Session 2001

Code :

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
PILOTAGE DES SYSTEMES DE PRODUCTION AUTOMATISEE

DOMAINE A1 – EPREUVE E1B
MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 8 pages dont :

- Page de garde	page 1/8
- Sujet	pages 2/8 à 4/8
- Annexe 1 (à agrafer à la copie d'examen)	page 5/8
- Annexe 2 (à agrafer à la copie d'examen)	page 6/8
- Annexe 3 (à agrafer à la copie d'examen)	page 7/8
- Formulaire de mathématiques	page 8/8

Barème :

MATHEMATIQUES :	**Exercice 1**	**9 points**
	Exercice 2	**6 points**
SCIENCES PHYSIQUES :	**Exercice 3**	**2,5 points**
	Exercice 4	**2,5 points**

MATHEMATIQUES

Exercice 1 : **Etude d'une fonction** (9 points).

Le jet d'eau de la ville de Genève projette une demi tonne d'eau par seconde à une hauteur h qui dépend de la vitesse de l'eau, notée $\vec{V_0}$, à la sortie de la tuyère.
Pour décrire la trajectoire du jet d'eau, on s'intéresse à celle d'une goutte d'eau.

A) Etude de la vitesse initiale de la goutte d'eau :

A la sortie de la tuyère, la goutte d'eau est soumise à l'action du vent, supposée horizontale et constante, notée $\vec{V_1}$ et à la poussée verticale des pompes, notée $\vec{V_2}$. La vitesse initiale de la goutte d'eau $\vec{V_0}$ est la somme vectorielle de $\vec{V_1}$ et de $\vec{V_2}$.

1) Dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ défini dans l'annexe 1, construire $\overrightarrow{OA} = \vec{V_1}$ défini par $\overrightarrow{OA} = 10\vec{i}$ et construire $\overrightarrow{OB} = \vec{V_2}$ défini par $\overrightarrow{OB} = 55\vec{j}$.

2) Construire $\overrightarrow{OC} = \vec{V_0} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

3) Soit α la mesure en degré de l'angle $\widehat{AOC}$, calculer α arrondi au dixième de degré.

B) Etude de la trajectoire d'une goutte d'eau :

On admet que la hauteur de la goutte d'eau est modélisée par la fonction h définie pour x nombre réel appartenant à l'intervalle [0;110] par :

$$h(x) = -\left(\frac{g}{2V_1^2}\right) x^2 + (\tan\alpha)\, x$$

où V_1 est la norme du vecteur $\vec{V_1}$; g est l'accélération de la pesanteur

et α la mesure en degré de l'angle $\widehat{AOC}$

1) Montrer que pour $V_1 = 10$ m/s ; $g = 9{,}8$ m/s² et $\tan\alpha = 5{,}5$ et en prenant un arrondi à 10^{-2} pour le coefficient de x^2 : $h(x) = -0{,}05\,x^2 + 5{,}5\,x$.

2) Soit h' la fonction dérivée de h. Calculer h'(x).

3) Etudier le signe de h'(x) sur [0;110].

4) Compléter, dans l'annexe 2, le tableau de variation de la fonction h sur [0;110].

5) En déduire la hauteur maximale h_m atteinte par la goutte d'eau.

6) Sur l'annexe 2, compléter le tableau de valeurs et placer les points correspondants dans le repère.

7) Calculer h'(0). En déduire le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe représentative (C) de la fonction h au point d'abscisse 0. Tracer la droite (T).

8) Tracer la courbe (C).

9) Pour des raisons de sécurité, le jet d'eau ne fonctionne pas si la goutte d'eau risque de retomber à plus de 80 m de distance. Peut-il fonctionner dans les conditions du problème ?

EXERCICE 2 : Etude statistique (6 points).

Pendant la période d'ouverture du jet d'eau, on a mesuré chaque jour la norme v du vecteur vitesse du vent , en m/s.

Ces mesures sont regroupées par classes d'amplitude 2 m/s et sont présentées dans le tableau en annexe 3, avec les effectifs n_i de chaque classe correspondant au nombre de jours où la norme du vecteur vitesse du vent appartient à la classe.

1) Compléter ce tableau. (Les résultats seront arrondis au dixième.)

2) Calculer la moyenne $\bar{v}$ en affectant l'effectif de chaque classe au centre de la classe.

3) On suppose, dans cette question, que les effectifs sont répartis uniformément dans chaque classe.
   a) Compléter dans l'annexe 3 le polygone des fréquences cumulées croissantes.
   b) Déterminer graphiquement la médiane.

SCIENCES PHYSIQUES

EXERCICE 3 : Etude hydraulique (2,5 points).

La pompe actionnant le jet d'eau a un débit de 0,5 m^3/s. La vitesse de sortie de l'eau est de 56 m/s.

3.1) Calculer, en m^2, la section S de la tuyère de projection de l'eau.
Convertir en cm^2 et arrondir à l'unité.

Dans le circuit hydraulique amenant l'eau à la tuyère de sortie, on suppose que l'écoulement est horizontal. On suppose également que la vitesse de l'eau alimentant la tuyère est nulle et qu'à la sortie du circuit la pression est égale à la pression atmosphérique p_{atm}.

3.2) Calculer la pression à laquelle est portée l'eau qui alimente la tuyère.

Rappels :

- Débit $Q = S.v$ (Q en m^3/s ; v en m/s ; S en m^2)
- Relation de Bernoulli $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$

  (p en Pa ; ρ en kg/m^3 ; v en m/s)
- $g = 9{,}8\ m/s^2$; $p_{atm} = 1$ bar ; 1 bar = 10^5 Pa
- Masse volumique de l'eau $\rho = 1000\ kg/m^3$

EXERCICE 4 : Etude électrique (2,5 points).

Plusieurs moteurs asynchrones **triphasés** assurent l'alimentation des pompes hydrauliques. Chaque moteur a une puissance utile de 35 kW, un rendement de 0,8 et consomme un courant de 80 A sous une tension de 400 V ; 50 Hz.

4.1) Calculer la puissance absorbée par un moteur.

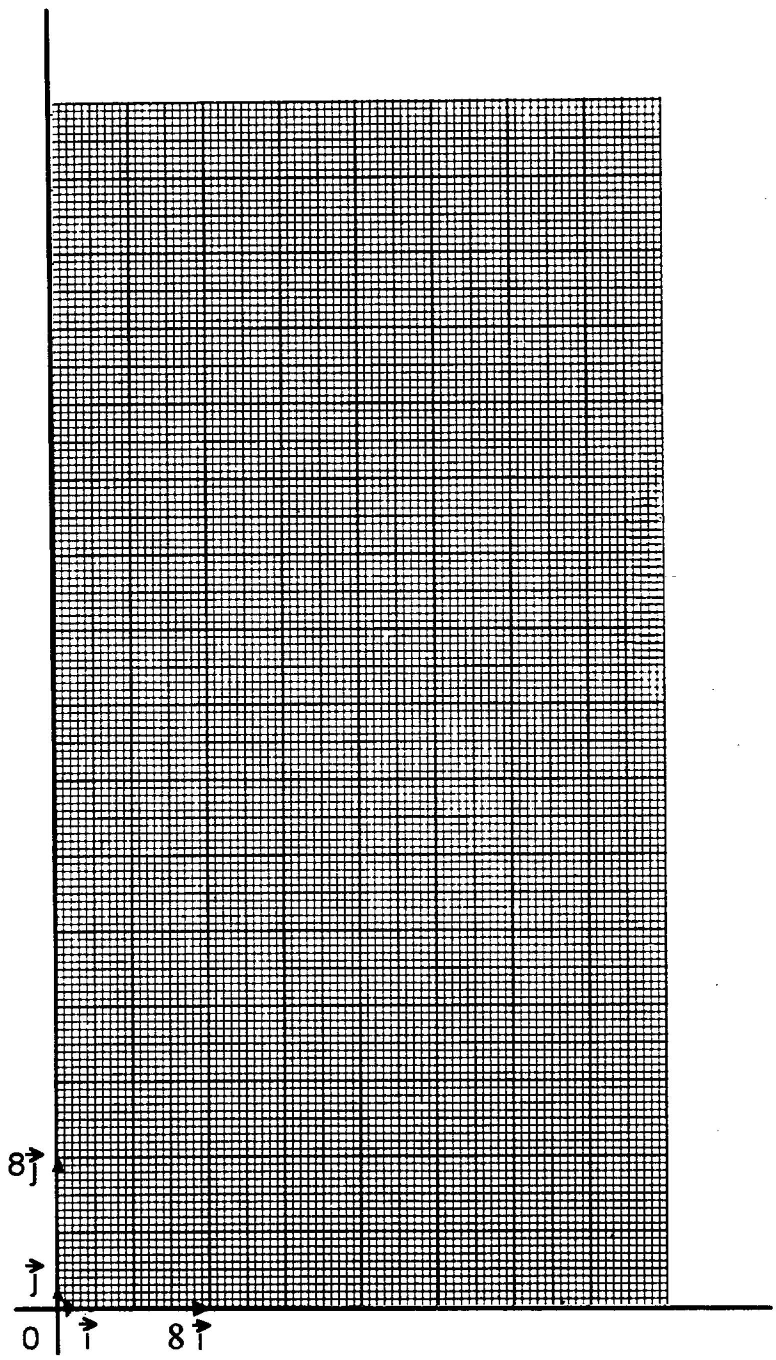
4.2) Calculer son facteur de puissance cos φ.

4.3) Calculer la puissance hydraulique transmise par les pompes sachant que $p = 16x10^5$ Pa et $Q = 0{,}5\ m^3/s$.
On donne $P = p.Q$ (P en W ; p en Pa ; Q en m^3/s)

4.4) Les pompes ayant un rendement de 88%, calculer le nombre de moteurs nécessaires à leur alimentation.

Annexe 1

Echelles : Sur l'axe des abscisses, une unité est représentée par 0,25 cm.
Sur l'axe des ordonnées, une unité est représentée par 0,25 cm.



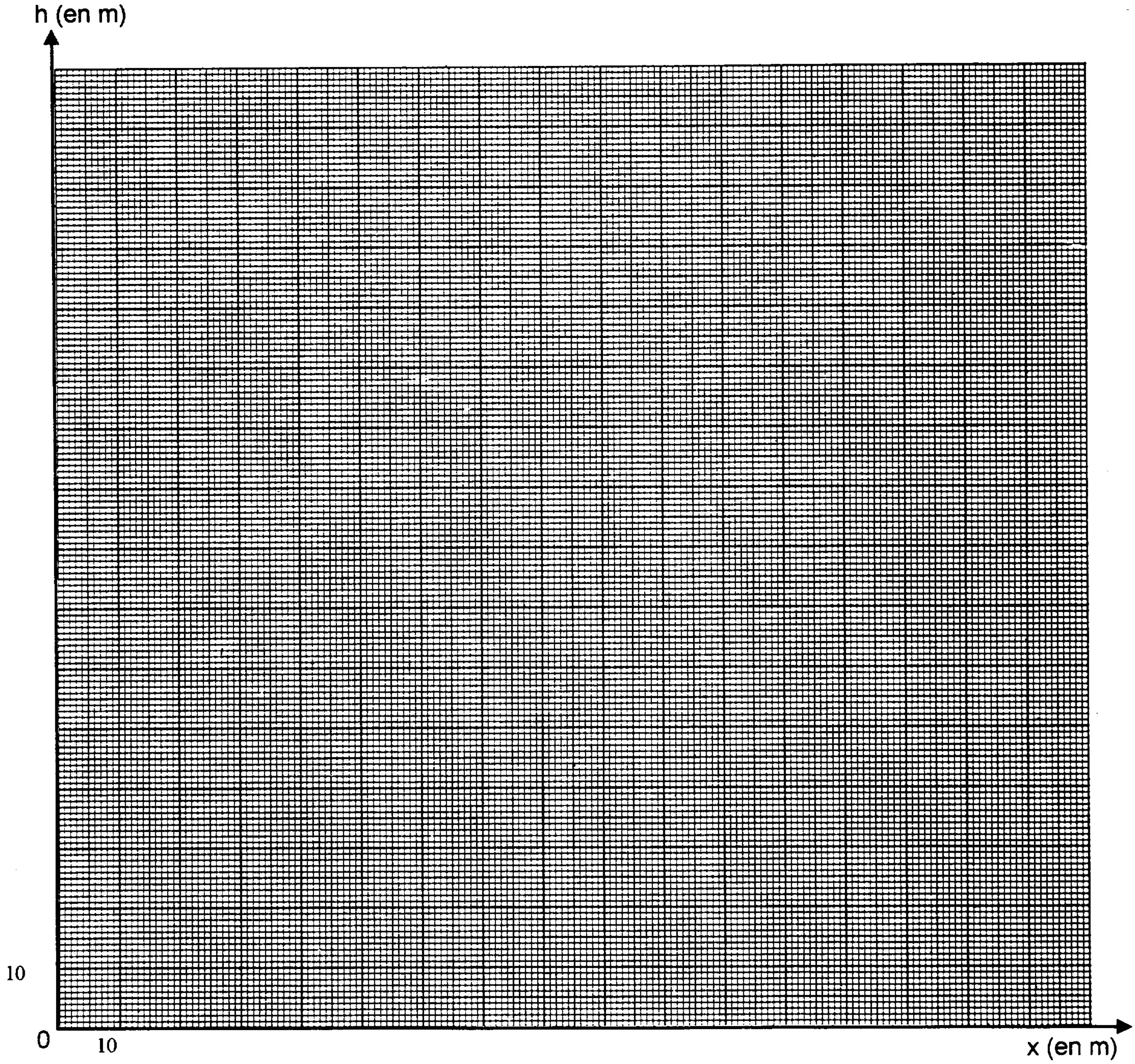
Annexe 2

Tableau de variation :

x	
Signe de h'(x)	
Variation de h	

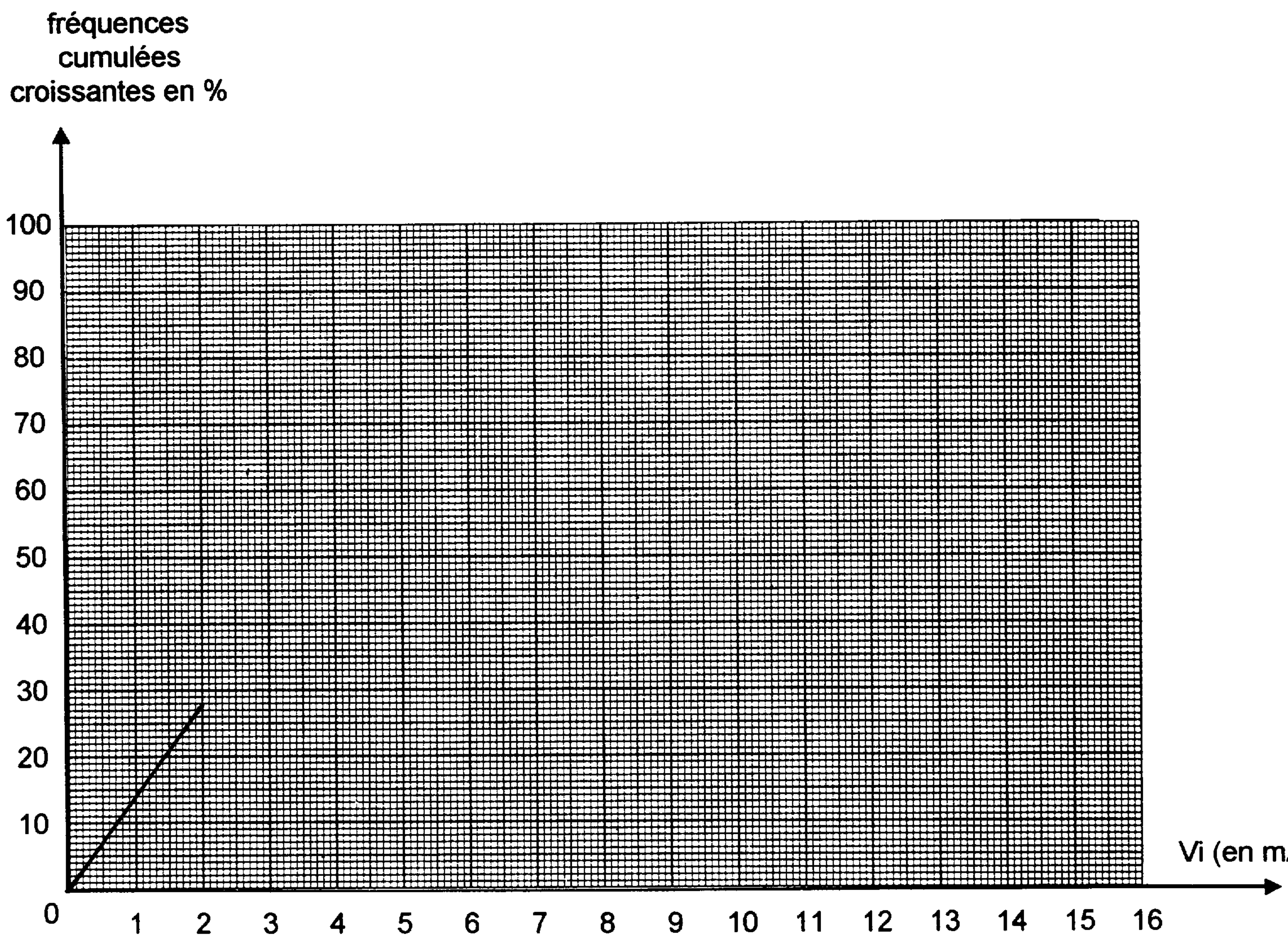
Tableau de valeurs :

x	0	10	20	30	40	50	55	60	70	80	90	100	110
h(x)		50	90	120	140			150	140	120	90	50	



Annexe 3

Classes des vitesses en m/s	n_i en jours	Centre des classes v_i	$n_i \cdot v_i$	Fréquences en %	Fréquences cumulées croissantes en %
[0 ; 2[	50			27,8	
[2 ; 4[	60			33,3	
[4 ; 6[	20				
[6 ; 8[	18				
[8 ; 10[	7				
[10 ; 12[	7				
[12 ; 14[	10				
[14 ; 16[	8				
	N =		$\sum_{i=1}^{8} n_i \cdot v_i =$		



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

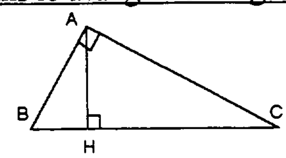
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$