Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante

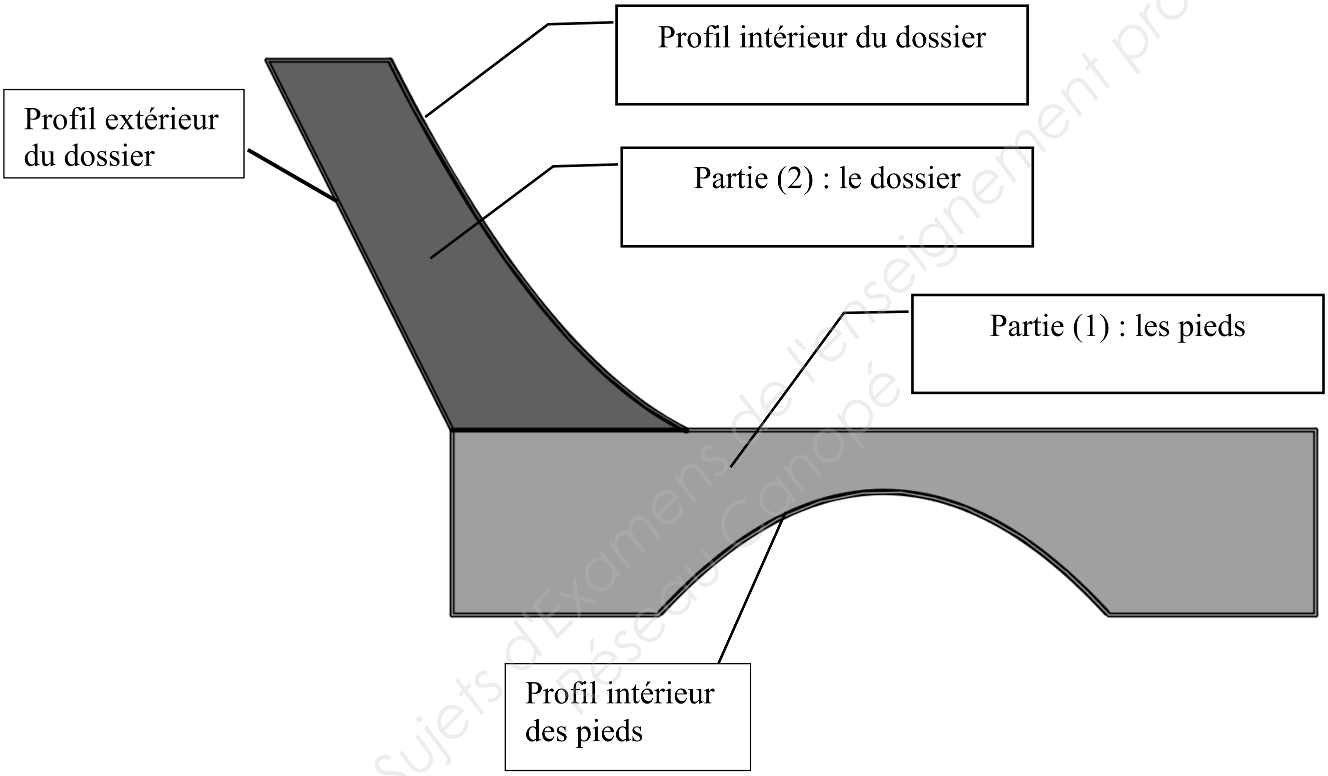
BREVET DES MÉTIERS D' ART
ÉBÉNISTE

Mathématiques et Sciences Appliquées

Session 2014

Partie Mathématiques (24 points)

Un artisan reçoit la commande d'un élément de fauteuil dont on donne, ci-dessous, une représentation schématique. Ce fauteuil est constitué de deux parties : la partie (1) correspondant aux pieds, la partie (2) correspondant au dossier.



I - Etude du profil intérieur des pieds (7 points) :

Le profil intérieur des pieds est parabolique. Il est donné par la courbe C_f représentant la fonction f définie sur l'intervalle [-36,5 ; 36,5] par $f(x) = -\ 0{,}015x^2 + 20$.

1. On note $f\,'$, la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer l'expression de $f\,'(x)$.
2. Etudier le signe de $f\,'(x)$ sur l'intervalle [- 36,5 ; 36,5].
3. Compléter le tableau de variation en annexe 1.
4. Compléter le tableau de valeurs situé en annexe 1. Arrondir les résultats au dixième.
5. Tracer la courbe C_f dans le repère fourni en annexe 1, en utilisant la symétrie de la courbe C_f par rapport à l'axe des ordonnées.
6. Compléter le tracé du profil du fauteuil en traçant les segments [AB], [CD], [DE], [EF] ; [GH], [HI] et [IA].

II - Etude du profil intérieur du dossier (10,5 points) :

Le profil intérieur du dossier est lui aussi parabolique. Il est donné par la courbe C_g représentant la fonction g définie sur l'intervalle [-80 ; -32] par $g(x) = ax^2 + 0{,}5\,x + 30$ où a est un nombre.

1. Déterminer graphiquement les coordonnées du point G en utilisant le graphique de l'annexe 1.
2. La courbe C_g passe par le point G, déterminer la valeur de a dans l'expression de $g(x)$.
3. Dans la suite on définit la fonction g par $g(x) = \dfrac{1}{64}x^2 + 0{,}5x + 30$

   On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

   a) Déterminer l'expression de $g'(x)$.

   b) Calculer $g'(-80)$.

   c) Que représente cette valeur ?
4. Les points H et I ont pour coordonnées respectives (-100 ; 90) et (-70 ; 30). Calculer le coefficient directeur de la droite (HI).
5. Montrer que la droite (HI) est parallèle à la tangente à la courbe C_g au point G.
6. Tracer la tangente à la courbe C_g au point G, elle coupe [FI] en J.
7. Donner les coordonnées du point J
8. La fonction *g* est définie par: $g(x) = \dfrac{1}{64}x^2 + 0{,}5x + 30$. Le point F est l'intersection de C_g et de la droite d'équation *y* = 30.

   a) Écrire l'équation du second degré qui permet de déterminer l'abscisse exacte du point F.

   b) Résoudre l'équation et donner l'abscisse exacte du point F.

III - Calcul de l'angle d'inclinaison $\widehat{EIH}$ du dossier (4,5 points) :

On considère les points I(-70 ; 30), E(70 ; 30) et H(-100 ; 90).

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IE}$ et $\overrightarrow{IH}$

2. Calculer les normes $\|\overrightarrow{IE}\|$ et $\|\overrightarrow{IH}\|$. Arrondir les résultats au centième près.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{IH}$.

4. A l'aide des réponses aux questions 2 et 3, calculer la valeur de l'angle $\widehat{EIH}$. Arrondir au degré près.

5. En déduire la valeur, exprimée en degré, de l'angle $\widehat{GHI}$. Justifier la réponse.

IV - Etude du parallélogramme HGJI (2 points) :

On considère HG = 20 ; IH = 67,08 et $\widehat{GHI}$ = 63°.

1. Calculer l'aire du triangle HGI, arrondir à l'unité d'aire.
2. En déduire l'aire du parallélogramme HGJI.

Partie sciences appliquées (16 points)

I - Matières plastiques (6 points)

Un artisan utilise des matières plastiques, tels que des matériaux obtenus par polymérisation d'un alcène.

La formule générale des alcènes est C_nH_{2n}.

1. Montrer que la masse molaire d'un alcène, exprimée en g/mol, peut s'écrire M = 14 n.

2. Sachant que la masse molaire d'un alcène vaut 56 g/mol,

    a) Ecrire la formule brute de cet alcène.

    b) Ecrire deux formules semi-développées correspondant à cette formule brute. Indiquer les noms de ces deux molécules.

3. Soit le but-1-ène de formule $CH_2=CH-CH_2-CH_3$. Il se polymérise par polyaddition.

    a) Ecrire la formule du polymère.

    b) Indiquer l'autre type de polymérisation.

    c) La masse molaire du polymère est de 84 000 g/mol. Déterminer l'indice de polymérisation n.

Données : M (C) =12 g/mol. M (H) = 1 g/mol.

II - Etude d'une loupe (10 points) :

Afin d'obtenir une vision accrue pour réaliser des travaux de précision, l'artisan équipe sa table d'une loupe sur bras articulé.

La lentille utilisée a une distance focale de 8 cm. Il observe un objet AB de 3 cm de hauteur placé à 5 cm en avant de la lentille.

1. Placer sur le schéma de l'annexe 2 le foyer principal objet F de la lentille ainsi que le foyer principal image F'.

2. Dessiner l'objet AB sur le schéma de l'annexe 2.

3. Indiquer les valeurs $\overline{OA}$, $\overline{OF}$ et $\overline{OF'}$.

4. Construire sur le schéma de l'annexe 2 l'image A'B' de l'objet AB au travers de la lentille.

5. Donner les caractéristiques de cette image. (réelle/virtuelle, droite/ inversée, agrandie/réduite)

6. Relever graphiquement la valeur $\overline{OA'}$.

7. Calculer la valeur $\overline{OA'}$ à l'aide de la relation de conjugaison puis comparer avec le résultat de la question 6.

8. Calculer le grandissement γ de la loupe.

9. Calculer la vergence C de la lentille en dioptries.

On donne :

Formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Vergence : $C = \frac{1}{f}$

<u>Annexe 1</u> : Mathématiques **(Les annexes 1 et 2 sont à rendre avec la copie)**

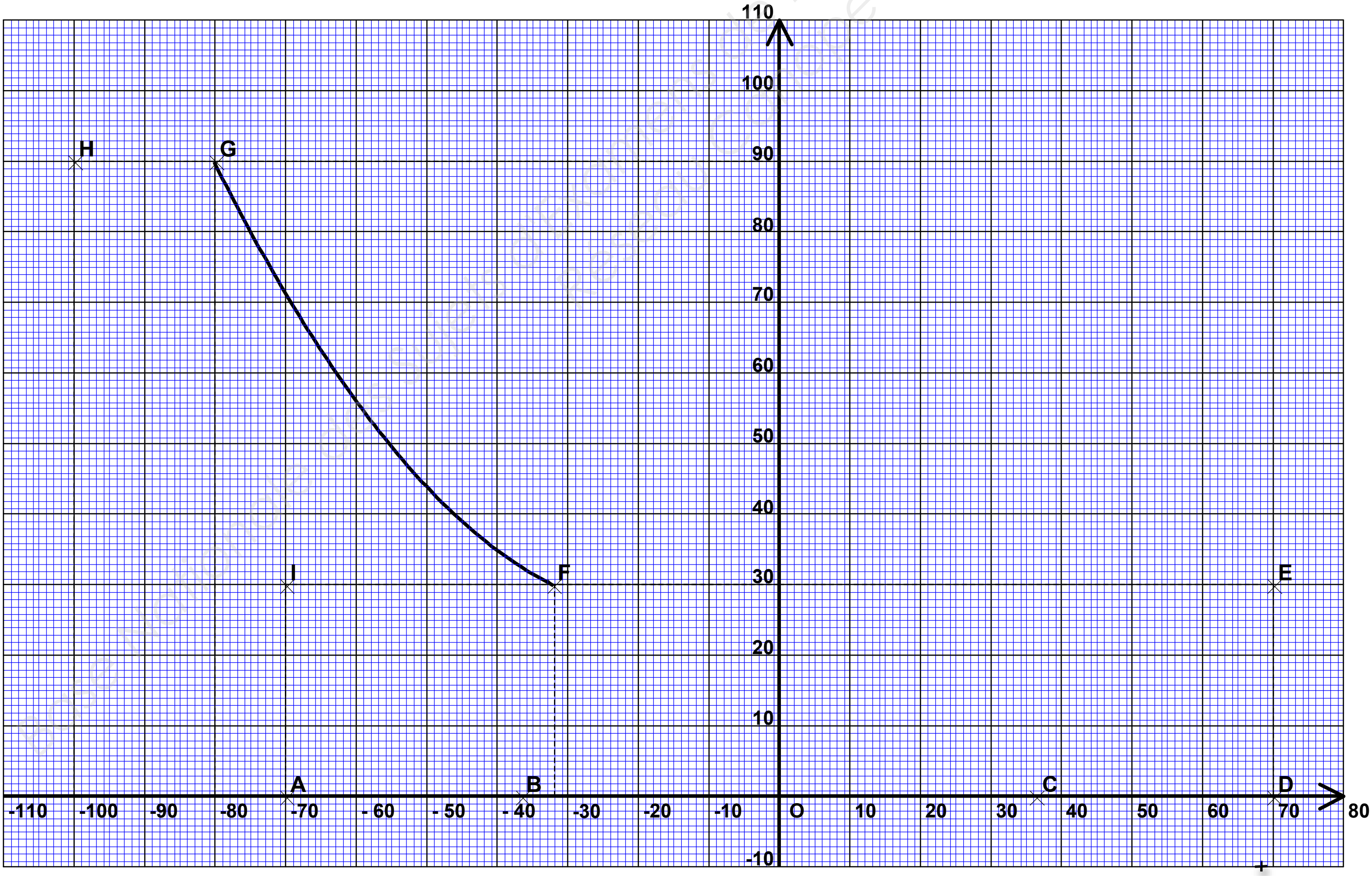
Tableau de variations

x	-36,5	36,5
Signe de $f'(x)$		
$f(x)$		

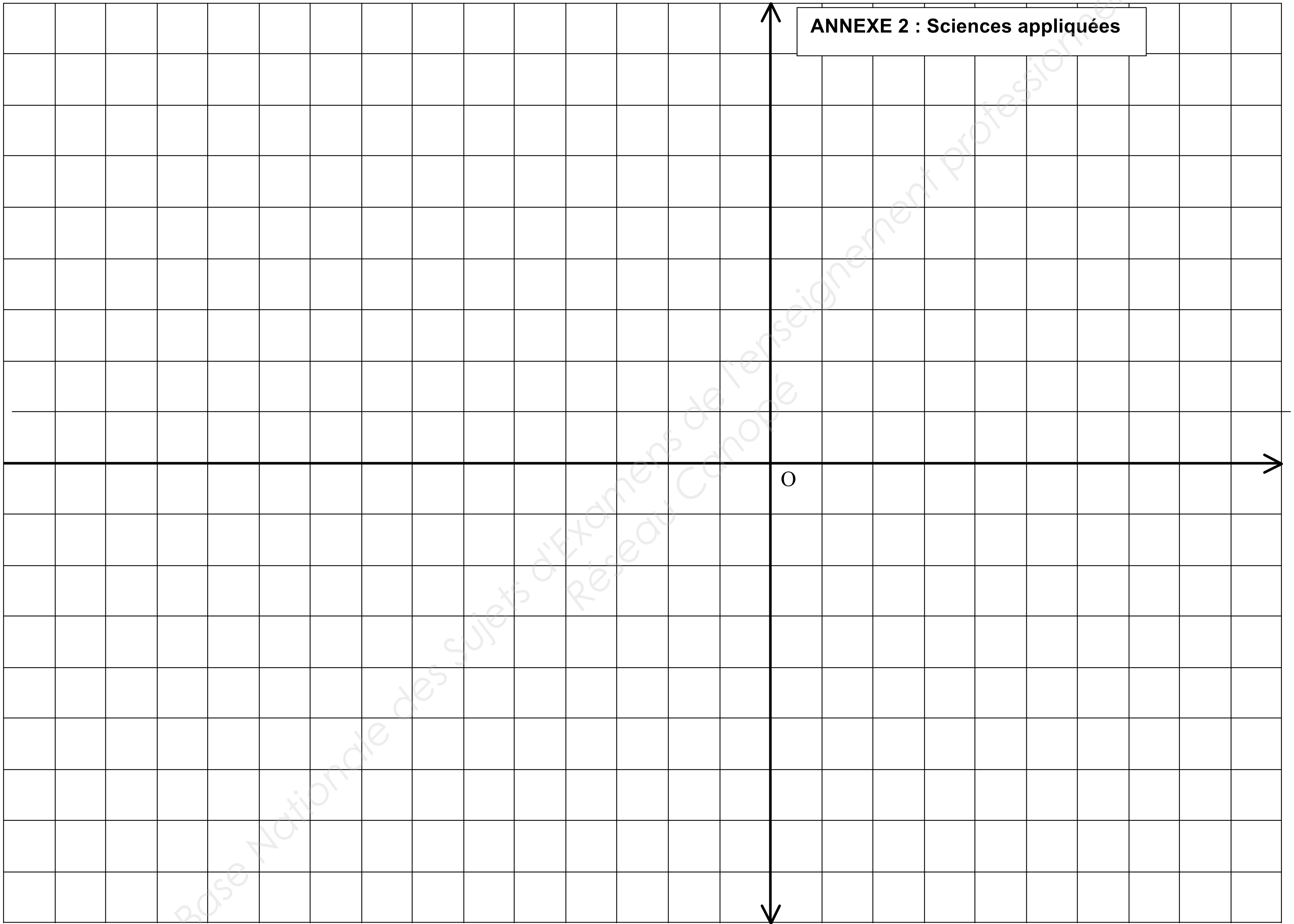
Tableau de valeurs

x	- 36,5	- 30	- 25	- 20	- 15	- 10	- 5	0
$f(x)$	0,0							

Représentation graphique



ANNEXE 2 : Sciences appliquées



FORMULAIRE
MATHÉMATIQUES

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$ x^2 x^3 $\frac{1}{x}$	a $2x$ $3x^2$ $-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}\,(x\,;y)$ $\quad \vec{v}'(x'\,;y')$

$\vec{v}\,.\,\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

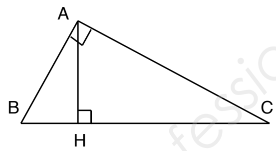
Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\,.\,\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}\,,\vec{v}')$

$\vec{v}\,.\,\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}\, bc \sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}\,(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}\, Bh$