BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2015

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT E *CODE : MATGRE*

Durée : 1 h 30

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENTS
CONCEPTEUR EN ART ET INDUSTRIE CÉRAMIQUE	**1,5**
DESIGN DE COMMUNICATION ESPACE ET VOLUME	**1,5**
DESIGN D'ESPACE	**1,5**
DESIGN DE PRODUITS	**1,5**

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

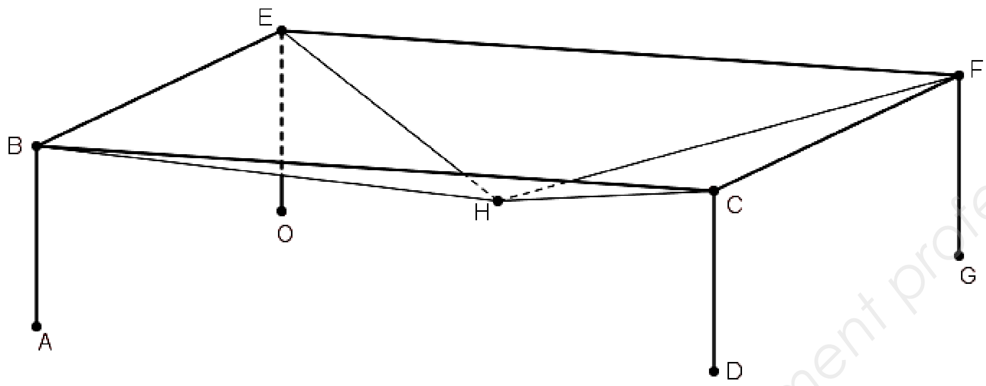
Le sujet comporte deux annexes à rendre avec la copie :

Annexe 1 ....**page 5/6**
Annexe 2 ....**page 6/6**

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (10 points)

Un designer a conçu un bac à fleurs qui ornera le centre d'une place. On en donne ci-dessous une représentation en perspective cavalière.



Le bac a la forme d'une pyramide dont la base est un rectangle EBCF et le sommet est H.
Le côté EB mesure 2 m, et le côté EF mesure 3 m.
Le bac est positionné sur des pieds de 80 cm de haut.
Le point H se situe à mi-hauteur et la hauteur issue de H passe par le centre du rectangle EBCF.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Volume du bac à fleurs

1° Déterminer la hauteur de la pyramide, exprimée en mètres.

2° En déduire le volume de terre nécessaire pour remplir le bac, exprimé en m ^{3}, puis en litres.
(On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\frac{1}{3} \times B \times h$, où B est l'aire de la base et h la hauteur.)

B. Surface de matériau nécessaire

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OK})$ d'unité graphique 1 m, comme indiqué sur la figure 1 fournie en annexe.

1° a) Donner les coordonnées des points B, C, E et F lues sur la figure 1.

b) On admet que le point H a pour coordonnées H(1 ; 1,5 ; 0,4).

Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{HE}$, $\overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{HF}$.

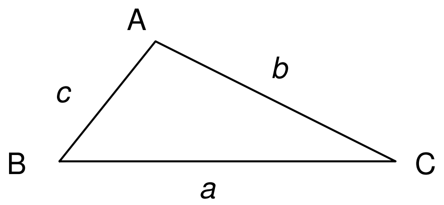
2° a) Montrer que les longueurs HE, HB et HF sont égales et valent chacune environ 1,85 m.

b) Représenter sur la copie les triangles EBH et EFH à l'échelle 1/50.

3° **a)** Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{HE} \cdot \overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{HE} \cdot \overrightarrow{HF}$.

b) En déduire une valeur approchée des angles $\widehat{EHB}$ et $\widehat{EHF}$ arrondie au dixième de degré.

c) On rappelle la formule suivante :



L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Déterminer l'aire de la surface de matériau nécessaire pour construire le bac (donner le résultat en m^2, arrondi au dixième).

C. Représentation en perspective centrale

L'objectif de cette partie est de représenter le bac à fleurs en perspective centrale avec comme plan frontal le plan (ABC). Pour ce faire, il s'agira de compléter la figure 2 de l'annexe, où la ligne d'horizon est déjà tracée. On note a, b, c, d, e, f, g, h, o les images respectives des points A, B, C, D, E, F, G, H, O dans cette représentation en perspective centrale.

1° On note ω le point d'intersection de la droite (eb) avec la ligne d'horizon.
Justifier que ω est le point de fuite principal.

2° Compléter soigneusement la représentation en perspective centrale du bac à fleurs sur la figure 2 de l'annexe, en laissant apparents les traits de construction.

EXERCICE 2 (10 points)

Le but de cet exercice est de représenter, en utilisant des courbes de Bézier, une lettre de l'alphabet grec.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,)$ donné en annexe 2, on considère les points A(0, 1) ; B(– 3 ; 1,5) et C(1, 5).
La courbe de Bézier C_1 définie par ces trois points de contrôle est l'ensemble des points $M_1(t)$ tels que, pour tout t de l'intervalle [0, 1] :

$$\overrightarrow{OM_1(t)} = (1-t)^2\ \overrightarrow{OA} + 2t\,(1-t)\ \overrightarrow{OB} + t^2\ \overrightarrow{OC}\,.$$

1° Démontrer que les coordonnées x_1 et y_1 des points $M_1(t)$ de cette courbe ont pour expression : $x_1 = f_1(t) = 7\,t^2 - 6\,t$ et $y_1 = g_1(t) = 3\,t^2 + t + 1$.

2° Étudier les variations des fonctions f_1 et g_1 définies pour t dans l'intervalle [0, 1] par :

$$f_1(t) = 7\,t^2 - 6\,t \quad \text{et} \quad g_1(t) = 3\,t^2 + t + 1$$

Rassembler les résultats dans un tableau unique.

3° a) Quelle(s) tangente(s) à la courbe C_1 peut-on connaître sans effectuer aucun calcul ? Justifier la réponse.

b) *Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification.*
La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

La courbe C_1 admet au point S, obtenu pour $t = \dfrac{3}{7}$, une tangente de vecteur directeur :

$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{v}\begin{pmatrix}-1{,}3\\1{,}98\end{pmatrix}$	$\vec{i} + \dfrac{25}{7}\,\vec{j}$

c) Tracer les tangentes précédentes, puis la courbe C_1 sur le graphique de l'annexe 2.

4° La courbe C_1 coupe l'axe des ordonnées en deux points A et A'. Calculer les coordonnées de A'.

5° On considère la courbe de Bézier C_2 définie par les points O(0, 0), D(1,5 ; 0,75) et A(0, 1).
Cette courbe est l'ensemble des points $M_2(t)$ de coordonnées x_2 et y_2 tels que, pour tout réel t de l'intervalle [0, 1],

$$x_2 = f_2(t) = -3\,t^2 + 3\,t \quad \text{et} \quad y_2 = g_2(t) = -0{,}5\,t^2 + 1{,}5\,t$$

La courbe C_2 est représentée sur le graphique donné en annexe 2.
Les courbes C_1 et C_2 ont-elles la même tangente au point A ? Justifier la réponse.

6° Placer dans le repère de l'annexe 2 le point E(– 1, 5). Tracer le segment [EC].
La figure obtenue à partir de ce segment et des deux courbes C_1 et C_2 représente la lettre grecque « zêta ».

ANNEXE 1 À RENDRE AVEC LA COPIE

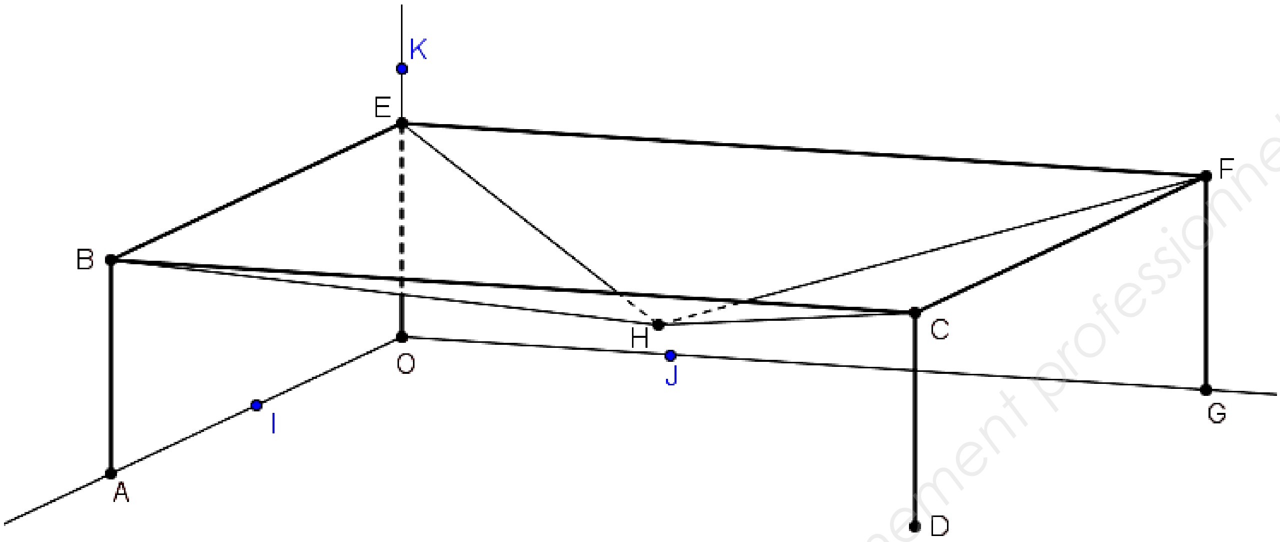


Figure 1

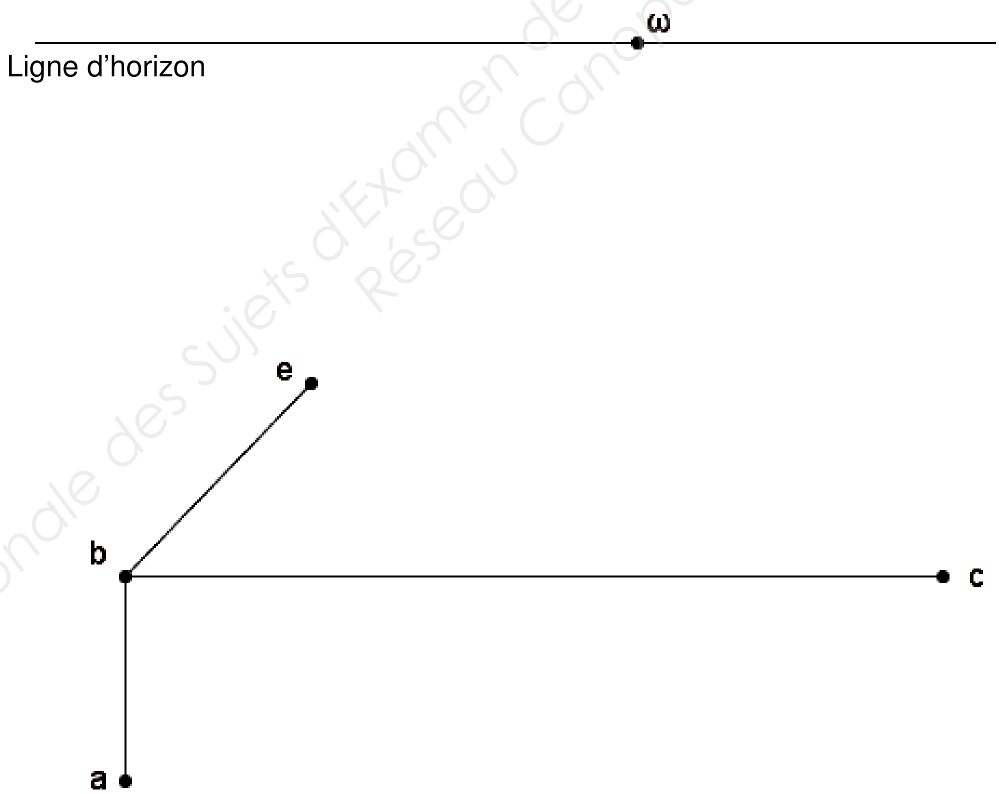


Figure 2

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE