des <math>(x,y)</math> de <math>M_1</math> depuis A</p> <p><b>Contrôle :</b> Calcul des <math>(x,y)</math> de <math>M_1</math> depuis O</p> <p>idem pour le triangle <math>AOM_2</math></p>

croquis - schémas	formules
<p><b>12-Nivellement indirect</b></p> 	<p><math>Dh = \sqrt{Di^2 - \Delta hi^2}</math></p> <p>Dénivelée instrumentale <math>\Delta hi</math></p> <p><math>\Delta hi = Di \cdot \cos V</math></p> <p><math>\Delta hi = Dh / \tan V</math></p> <p><math>Dh = Di \cdot \sin V</math></p> <p><math>H_p = H_s + ht + \Delta hi - hp</math></p>
<p><b>13- Corrections des distances</b></p> <p>Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1- constante de prisme (donnée constructeur)</li> <li>2- correction atmosphérique - <math>Ca</math> - obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures)</li> <li>3- correction de pente - <math>Cp</math> - <math>Dh = Di \cdot \sin V</math></li> <li>4- correction de réduction à l'ellipsoïde - <math>Co</math> - ou <math>C_{\text{ellipsoïde}}</math> <math>Co = -\frac{Dh \cdot h}{R + h}</math></li> <li>5- correction de représentation plane ou de projection - <math>Cr</math> ou <math>Cl</math> - <i>cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue sur « CIRCE ».</i></li> </ol>	<p><b>Calcul du module : <math>m = \frac{Dr}{Dh}</math></b></p> <p>On fixe pour une zone de travail un module <math>m</math> tenant compte de la hauteur <b>moyenne au dessus de l'ellipsoïde (<math>h_m</math>)</b> et de la position planimétrique d'un <b>point central</b> du canevas pour déterminer les coefficients <math>k_{\text{ellipsoïde}}</math> et <math>kr</math>, en <b>m/km</b>.</p> <p>Coefficient de réduction à l'ellipsoïde</p> $k_{\text{ellipsoïde}_{m/km}} = -1000 \cdot \frac{h_m}{(R_m + h_m)}$ <p>Coefficient d'altération linéaire :</p> <p><math>kr</math> lu à l'aide du logiciel CIRCE</p> <p>On déduit un <b>module <math>m</math></b> par lequel sont multipliées toutes les distances "terrain" préalablement réduites à l'horizontale.</p> $m = 1 + \frac{k_{\text{ellipsoïde}} + kr}{1000}$ <p>Distance réduite à la projection</p> $Dr_m = Dh_m \cdot m$

croquis - schémas	formules
<p><b>14- Correction de niveau apparent</b></p> <p>Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques : l'erreur due à la sphéricité de la terrestre et l'erreur due à la réfraction atmosphérique.</p> <p>Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée erreur de niveau apparent.</p> <p>La correction globale est appelée correction de niveau apparent Cna.</p>	<p>Cette correction est à ajouter à la dénivelée.</p> <p>On utilise généralement l'expression simplifiée suivante :</p> $Cna = \frac{Dh^2}{15,2}$ <p>Avec Cna en mètre, et Dh en km</p>
<p><b>15- Calcul d'une moyenne de plusieurs valeurs</b></p>	<p><b>Moyenne arithmétique :</b></p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\text{valeur 1} + \text{valeur 2} + \dots + \text{valeur } n}{n}$ <p>avec : <math>n</math> = nombre de valeurs prises en compte</p> <p><b>Moyenne pondérée :</b></p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\sum Vi \cdot pi}{\sum pi}$ <p>avec : V = valeur (longueur, angle, etc.) pi = poids attribué à la valeur i</p>

croquis - schémas	formules
<p><b>16-Relèvement sur 3 points:</b> <i>méthode du barycentre</i></p> 	<p>S est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> <p><math>\alpha + \beta + \gamma = 400 \text{ gon}</math> et <math>A + B + C = 200 \text{ gon}</math></p> $ma = \frac{1}{(\tan^{-1} A - \tan^{-1} \alpha)}$ $mb = \frac{1}{(\tan^{-1} B - \tan^{-1} \beta)}$ $mc = \frac{1}{(\tan^{-1} C - \tan^{-1} \gamma)}$ $x_s = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$ $y_s = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$
<p><b>17-Relèvement sur 3 points:</b> <i>méthode de Delambre</i></p> 	<p>M est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> $\tan G_{AM} = \frac{\left[ \frac{(x_A - x_B)}{\tan \alpha} - \frac{(x_A - x_C)}{\tan \beta} \right] + (y_B - y_C)}{\left[ \frac{(y_A - y_B)}{\tan \alpha} - \frac{(y_A - y_C)}{\tan \beta} \right] - (x_B - x_C)}$ <p><math>G_{BM} = G_{AM} + \alpha</math></p> $y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$ $x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$

croquis - schémas	formules
<p><b>18- Changement de base :</b> passer d'un système particulier (ou système local) à un système général</p> <p>Avec sur le schéma :</p> <p>EON = système général xO'y = système local</p> <p>x<sub>A</sub> et y<sub>A</sub> = coordonnées dans le système local E<sub>A</sub> et N<sub>A</sub> = coordonnées dans le système général G<sub>AB</sub> = gisement dans le système général g<sub>ab</sub> = gisement dans le système local</p>	<p>Eléments connus :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les coordonnées x et y des points A et B sont connues dans le système local</li> <li>- Les coordonnées E et N des points o' et A sont connues dans le système général.</li> </ul> <p>Avec le <b>gisement de l'axe O'x</b> connu dans le système général : <math>GO'x = GAB - gAB + 100</math></p> <p>Eléments cherchés :</p> $EB = EA + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$ $NB = NA + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$ <p>Soit pour un cas général</p> $En = E(n-1) + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$ $Nn = N(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$ <p>avec <math>\Delta x = xn - x(n-1)</math> et <math>\Delta y = yn - y(n-1)</math></p> <p>Avec le <b>gisement de l'axe O'y</b> connu dans le système général :</p> $GO'y = GAB - gAB$ $En = E(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'y + \Delta y \cdot \sin Go'y$ $Nn = N(n-1) + \Delta y \cdot \cos Go'y - \Delta x \cdot \sin Go'y$

croquis - schémas	formules
<p><b>19- le G0 (ou V0):</b></p>	<p>Le <b>G0 (ou V0)</b> d'une station est le gisement du zéro du limbe de l'appareil : gisement de la droite passant par le centre du limbe et la graduation « zéro » de ce limbe.</p> $GO_{station} = Gis_{St-Ref1} - \text{lecture sur Ref1}$ <p><b>Le Go moyen</b></p> <p>Pour obtenir une précision satisfaisante de l'orientation de la station (et la contrôler!) plusieurs références connues en coordonnées sont visées. Il faut alors calculer un <b>G0 moyen</b> à partir des différents G0 obtenus.</p> <p>Deux méthodes sont alors possibles:</p> <p>a - <b>Go moyen par moyenne arithmétique</b> : si les visées sont sensiblement d'égales longueurs.</p> $GO_{moyen\ St} = \frac{\sum GO_{St-Ref\ i}}{n}$ <p>avec <math>n = nb</math> de visées</p> <p>b - <b>Go moyen par moyenne pondérée</b> : si les visées sont d'inégales longueurs</p> <p>La pondération est alors proportionnelle à la longueur de chaque visée.</p> <p><b>Remarque:</b> plus une visée est longue plus son orientation angulaire est précise.</p> $GO_{moyen\ St} = \frac{\sum (GO_{St-i} \cdot Li)}{\sum Li}$ <p>avec : <math>GO_{St-i}</math> = différents G0 calculés depuis la station <math>Li</math> = longueur de chaque visée</p>