



**LE RÉSEAU DE CRÉATION  
ET D'ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUES**

**Ce document a été mis en ligne par le Réseau Canopé  
pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.**

**Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.**

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

## SESSION 2019

### Épreuve de mathématiques

#### GROUPEMENT E

#### CODE : MATGRE

Durée : 1 h 30

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENTS
CONCEPTEUR EN ART ET INDUSTRIE CÉRAMIQUE	1,5
DESIGN DE COMMUNICATION ESPACE ET VOLUME	1,5
DESIGN D'ESPACE	1,5
DESIGN DE PRODUITS	1,5

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Tout autre matériel est interdit.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.  
Le sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Le sujet comporte 2 annexes à rendre avec la copie :

Annexe 1 .....page 6/7  
Annexe 2 .....page 7/7

GROUPEMENT E DES BTS	Session 2019
Mathématiques	Code : MATGRE
	Page : 1/7

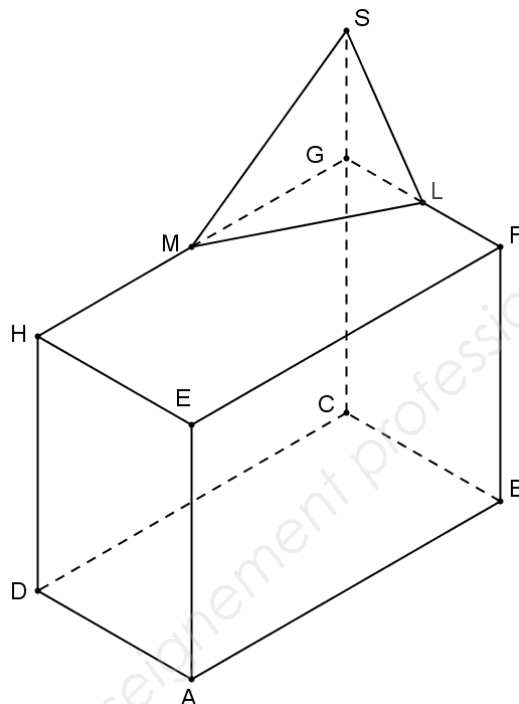
## EXERCICE 1 (10 points)

Un hôtelier souhaite installer une terrasse sur le toit de son hôtel et, pour protéger et orner l'accès à celle-ci, faire construire une pyramide de verre sur une partie du toit.

Une représentation du bâtiment en perspective parallèle est fournie ci-contre.

Cet hôtel est formé d'un pavé droit ABCDEFGH avec  $AB = 14$  m,  $AD = 7$  m et  $AE = 10$  m.

On souhaite installer sur le toit une pyramide dont la base est le triangle GLM et la hauteur est GS, où les points L et M sont les milieux respectifs de [FG] et [GH] et  $GS = \frac{1}{2} CG$ .



### Partie A. Représentation du solide en perspective centrale

1° On a commencé, sur l'annexe 1, une représentation en perspective centrale de l'hôtel. L'image de chaque point de l'espace par cette perspective centrale est notée en minuscule. Par exemple, a est l'image du point A. La droite horizontale représente la ligne d'horizon. On note  $\omega$  le point de fuite principal.

Placer le point  $\omega$  sur l'annexe 1.

2° Compléter sur l'annexe 1 la représentation de l'hôtel en perspective centrale. Les traits de construction doivent être apparents.

### Partie B. Une contrainte angulaire

Afin que la pyramide satisfasse à certaines normes esthétiques, la mesure de l'angle  $\widehat{LSM}$  doit dépasser  $60^\circ$ .

On considère les points I, J et K, respectivement situés sur [CD], [CB] et [CG] tels que  $CI = CJ = CK = 1$  m. On munit ainsi l'espace d'un repère orthonormal  $(C ; \vec{CI}, \vec{CJ}, \vec{CK})$ .

1° a) Par lecture graphique, donner les coordonnées des points F, G et H dans ce repère.

b) On rappelle que L et M sont les milieux respectifs des segments [FG] et [GH]. Montrer que les coordonnées de L sont  $(0 ; 3,5 ; 10)$ . Donner de même les coordonnées de M.

GROUPEMENT E DES BTS	Session 2019
Mathématiques	Code : MATGRE Page : 2/7

2° On admet que le point S a pour coordonnées (0, 0, 15).

a) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{SL}$  et  $\overrightarrow{SM}$ .

b) Montrer que  $\overrightarrow{SL} \cdot \overrightarrow{SM} = 25$ .

c) Calculer les valeurs exactes des distances SL et SM.

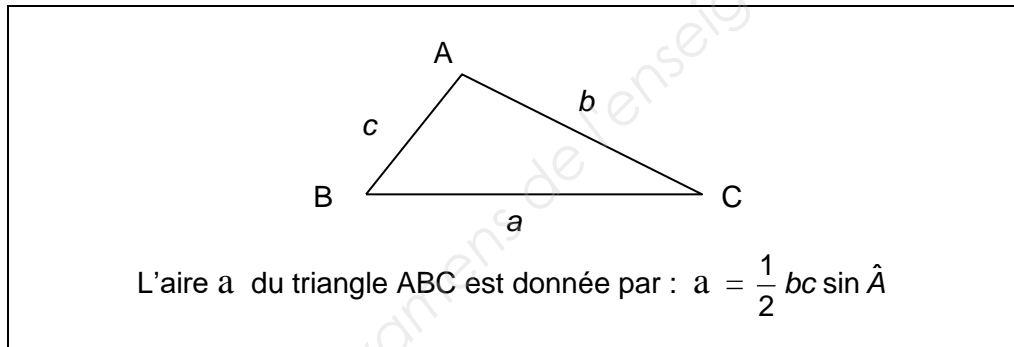
d) En déduire la valeur approchée, arrondie au degré, de la mesure de l'angle  $\widehat{LSM}$ . La contrainte esthétique est-elle vérifiée ?

### Partie C. Étude d'aires et de volume

1° Le constructeur de la pyramide en verre doit déterminer la surface de verre nécessaire à la réalisation de cet ouvrage.

a) Donner, sans justification, la nature des triangles GMS et GLS.

b) On rappelle la formule suivante :



Calculer l'aire des triangles LSM, GLS et GMS. Arrondir l'aire de LSM au dixième de  $m^2$ .

c) En arrondissant au  $m^2$  supérieur, quelle est la surface de verre nécessaire à la réalisation de cette pyramide de verre ?

2° Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification. La réponse juste apporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de points.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par  $\frac{1}{3} \times B \times h$ , où  $B$  est l'aire de la base et  $h$  la hauteur.

Le volume, arrondi au  $m^3$ , de l'hôtel muni de la pyramide de verre est :

980 $m^3$	995 $m^3$	1 000 $m^3$	1 025 $m^3$
-----------	-----------	-------------	-------------

## EXERCICE 2 (10 points)

Une enseigne de prêt-à-porter souhaite, à l'occasion des jeux olympiques de Paris en 2024, créer une gamme de vêtements identifiable grâce à un logo inspiré de la tour Eiffel. L'objet de cet exercice est de modéliser ce logo en utilisant trois courbes de Bézier :  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .

Dans tout l'exercice, le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ . Une représentation du plan est fournie en annexe 2 sur laquelle la courbe  $C_1$  est déjà tracée.

### Partie A. Étude de la courbe $C_1$

La courbe  $C_1$  est la courbe de Bézier définie par les trois points de contrôle  $O$ ,  $P_1(2, 1)$  et  $P_2(1, 5)$ .

1° En quels points de la courbe  $C_1$  peut-on connaître sans calcul les tangentes ?

2° Sur la figure donnée en annexe 2, placer les points  $P_1$  et  $P_2$  et tracer les tangentes à la courbe  $C_1$  déterminées dans la question précédente.

### Partie B. Étude et tracé de la courbe $C_2$

La courbe  $C_2$  est la courbe de Bézier définie par les trois points de contrôle  $P_2$ ,  $P_1$  et  $P_3(6, 0)$ . La courbe  $C_2$  est l'ensemble des points  $M_2(t)$  du plan tels que, pour tout  $t$  de l'intervalle  $[0, 1]$ , les coordonnées  $x_2$  et  $y_2$  de  $M_2(t)$  sont données par :

$$x_2(t) = f_2(t) \text{ et } y_2(t) = g_2(t),$$

où  $f_2$  et  $g_2$  sont deux fonctions dont les variations sont données par le tableau suivant. (Il est inutile de déterminer les expressions de  $f_2(t)$  et  $g_2(t)$ .)

$t$	0	0,5	1
$f_2'(t)$	2	+	8
$f_2(t)$	1	2,75	6
$g_2'(t)$	-8	-	-2
$g_2(t)$	5	1,75	0

1° Par simple lecture du tableau ci-dessus, recopier sur la copie et compléter les phrases suivantes.

a) « La tangente à la courbe  $C_2$  au point de coordonnées  $(\dots, \dots)$ , obtenu pour  $t = 0$ , a pour vecteur directeur le vecteur  $\vec{u}$  de coordonnées ..... ».

b) « La tangente à la courbe  $C_2$  au point de coordonnées  $(\dots, \dots)$ , obtenu pour  $t = 1$ , a pour vecteur directeur le vecteur  $\vec{v}$  de coordonnées ..... ».

GROUPEMENT E DES BTS	Session 2019
Mathématiques	Code : MATGRE Page : 4/7

2° Les courbes  $C_1$  et  $C_2$  ont-elles la même tangente au point  $P_2$  ? Justifier.

3° Sur la figure donnée en annexe 2, faire apparaître les tangentes à la courbe  $C_2$  aux points obtenus pour  $t = 0$  et  $t = 1$ , placer le point A de  $C_2$  obtenu pour  $t = 0,5$ , puis tracer la courbe  $C_2$ .

### Partie C. Étude et tracé de la courbe $C_3$

La courbe  $C_3$  est la courbe de Bézier définie par les trois points de contrôle  $P_4(1, 0)$ ,  $P_1$  et  $P_5(5, 0)$ .

On admet que cette courbe est l'ensemble des points  $M_3(t)$  tels que, pour tout  $t$  de l'intervalle  $[0, 1]$  :

$$\overrightarrow{OM_3(t)} = (1-t)^2 \overrightarrow{OP_4} + 2t(1-t) \overrightarrow{OP_1} + t^2 \overrightarrow{OP_5}.$$

1° Démontrer que les coordonnées  $x_3$  et  $y_3$  des points  $M_3(t)$  de la courbe  $C_3$  ont pour expression :  $x_3 = f_3(t) = 2t^2 + 2t + 1$  et  $y_3 = g_3(t) = -2t^2 + 2t$ .

2° Étudier les variations des fonctions  $f_3$  et  $g_3$  définies pour  $t$  dans l'intervalle  $[0, 1]$  par :

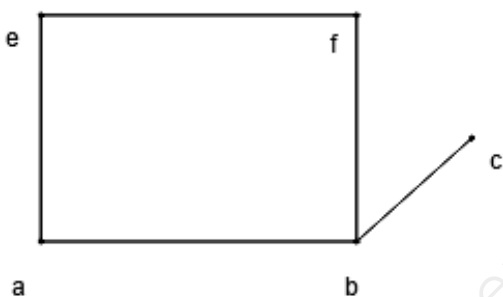
$$f_3(t) = 2t^2 + 2t + 1 \quad \text{et} \quad g_3(t) = -2t^2 + 2t.$$

Rassembler les résultats dans un tableau unique.

3° Sur la figure donnée en annexe 2, placer le point B de  $C_3$  obtenu pour  $t = 0,5$ , faire apparaître les tangentes à la courbe  $C_3$  aux points obtenus pour  $t = 0$ ,  $t = 0,5$  et  $t = 1$ , puis tracer la courbe  $C_3$ .

## ANNEXE 1 À RENDRE AVEC LA COPIE

Ligne d'horizon



**Nom de famille :**

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Prénom(s) :**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Numéro  
Inscription :**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Né(e) le :**

		/			/				
--	--	---	--	--	---	--	--	--	--

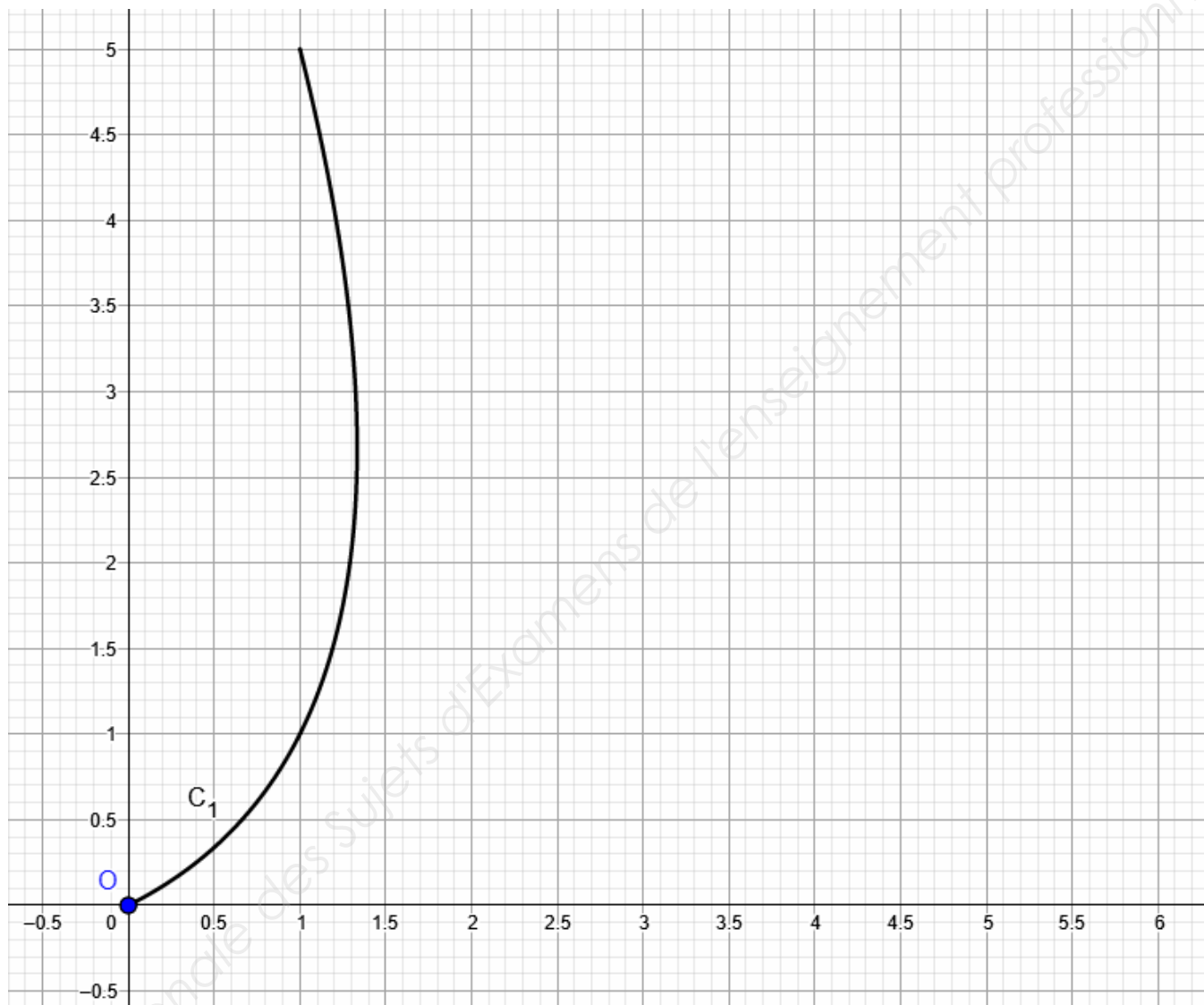
(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)



Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel



## ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE



Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Prénom(s) :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Numéro  
Inscription :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Né(e) le :

		/			/				
--	--	---	--	--	---	--	--	--	--

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)



Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel