BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2018

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT E *CODE : MATGRE*

Durée : 1 h 30

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENTS
CONCEPTEUR EN ART ET INDUSTRIE CÉRAMIQUE	1,5
DESIGN DE COMMUNICATION ESPACE ET VOLUME	1,5
DESIGN D'ESPACE	1,5
DESIGN DE PRODUITS	1,5

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

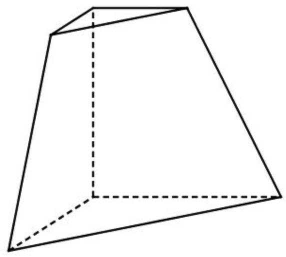
<u>Tout autre matériel est interdit.</u>

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8.

Le sujet comporte 2 annexes à rendre avec la copie :
Annexe 1 ....page 7/8
Annexe 2 ....page 8/8

EXERCICE 1 (10 points)

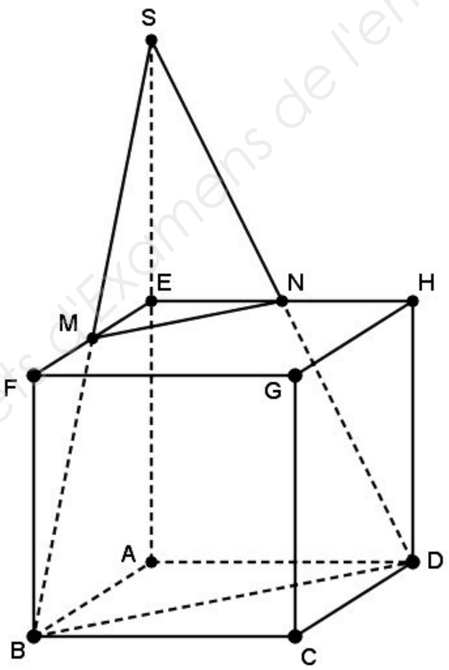
Le but de cet exercice est d'étudier le pied de parasol représenté ci-dessous.



Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Volume du pied de parasol

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 20 cm. Soit M le milieu de [FE].
Pour réaliser le pied de parasol, on coupe le cube par le plan (BMD). On note S l'intersection de la droite (AE) avec le plan (BMD) et N le point d'intersection de la droite (EH) avec le plan (BMD). On admet que N est le milieu de [EH].



1° On se place dans le triangle ABS. Justifier que SA = 40 cm.

2° On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\frac{1}{3} \times B \times h$, où B est l'aire de la base et h la hauteur.

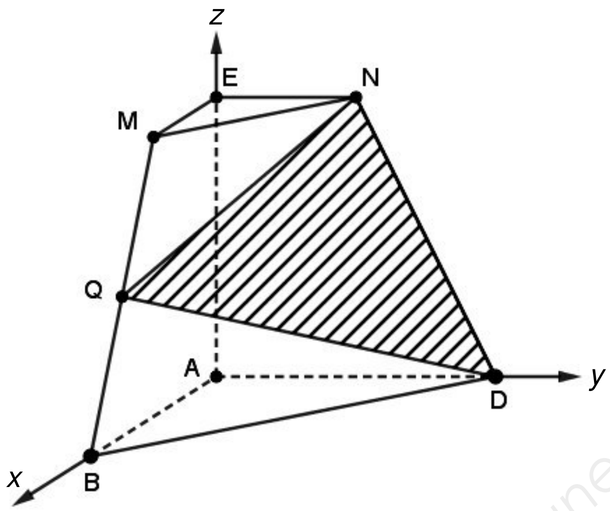
a) Calculer le volume V de la pyramide SABD.

b) Calculer le volume V ' de la pyramide SEMN.

c) En déduire le volume du pied de parasol.

B. **Aire d'un carreau de faïence**

Le pied de parasol est orné d'un carreau de faïence représenté par le triangle hachuré sur la figure ci-dessous. Le but de cette partie est de calculer l'aire de ce triangle.



L'espace est muni d'un repère orthonormé $(A\ ;\ \overrightarrow{AI},\ \overrightarrow{AJ},\ \overrightarrow{AK})$ d'unité graphique 1 cm tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{20}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{20}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{20}\overrightarrow{AE}$.
Ainsi les coordonnées du point B dans ce repère sont : B(20, 0, 0).

1° Donner les coordonnées des points M, N et D dans ce repère.

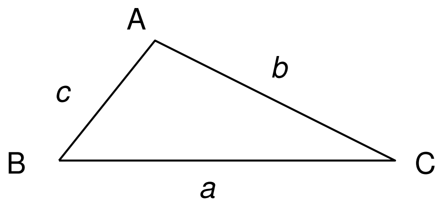
2° Soit Q le milieu de [MB]. Déterminer les coordonnées du point Q.

3° **a)** Calculer la valeur exacte des longueurs QN et QD.

b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{QN} \cdot \overrightarrow{QD}$.

c) En déduire la valeur approchée de l'angle $\widehat{NQD}$ arrondie au dixième de degré.

4° On rappelle la formule suivante.



L'aire $\mathscr{A}$ du triangle ABC est donnée par : $\mathscr{A} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

En utilisant l'arrondi précédent, déterminer l'aire du triangle NQD (arrondir le résultat à l'unité).

C. Représentation en perspective

La représentation en perspective centrale du cube et du pied de parasol est commencée en annexe 1. Trois arêtes y sont représentées, ainsi que la ligne d'horizon avec comme plan frontal le plan (BCF). On note a, b, c, d, e, f, g, h, m et n les images respectives des points A, B, C, D, E, F, G, H, M, N dans cette représentation en perspective centrale.

1° Compléter soigneusement la représentation en perspective centrale en annexe 1, en laissant apparents les traits de construction. Repasser en couleur les arêtes du pied de parasol.

2° Comment s'appelle le point d'intersection de la droite (ef) et de la ligne d'horizon ? Justifier.

EXERCICE 2 (10 points)

Une des applications importantes des courbes de Bézier concerne la typographie et notamment les polices de caractère. Le but de cet exercice est de modéliser un caractère particulier en utilisant trois courbes de Bézier C_1, C_2, C_3 et une symétrie axiale.

Dans tout l'exercice, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$. Une représentation du plan est fournie en annexe 2 sur laquelle les courbes C_1 et C_3 sont déjà tracées.

1° Étude de la courbe C_1

La courbe C_1, tracée sur l'annexe 2, est une courbe de Bézier à trois points de contrôle A, B et C de telle sorte que :

– les coordonnées de A et C sont A(2, 0) et C(1, 3) ;
– la tangente en A à C_1 est la droite d'équation $y = 2 - x$;
– la tangente en C est verticale.

Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Les coordonnées du point B sont :

(0, 2)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)

2° Tracé de la courbe C_2

a) Placer sur le graphique de l'annexe 2 les points C(1, 3) ; D(4, 1) et E(6, 3).

La courbe de Bézier C_2, définie par les trois points de contrôle C, D et E, est l'ensemble des points M(t) du plan tels que pour tout t de l'intervalle [0, 1] :

$$\overrightarrow{OM(t)} = (1-t)^2\,\overrightarrow{OC} + 2t\,(1-t)\,\overrightarrow{OD} + t^2\,\overrightarrow{OE}\,.$$

b) En quels points de la courbe C_2 peut-on connaître sans calcul la(les) tangente(s) ? Tracer ces tangentes sur la figure en annexe 2.

c) Démontrer que les coordonnées x et y des points M(t) de la courbe C_2 ont pour expression :

$$x = f(t) = -\,t^2 + 6\,t + 1 \quad \text{et} \quad y = g(t) = 4\,t^2 - 4\,t + 3.$$

d) Étudier les variations des fonctions f et g définies pour t dans l'intervalle [0, 1] par :

$$f(t) = -\,t^2 + 6\,t + 1 \quad \text{et} \quad g(t) = 4\,t^2 - 4\,t + 3.$$

Rassembler les résultats dans un tableau unique.

e) Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe C_2 au point S obtenu pour $t = \dfrac{1}{2}$.

f) Placer le point S, tracer la tangente à C_2 en S puis tracer C_2 sur l'annexe 2.

g) Les courbes C_1 et C_2 admettent-elles la même tangente en C ? Justifier.

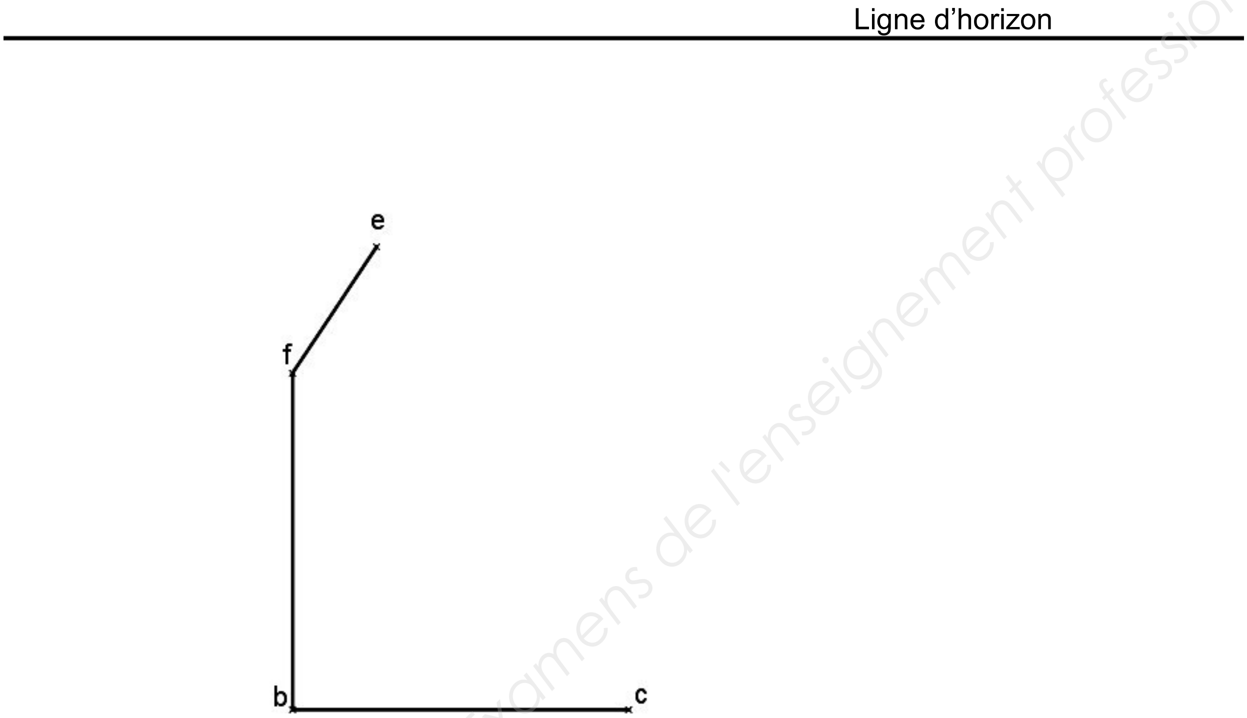
3° Étude de la courbe C_3

La courbe C_3, déjà tracée sur l'annexe 2, est la courbe de Bézier définie par les quatre points de contrôle E, F, G et H, où F(9, 6) ; G(0, 10) et H(0, 12).
Les courbes C_2 et C_3 admettent-elles la même tangente en E ? Justifier.

4° Finalisation du tracé

Sur l'annexe 2, appliquer aux courbes C_1, C_2, C_3 la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées pour compléter le tracé du caractère étudié.

ANNEXE 1 À RENDRE AVEC LA COPIE



Modèle CMEN-DOC v2 A4 ©NEOPTEC

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

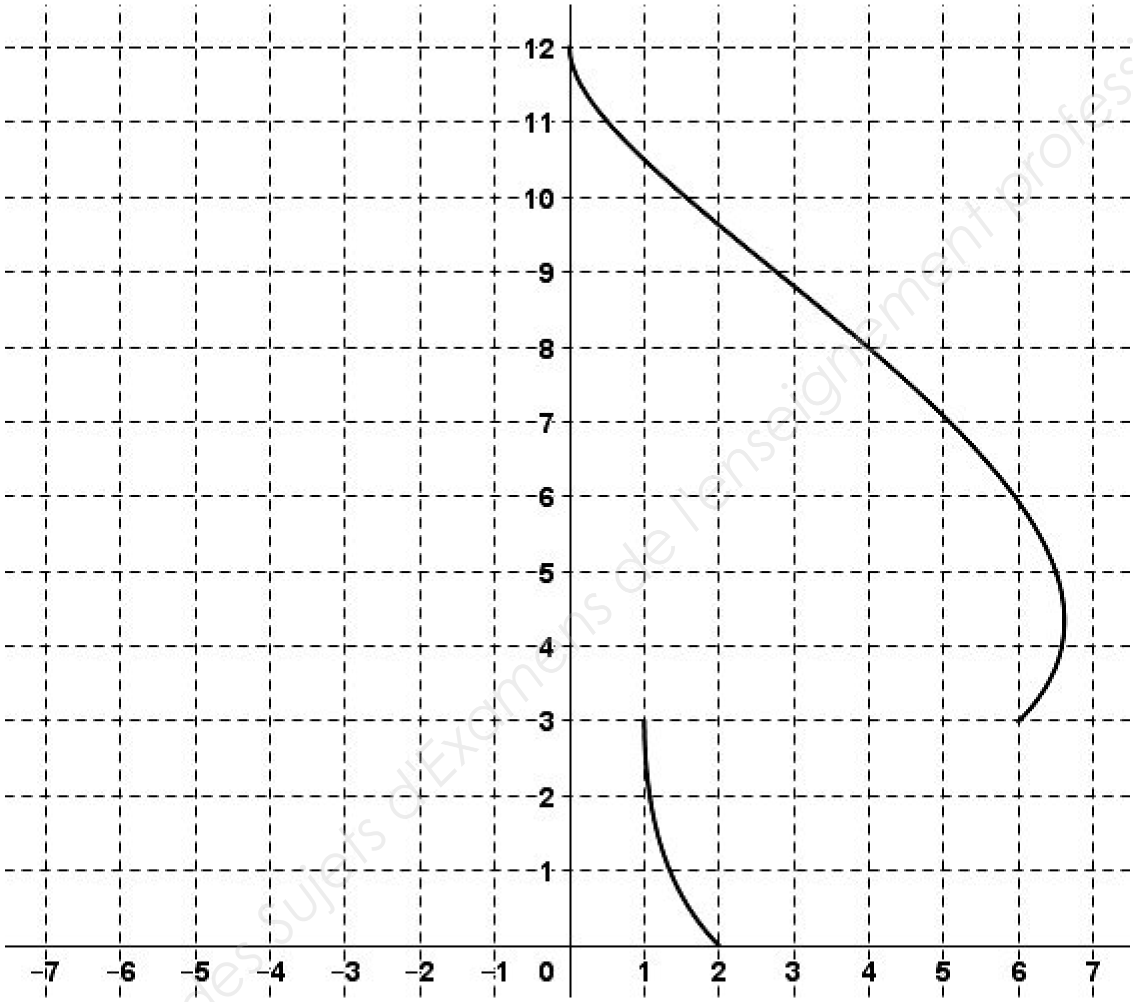
Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE



Modèle CMEN-DOC v2 A4 ©NEOPTEC

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)