BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages.
Les pages 6/9 et 8/9 sont à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SESSION JUIN 2001			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
0106 - EDP ST 12	**2H 00**	**2**	**1/9**

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

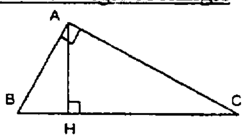
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES *(15 points)*

EXERCICE 1 : (5 points)

I – Calculs de temps de cadencement

Une machine permet l'automatisation de l'emballage dans des boîtes en carton de volume variable suivant les produits à conditionner.
La machine doit pouvoir s'adapter aux différents types de boîtes ; il est donc nécessaire de régler le temps de cadencement en fonction du volume de ces boîtes.
Le temps de cadencement est fixé à 6 secondes pour une boîte de volume 15 dm^3.
On estime qu'il faut augmenter le temps de cadencement de 5 %, chaque fois que le volume des boîtes augmente de 10 dm^3.

1) Calculer le temps de cadencement pour une boîte de volume 25 dm^3 (donner la valeur exacte).

2) Calculer le temps de cadencement pour une boîte de volume 35 dm^3 (arrondir au centième de seconde).

II – Suite numérique

On note u_n le terme général d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 6$ et de raison $q = 1{,}05$.

1) Exprimer u_n en fonction de n avec les valeurs données de u_1 et de q.

2) Déterminer u_3, u_5, u_7 et u_9. Arrondir les résultats au centième.

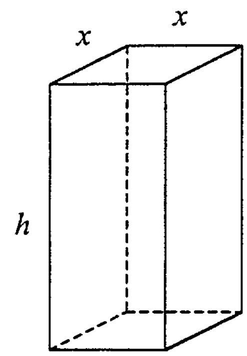
III – Exploitation

On admet que la valeur, arrondie au centième, de u_n représente le temps de cadencement correspondant à un volume de boîte de $(5 + 10\,n)$ dm^3 ; ainsi u_1 correspond à un volume de 15 dm^3 et u_2 correspond à un volume de 25 dm^3.

Déterminer le temps de cadencement correspondant à un volume de boîte de 75 dm^3. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 : (10 points)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.



Une entreprise fabrique des cuves en tôle de forme parallélépipédique dont deux faces parallèles sont des carrés.
Sur la figure ci-contre, les longueurs x et h sont exprimées en mètres.

<u>Partie A – Calculs d'aires et de volumes</u>

1. *Cas particulier*

   Une cuve a pour dimensions $x = 1{,}5$ m et $h = 4$ m.

   a) Calculer le volume de la cuve.

   b) Calculer l'aire de tôle utilisée pour la fabrication des six faces d'une cuve.

2. *Cas général (les valeurs de x et de h ne sont pas connues)*

   a) Exprimer le volume V de la cuve, en m^3, en fonction de x et de h.

   b) Justifier que l'aire S de tôle utilisée, en m^2, pour la fabrication des six faces d'une cuve est égale à $S = 2x^2 + 4xh$.

3. *Prise en compte d'une contrainte*

   L'entreprise fabrique une série de cuves de différentes dimensions, mais ayant toutes un volume égal à $8\ m^3$.

   a) Exprimer, dans ce cas, h en fonction de x.

   b) Montrer que l'aire de tôle utilisée, en m^2, pour la fabrication des six faces d'une telle cuve est :

$$S(x) = 2x^2 + \frac{32}{x}.$$

Partie B – Étude d'une fonction numérique

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 3] par :

$$f(x) = 2x^2 + \frac{32}{x}.$$

1) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2) Vérifier que $f'(2) = 0$.

3) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur l'annexe 1 (à rendre avec la copie).

4) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant sur l'annexe (arrondir la valeur de $f(2{,}2)$ au dixième).

5) Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal figurant sur l'annexe 1.

6) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 26$.
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

Partie C – Exploitation des résultats

L'aire de tôle utilisée pour la fabrication des six faces d'une cuve est fixée à 26 m^2.

On rappelle que l'aire $S(x)$ de tôle utilisée, en m^2, définie à la question A-3, est égale à l'expression $f(x)$ définie dans la partie B.

1) Déduire du résultat de la question B-6, la plus petite valeur, en mètre, du côté du carré de la base d'une telle cuve.

2) Calculer, arrondie au centimètre, la hauteur de cette cuve.

ANNEXE 1 **N° DU CANDIDAT :___________**

à rendre avec la copie

EXERCICE 2 : Partie B

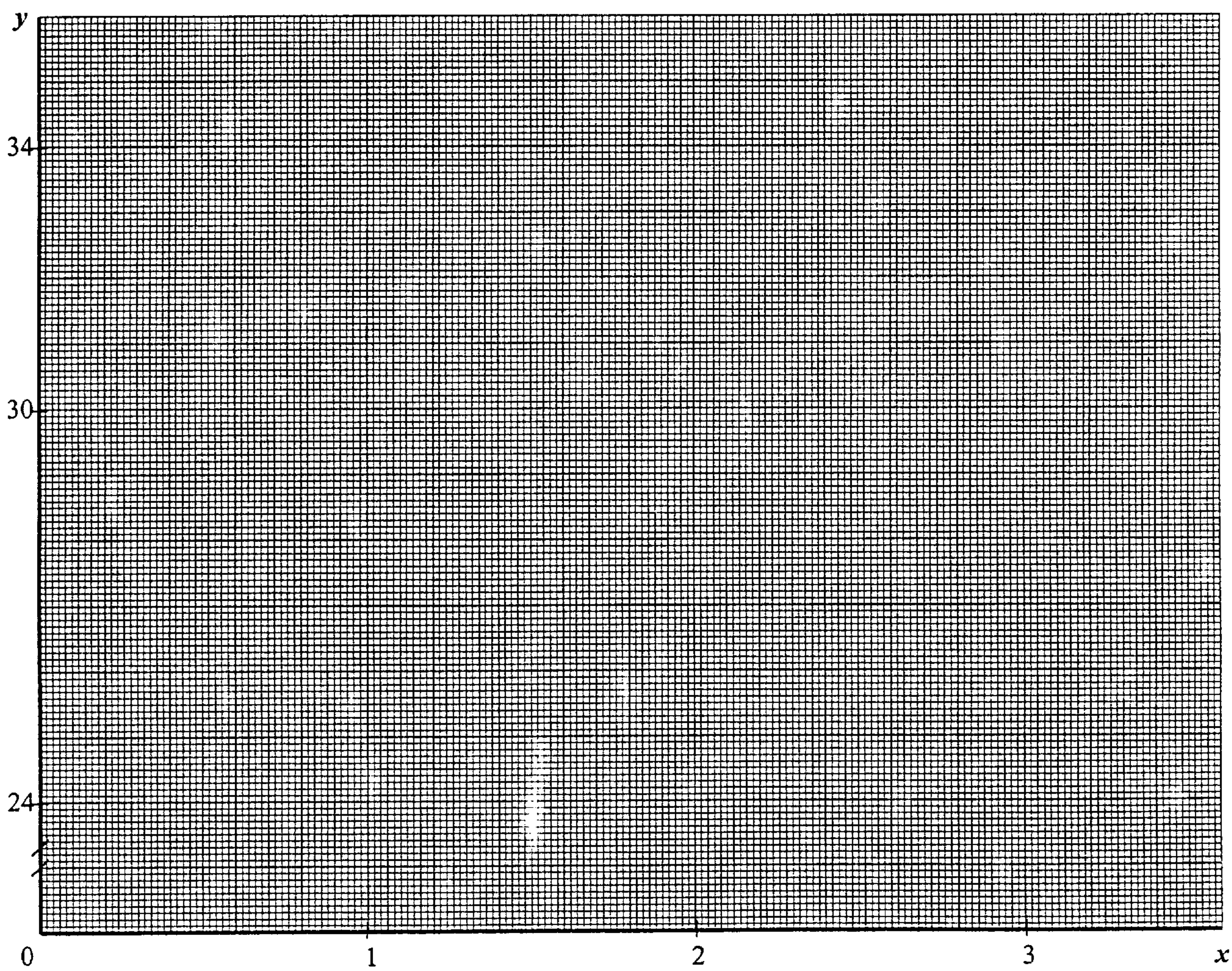
3) Compléter le tableau de variation de la fonction f :

x	1		…		3
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$					

4) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	1	1,4	1,8	2	2,2	2,6	3
$f(x)$		26,8	24,2			25,8	28,7

5) Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal ci-dessous :

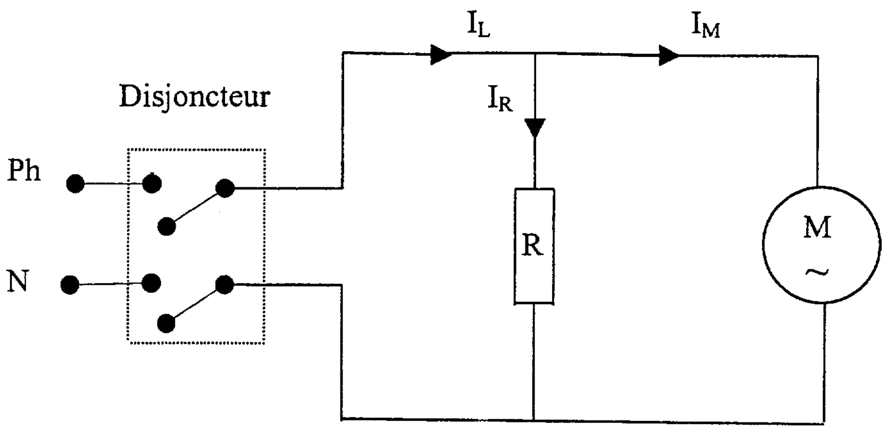


SCIENCES PHYSIQUES *(5 points)*

EXERCICE 3 : Électricité (3 points)

Un four fonctionne sous une tension alternative de valeur efficace U = 230 V et de fréquence f = 50 Hz. Il est constitué :
- d'un élément chauffant de résistance R = 20 Ω.
- d'un moteur pour le brassage de l'air portant les indications suivantes :

puissance utile $P_u = 500$ W
facteur de puissance $\cos \varphi_M = 0,7$
rendement $\eta = 0,8$



On veut déterminer le calibre du disjoncteur.

1) Calculer la valeur efficace de l'intensité I_R du courant qui traverse la résistance.

2) a) Calculer la puissance P_a absorbée par le moteur .
b) Calculer la valeur efficace de l'intensité I_M du courant qui traverse le moteur. Arrondir le résultat au dixième.

3) On prend $I_M = 4$ A.
Déterminer graphiquement la valeur efficace de l'intensité I_L en ligne, en complétant la construction de Fresnel figurant sur l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

4) Choisir le calibre du disjoncteur dans la liste des calibres normalisés (NFC 15-100) ci-dessous:
16 A ; 25 A ; 32 A et 40 A.
Reporter votre choix de calibre sur la copie.

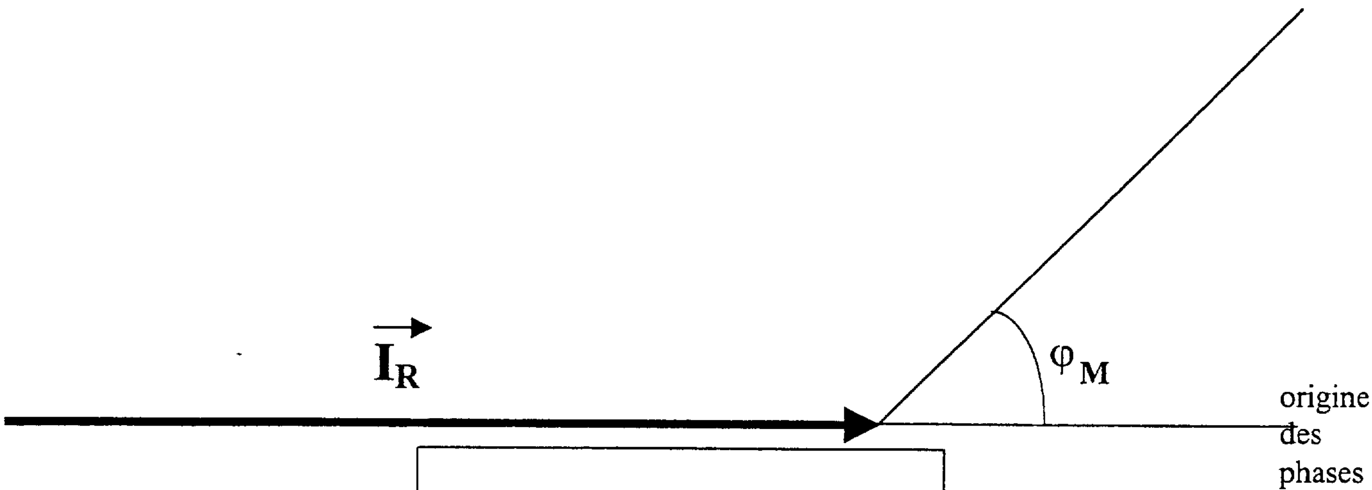
Indication :

Puissance active (absorbée) $P_a = U.I.\cos \varphi$

ANNEXE 2 **N° DU CANDIDAT :**__________

à rendre avec la copie

Échelle : 1 cm représente 1 A



$I_L \approx$ ……………………

EXERCICE 4 : Mécanique (2 points)

Une cuve chauffante destinée à recevoir de l'acier en fusion est installée sur une dalle de béton.

Indications.

- Le béton peut supporter une pression de 10^6 pascals.
- La masse de la cuve vide est de 4×10^5 kg.
- L'aire de la surface de contact de la cuve avec le sol est de 50 m^2.
- Le poids de l'acier en fusion, contenu dans la cuve, exerce une pression supplémentaire de 4×10^4 pascals.
- L'intensité de la pesanteur est $g = 10$ N / kg.
- La masse volumique de l'acier est de 7800 kg / m^3.

1) Déterminer la pression due au poids de la cuve vide.

2) a) Déterminer la pression due au poids de la cuve pleine.

   b) Préciser, en justifiant la réponse, si cette pression peut, ou non, être supportée par la dalle en béton.

3) Le poids de l'acier contenu dans la cuve est de $1,6 \times 10^6$ N.
   Calculer, arrondi au dixième de m^3, le volume d'acier contenu dans la cuve.