BREVET DES METIERS D'ART

CERAMIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

SESSION 2014

Le sujet comporte 10 pages avec 4 exercices :

- **Partie mathématiques**

- **Exercice 1 : géométrie et fonction numérique**	**19 points**
- **Exercice 2 : statistiques**	**7 points**
- **Exercice 3 : suites numériques**	**4 points**
	30 points

- **Partie sciences physiques**

- **Exercice 4 : hydrostatique**	**15 points**
- **Exercice 5 : chimie**	**10 points**
- **Exercice 6 : optique**	**5 points**
	30 points

Les annexes 1, 2 et 3 sont à rendre avec la copie.

Un formulaire de mathématiques est joint au sujet page 2 et des rappels de relations non exigibles peuvent être donnés dans certains exercices de mathématiques et/ou de sciences physiques.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BREVET DES METIERS D'ART

CERAMIQUE

Fonction f	**Fonction dérivée f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$a x + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $a x^2 + b x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $a x^2 + b x + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

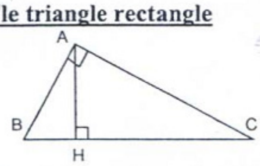
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$ $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}\, bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)\,h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : volume = Bh
- Sphère de rayon R :

  aire = $4\pi R^2$ volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : volume = $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan et dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHEMATIQUES (30 points)

Exercice 1 : géométrie et fonction numérique *19 points*

Un porcelainier décide de fabriquer des coquetiers, **figure 1**, dont la vue de face est modelisée par la **figure 2**.

Figure 1 : coquetier

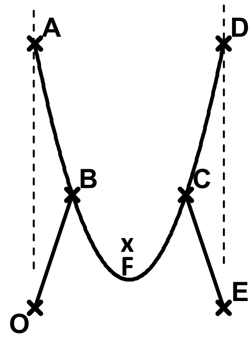


Figure 2 : modélisation d'un coquetier

La modélisation comporte deux segments de droite [OB] et [CE] ainsi qu'un arc de courbe $\widehat{AFD}$.

En vraie grandeur, le diamètre du coquetier est de 5 cm et sa hauteur est de 7 cm.
En conséquence : OA = ED = 7 cm et AD = OE = 5 cm.

L'objectif est de représenter graphiquement la modélisation dans le plan rapporté au repère orthonormal d'unité le centimètre, figurant dans l'annexe 1 à rendre avec la copie.

PARTIE A : Activités graphiques

1) **Placer** les points de coordonnées respectives, dans le plan rapporté au repère orthonormal d'unité le centimètre, de l'**annexe 1** : A(0 ; 7) B(1 ; 3) C(4 ; 3) D(5 ; 7) E(5 ; 0).

2) **Tracer** les segments de droite [OB] et [CE].

PARTIE B : Fonction numérique

1) L'arc de courbe $\widehat{AFD}$ est un morceau de parabole.
Il est la représentation graphique de la fonction f définie sur [0 ; 5] par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels.}$$

Soit $\mathcal{C}$ sa représentation graphique.

a) **Déterminer** la valeur de c à partir des coordonnées du point A (0 ; 7).

b) Les coordonnées du point D (5 ; 7) permettent d'obtenir la relation $5a + b = 0$.

Etablir une autre relation entre a et b à l'aide des coordonnées du point B (1 ; 3). ***Justifier la réponse.***

c) On obtient donc le système suivant, d'inconnues a et b :

$$\begin{cases} 5a + b = 0 \\ a + b = -4 \end{cases}$$

Résoudre ce système.

d) **En déduire** l'expression de $f(x)$.

2) Soit f la fonction définie sur [0 ; 5] par : $f(x) = x^2 - 5x + 7$.

Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

a) **Déterminer** $f'(x)$.

b) **Résoudre** l'équation : $f'(x) = 0$.

c) **Compléter** le tableau de variation de la fonction f sur l'**annexe 1**.

d) **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction f sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**. ***Arrondir les résultats au dixième.***

e) **Tracer** la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère de l'**annexe 1.**

PARTIE C : Calculs d'aires et de volumes

Le porcelainier décide de commercialiser ses coquetiers à l'unité. Chaque coquetier est rangé dans une boîte cylindrique de diamètre D = 6 cm et de hauteur h = 8 cm.

1) **Calculer** l'aire du disque de base d'un coquetier, en cm^2. ***Arrondir le résultat à 0,01 cm^2***.

2) **Calculer** le volume d'une boîte en cm^3. ***Arrondir le résultat à 0,1 cm^3***.

Exercice 2 : statistiques *7 points*

Après fabrication, le porcelainier décide de contrôler la hauteur de ses coquetiers.
Sur un premier lot de 300 coquetiers, les résultats de mesure des hauteurs sont donnés en **annexe 2 à rendre avec la copie**.

Pour ces mesures de hauteurs :

1) a) **Compléter** la ligne des effectifs cumulés croissants dans le tableau en **annexe 2**.

b) **Tracer** le polygone des effectifs cumulés croissants dans le repère en **annexe 2**.

2) On attribue au centre de chaque classe l'effectif de la classe considérée.

a) **Compléter** la ligne des centres des classes x_i dans le tableau en **annexe 2**.

b) **Calculer** la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ de cette série statistique. ***Arrondir les résultats au centième***.

3) On prend pour : $\bar{x} = 70{,}0\ mm$ et $\sigma = 0{,}5\ mm$.

a) **Déterminer** l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma\ ;\ \bar{x} + 2\sigma]$.

b) Un coquetier est jugé conforme aux attentes si sa hauteur appartient à l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma\ ;\ \bar{x} + 2\sigma]$.
Calculer le pourcentage de coquetiers conformes sur le lot considéré.

<u>Exercice 3</u> : suites numériques *4 points*

Dans cet exercice, les résultats seront à arrondir à l'unité inférieure.

Le porcelainier veut étudier l'évolution de sa production de coquetiers. Celle-ci a été de 300 en 2011, de 330 en 2012 et de 363 en 2013.

1) a) **Déterminer** en justifiant la nature de cette suite : arithmétique ou géométrique. **Justifier** la réponse.

   b) **Donner** son premier terme et sa raison.

2) Soit la suite géométrique (u_n) telle que $u_1 = 300$ et $q = 1,1$.

   a) **Exprimer** u_n en fonction de n.

   b) **Calculer** u_4.

   c) **Calculer** la somme S_{10} des 10 premiers termes de cette suite.

3) On considère que les termes de la suite u_n représente la production des coquetiers, avec u_1 la production en 2011, u_2 la production en 2012, et ainsi de suite.

   En déduire :

   a) la production prévisionnelle en 2014.

   b) la production totale prévue sur les 10 premières années.

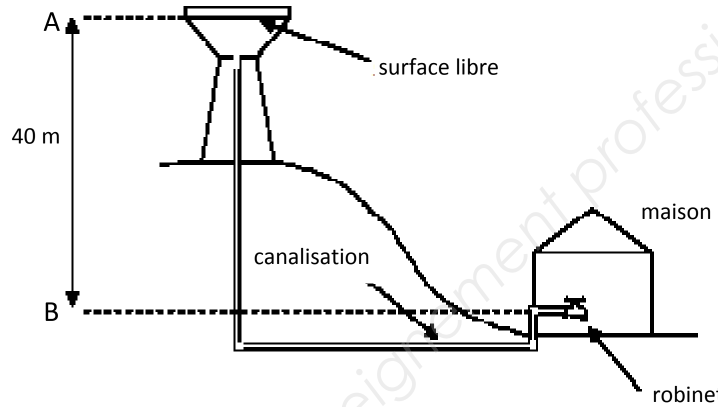
SCIENCES PHYSIQUES (30 points)

Pour chaque exercice de sciences physiques, les valeurs numériques et les formules pouvant être utilisées sont données après chaque énoncé.

<u>Exercice 4</u> : hydrostatique *15 points*

Une maison est alimentée en eau par le réseau de distribution de la ville. Le château d'eau est installé comme l'indique la **figure 3** ci-dessous.

Figure 3 : installation du château d'eau



1) La surface de l'eau dans le réservoir du château d'eau est soumise à la pression atmosphérique. Calculer en pascal puis en bar la pression absolue exercée par l'eau au niveau du robinet de la maison.

2) A l'entrée du robinet, on admet que l'eau exerce une pression absolue de 5 bars sur la section de la canalisation. Cette section est un disque de diamètre $D_1 = 24$ mm.

   a) **Calculer** l'aire de ce disque. Exprimer le résultat en m^2 et ***arrondir ce résultat à 10^{-5} m^2***.

   b) **Calculer** la valeur F de la force pressante $\vec{F}$ exercée par l'eau sur ce disque.

3) On ouvre le robinet partiellement comme l'indique la **figure 4 ci-dessous**.

   La section s_2 au niveau de l'étranglement est considérée comme un disque de diamètre $D_2 = 10$ mm.

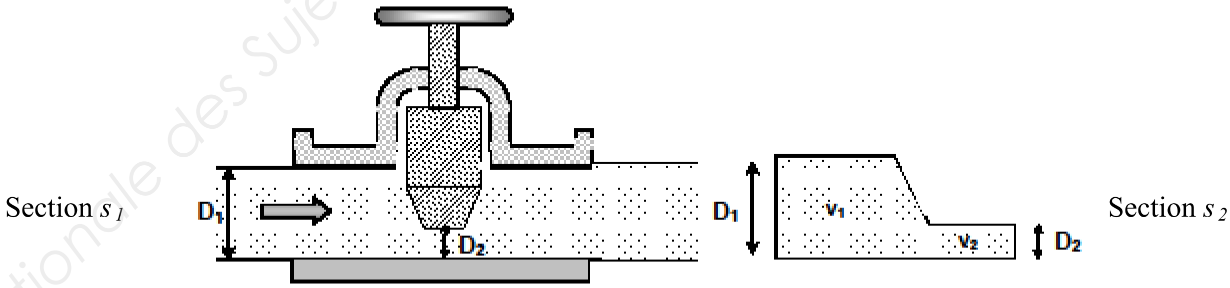


Figure 4 : fonctionnement du robinet d'eau

   a) **Dire** si la vitesse v_2 de l'eau s'écoulant à travers la section s_2, sera plus grande, plus petite ou égale à v_1. **Justifier** la réponse par une phrase.

   b) On prend pour v_1 : $v_1 = 1,3$ m/s.
   Calculer v_2. ***Donner le résultat en m/s, arrondi au dixième.***

<u>Données :</u>	**<u>Formules :</u>**
Pression atmosphérique : $p_{atm} = 10^5$ Pa 1 bar = 10^5 Pa Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1\,000$ kg/m^3 Gravité : g = 10 N/kg	$p_{abs} = p_{atm} + \rho g h$ $F = p.S$ $Q = v.s$

Exercice 5 : chimie *10 points*

Un chimiste trouve une bouteille de 400 mL d'une solution d'acide chlorhydrique. La seule indication sur la bouteille est : « 11 g de chlorure d'hydrogène dissous ».
Il veut connaitre son pH.

1) **Ecrire** l'équation de dissociation du chlorure d'hydrogène dans l'eau.
2) **Calculer** la masse molaire moléculaire du chlorure d'hydrogène HCl.
3) **En déduire** le nombre de moles n contenues dans 11 g de chlorure d'hydrogène. ***Arrondir le résultat au dixième***.
4) On suppose que le nombre de moles soit égal à 0,3 mol.

   Donner la concentration molaire c_1 de la solution d'acide chlorhydrique.
5) **Déterminer** la concentration c_2 en H_3O^+, d'après l'équation bilan.
6) **En déduire** le pH de cette solution.

Données :	**Formules :**
$M_H = 1$ g/mol $M_{cl} = 35{,}5$ g/mol	$c = \frac{n}{V}$ $\quad M = \frac{m}{n}$ $\quad \text{pH} = -\log[H_3O^+]$

Exercice 6 : optique *5 points*

Le porcelainier a recouvert les coquetiers d'un émail rouge et jaune.
Dans sa vitrine, il dispose de deux spots lumineux bleu et jaune pour éclairer ses coquetiers.

1) **Compléter** le tableau **en annexe 3** donnant la couleur apparente du coquetier en fonction de la couleur du spot.
2) **Donner** la couleur du spot la plus adaptée pour l'éclairage du coquetier. **Justifier la réponse**.
3) Le porcelainier dispose d'un troisième spot dont la fréquence de la couleur est $f = 5{,}5.10^{14}$ Hz.
   a) **Calculer** la longueur d'onde λ de ce spot, en nm. ***Arrondir le résultat à l'unité.***
   b) **Donner** à l'aide du tableau ci-dessous la couleur correspondante.

Couleur	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Cyan	Bleu	Indigo	Violet
Longueur d'onde (nm)	740 à 625	625 à 590	590 à 565	565 à 520	520 à 500	500 à 450	450 à 430	430 à 380

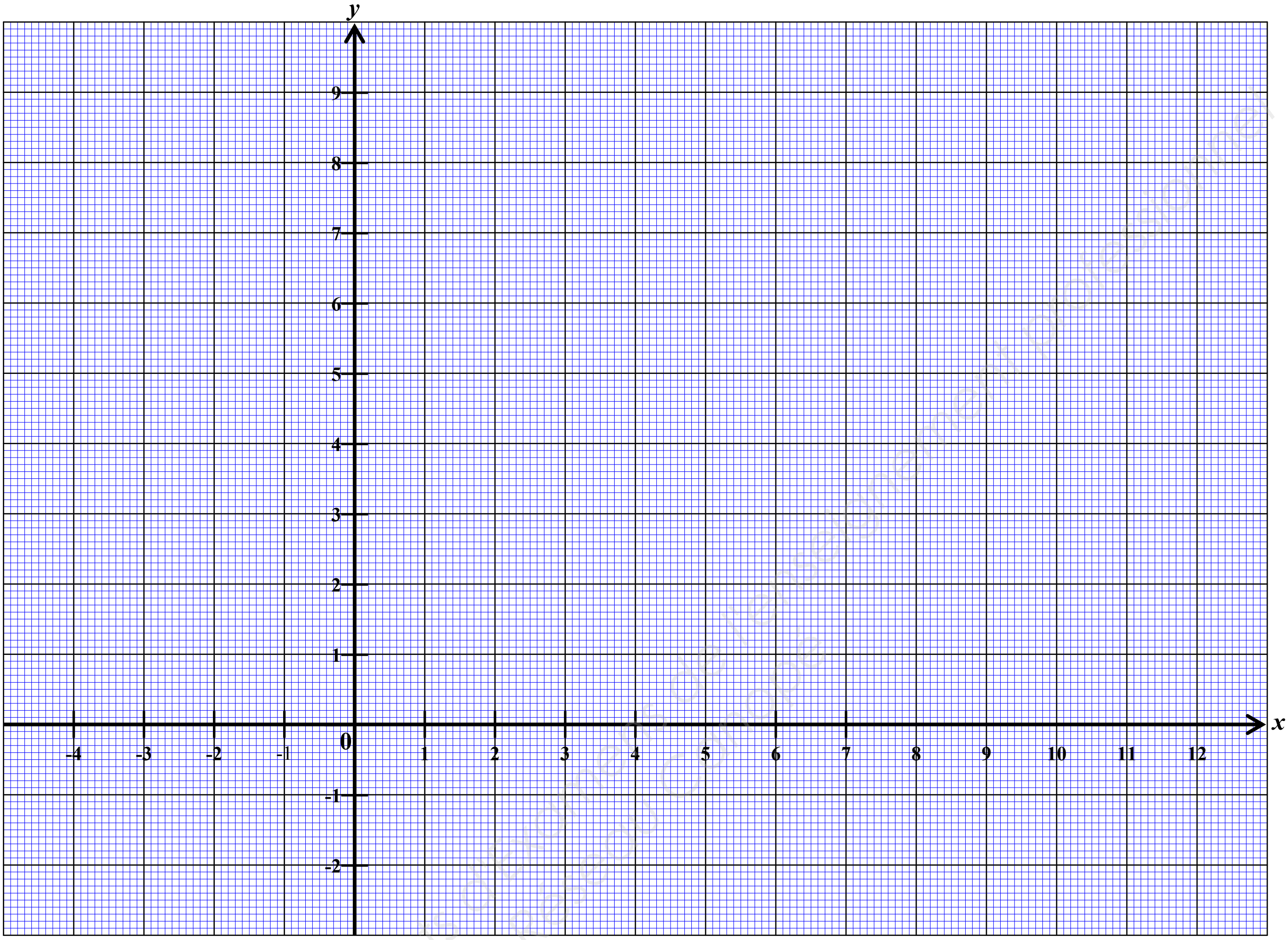
Données :

$c = 3.10^8$ m/s $\qquad f = \frac{c}{\lambda}$

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice 1

- **Représentation graphique**



- **Tableau de variation de la fonction *f***

Valeurs de x	0 5
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

- **Tableau de valeurs arrondies au dixième**

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	7		3				1		3		7

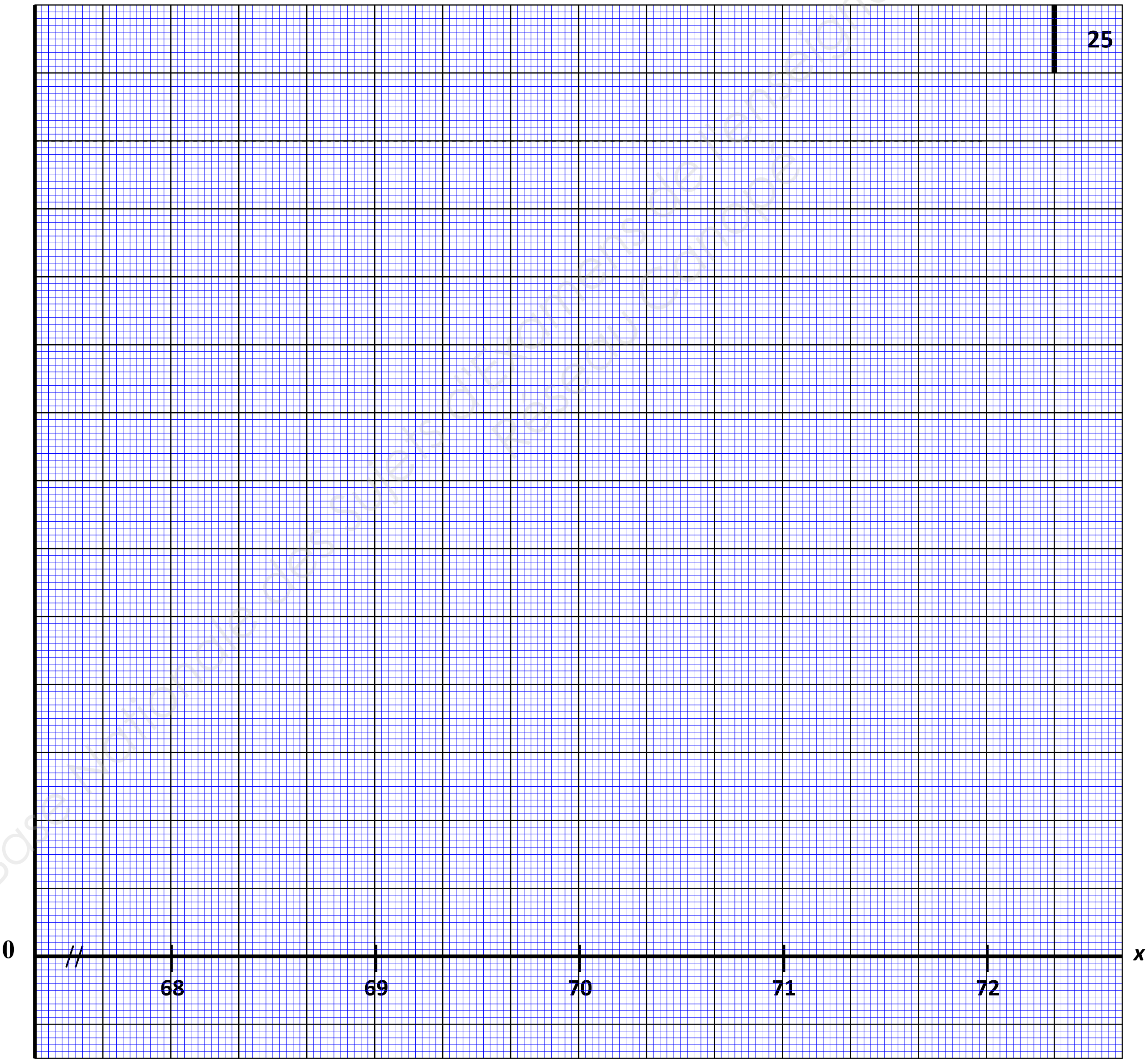
ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 2

- **Tableau statistique**

Hauteur (mm)	[68,5 ; 69]	[69 ; 69,5]	[69,5 ; 70]	[70 ; 70,5]	[70,5 ; 71]	[71 ; 71,5]	[71,5 ; 72]
Effectifs	7	39	94	105	44	9	2
Effectifs cumulés croissants							
Centre de classe x_i							

- **Polygone**



ANNEXE 3 (à rendre avec la copie)

Exercice 6

Spot / Coquetier	Bleu	Jaune
Rouge		
Jaune		

Synthèse soustractive :