



**LE RÉSEAU DE CRÉATION
ET D'ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUES**

**Ce document a été mis en ligne par le Réseau Canopé
pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

BREVET TECHNICIEN SUPÉRIEUR

CHIMISTE

SESSION 2017

Mathématiques

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Matériel autorisé :

Sont autorisées toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes. (circulaire n° 99-186 du 16/11/1999).

Tout autre matériel est interdit.

Aucun document autorisé.

Documents à rendre avec la copie :

Annexe 1 page 6 sur 7

Annexe 2 page 7 sur 7

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR CHIMISTE	Code sujet : 17-CHMAT-P	Session 2017
Mathématiques		Page 1 sur 7

Exercice 1 (10 points)

Le benzène, à l'état de vapeur et dilué dans un gaz inerte, réagit avec le dichlore.

Partie A

Dans certaines conditions, la réaction de chloration du benzène conduit à la formation de monochlorobenzène et de dichlorobenzène.

On peut admettre que la concentration en dichlore est constante pendant toute la durée de la réaction (car cette concentration en dichlore est très grande par rapport à la concentration en benzène).

Nous étudierons les concentrations molaires respectives du benzène et du monochlorobenzène.

À l'instant t , exprimé en minute, on désigne par $x(t)$ et $y(t)$ les concentrations molaires respectives du benzène et du monochlorobenzène en mole par litre.

À l'instant $t = 0$, les concentrations molaires exprimées en mol.L^{-1} sont égales à :

- 0,2 pour le benzène $[\text{C}_6\text{H}_6]_0$
- 0 pour le monochlorobenzène $[\text{C}_6\text{H}_6\text{CL}]_0$

On admet que les fonctions x et y sont solutions sur $[0; +\infty[$ du système différentiel (S)

$$\begin{cases} x'(t) = -0,01 x(t) & : (E_1) \\ y'(t) = 0,01 x(t) - 0,09 y(t) & : (E_2) \end{cases}$$

1)

a) Résoudre l'équation différentielle (E_1) .

b) Déterminer la solution x de (E_1) vérifiant la condition initiale $x(0) = 0,2$.

2)

a) Montrer que l'équation (E_2) équivaut à l'équation différentielle (E_3) :

$$(E_3) : \quad y'(t) + 0,09 y(t) = 2 \times 10^{-3} \times e^{-0,01 t}, \text{ avec } t \in [0; +\infty[.$$

b) Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : y'(t) + 0,09 y(t) = 0$.

c) Déterminer le réel A de sorte que la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(t) = A e^{-0,01 t}$ soit une solution particulière de l'équation différentielle (E_3) .

d) Résoudre l'équation différentielle (E_3) .

e) Déterminer la solution y de (E_3) vérifiant la condition initiale $y(0) = 0$.

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR CHIMISTE	Code sujet : 17-CHMAT-P	Session 2017
Mathématiques		Page 2 sur 7

Partie B

On considère la fonction y définie sur $[0; +\infty[$ par : $y(t) = 0,025(e^{-0,01t} - e^{-0,09t})$

1) Montrer que, pour $t \in [0; +\infty[$, la dérivée y' de la fonction y est définie par

$$y'(t) = 2,5 \times 10^{-4} \times e^{-0,01t} (9e^{-0,08t} - 1).$$

2) Résoudre l'inéquation $y'(t) \geq 0$. En déduire les variations de y sur $[0; +\infty[$.

3) En déduire que la fonction y admet un maximum en un instant t_m . Donner la valeur exacte de t_m puis sa valeur arrondie à 10^{-1} .

4) Vérifier graphiquement la valeur de t_m sur la courbe donnée en annexe 1 page 6 sur 7, à compléter et rendre avec la copie (on laissera apparents les traits de construction). Lire une valeur approchée du maximum obtenu à 10^{-3} près.

Exercice 2 (10 points)

Partie A : Analyse d'une réaction chimique

La connaissance d'une réaction chimique que l'on ne précisera pas a conduit au choix de trois facteurs qui semblent avoir une influence sur le rendement de la réaction.

Pour étudier le rendement Y de cette réaction, on réalise un plan d'expériences 2^3 complet, construit selon l'algorithme de Yates. On note :

- X_1 la variable qui associe au facteur « proportion de soude » son niveau,
- X_2 la variable qui associe au facteur « agitation » son niveau,
- X_3 la variable qui associe au facteur « durée de mise en œuvre de la réaction » son niveau.

En fonction du domaine expérimental, on attribue les niveaux suivants à chacun des facteurs :

Niveau	- 1	+ 1
Proportion de soude en %	30	40
Agitation	Sans agitation	Avec agitation
Durée de mise en œuvre de la réaction en minute	30	50

On réalise huit expériences dont les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Expérience	1	2	3	4	5	6	7	8
Proportion de soude en %	30	40	30	40	30	40	30	40
Agitation	Sans	Sans	Avec	Avec	Sans	Sans	Avec	Avec
Durée de mise en œuvre de la réaction en minute	30	30	30	30	50	50	50	50
Rendement en %	42	38	54	37	57	74	56	15

Le modèle retenu pour le rendement Y est un modèle polynomial de la forme :

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_{12} X_1 X_2 + a_{13} X_1 X_3 + a_{23} X_2 X_3 + a_{123} X_1 X_2 X_3 + \varepsilon$$

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-3} .

- 1) **Les réponses concernant cette question seront données sur la feuille annexe 2 située page 7 sur 7, à rendre avec la copie.**

Compléter la matrice des expériences et des effets donnée en annexe 2, puis calculer une estimation ponctuelle de chacun des coefficients du modèle et donner l'expression du modèle.

2)

- a) Pour une durée de mise en œuvre de réaction de 40 minutes, soit $X_3=0$, et une proportion de soude de 30%, soit $X_1=-1$, est-il préférable d'agiter ou de ne pas agiter pour avoir un meilleur rendement ? Quel est alors le rendement obtenu ?
- b) Reprendre la question précédente avec toujours une durée de mise en œuvre de réaction de 40 minutes, mais avec une proportion de soude de 40%.

Partie B :

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-2} .

La saponification de l'huile de coco nécessite des pastilles de soude.

Cette réaction est utilisée pour fabriquer des savons.

À l'issue de la fabrication, cinq cents savons ont été prélevés au hasard pour un contrôle de conformité.

Ces cinq cents savons prélevés constituent un échantillon dont les masses en gramme se répartissent en 10 classes données dans le tableau suivant :

Classes	Effectifs
[91 ; 91,1[11
[91,1 ; 91,2[27
[91,2 ; 91,3[53
[91,3 ; 91,4[85
[91,4 ; 91,5[104
[91,5 ; 91,6[97
[91,6 ; 91,7[60
[91,7 ; 91,8[30
[91,8 ; 91,9[18
[91,9 ; 92[15

- 1) Calculer une valeur approchée de la moyenne m et de l'écart type s de cette série. Compte-tenu de l'erreur commise en supposant toutes les observations d'une classe au centre de celle-ci, on se contentera d'une précision de 10^{-2} .
- 2) Soit X la variable aléatoire qui à tout savon associe sa masse en gramme. On admet que X suit la loi normale de moyenne 91,48 et d'écart-type 0,20.

Calculer les probabilités suivantes : $P(X \leq 91,6)$ et $P(91,4 \leq X \leq 91,7)$.

- 3) Pour livrer les savons à une société chargée de la distribution, on conditionne ceux-ci sous la forme de cartons de 120 savons. Soit Y la variable aléatoire qui à tout carton de 120 savons associe la moyenne des masses en grammes d'un savon.

On admet que Y suit la loi normale de moyenne 91,48 et d'écart-type 0,018.

- a) Déterminer le réel h arrondi à 10^{-3} pour que l'on ait :

$$P(91,48 - h \leq Y \leq 91,48 + h) = 0,95.$$

- b) En déduire un intervalle de confiance de la moyenne des masses μ au seuil de confiance de 95 %. On donnera les résultats arrondis à 10^{-3} .

Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)



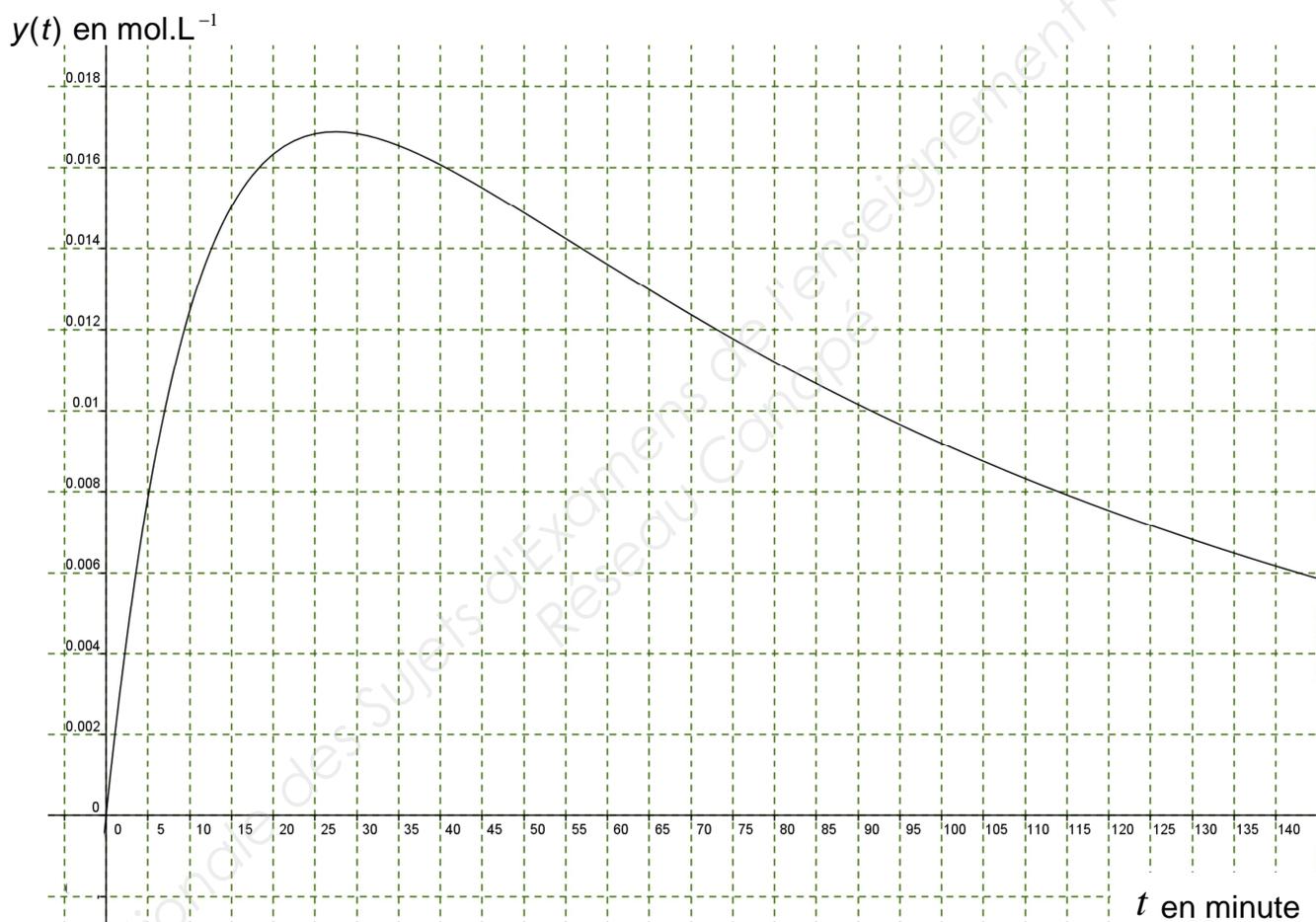
Prénom(s) :

Numéro
Inscription :

Né(e) le :

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

Annexe 1 à rendre avec la copie : Exercice I – Partie B



Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)



Prénom(s) :

Numéro
Inscription :

Né(e) le :

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

Annexe 2 à rendre avec la copie : Exercice II – Partie A – Question 1

Matrice des effets :

Expérience	Moyenne	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y
1	1	-1	-1	-1					42
2	1	1	-1	-1					38
3	1	-1	1	-1					54
4	1	1	1	-1					37
5	1	-1	-1	1					57
6	1	1	-1	1					74
7	1	-1	1	1					56
8	1	1	1	1					15
Estimation des effets	a_0	a_1	a_2	a_3	a_{12}	a_{13}	a_{23}	a_{123}	

Calcul des estimations ponctuelles des effets :

$a_0 \approx$

$a_{12} \approx$

$a_1 \approx$

$a_{13} \approx$

$a_2 \approx$

$a_{23} \approx$

$a_3 \approx$

$a_{123} \approx$

Expression du modèle :

$Y =$