# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

# ÉNERGÉTIQUE

*Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée*
*(circulaire 99-186 du 16.11.99)*

## SESSION 2001

**U 12**

## MATHÉMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

**Durée : 2 heures** **Coefficient : 2**

# SCIENCES PHYSIQUES

(5 points)

On considère une installation de chauffage alimentée en gaz naturel.

**1)** Le gaz naturel est constitué principalement d'un alcane de formule $CH_4$.
Donner le nom de cet alcane.

**2)** Écrire l'équation-bilan équilibrée de la combustion complète de cet alcane dans le dioxygène de l'air.

**3)** La chaudière consomme 2 m$^3$ par heure de gaz naturel dont le pouvoir calorifique est de 10,35 kWh/m$^3$.
Calculer la puissance thermique absorbée par la chaudière.

**4)** Les températures de l'eau du circuit de chauffage, relevées au départ de la chaudière et au retour, sont les suivantes : température de départ $\theta_d = 60°C$ ;
température de retour $\theta_r = 40°C$.
Le débit d'eau dans le circuit de chauffage est de 13 L/min.

Calculer la puissance utile restituée par la chaudière dans ces conditions de fonctionnement.

Données : capacité thermique massique de l'eau $C = 4{,}18$ kJ.kg$^{-1}$.K$^{-1}$
masse volumique de l'eau $\rho = 1000$ kg/m$^3$.

**5)** On accélère la circulation d'eau du circuit de chauffage par une pompe entraînée par un moteur électrique dont les caractéristiques sont :

Alimentation électrique monophasé 230 V ; 50 Hz
Intensité nominale : 0,38 A
Facteur de puissance : 0,95
Fréquence de rotation : 1850 tr/min.

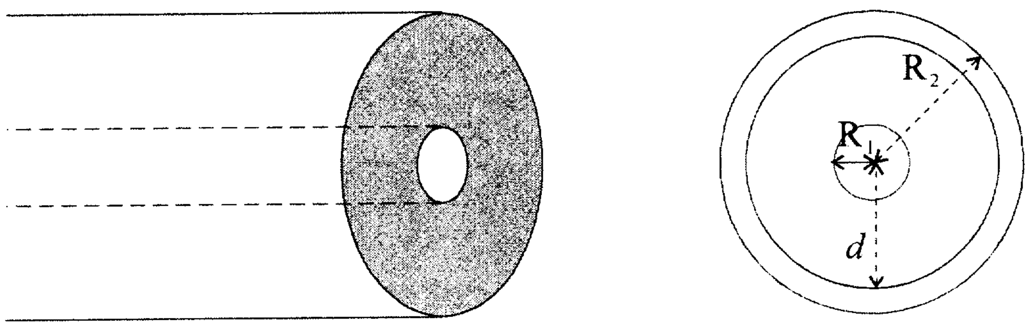
Calculer la puissance électrique absorbée par le moteur.

**6)** La canalisation au départ du circuit de chauffage est un tuyau de diamètre intérieur 20 mm.
Le débit d'eau étant de 13 L/min, calculer la vitesse de l'eau dans ce tuyau.

# MATHÉMATIQUES

**EXERCICE 1 :** *Les parties* A et B *sont indépendantes.*

L'objectif de cet exercice est d'étudier la variation de température dans le matériau constituant une conduite en céramique où circule de l'eau chaude.




Rayon intérieur de la conduite : $R_1 = 0{,}5$ cm.
Rayon extérieur de la conduite : $R_2 = 2$ cm.
Température de la surface intérieure de la conduite : $T_1 = 95$°C.
Température de la surface extérieure de la conduite : $T_2 = 25$°C.

La température T d'un point de la conduite est fonction de la distance $d$ qui sépare ce point de la surface intérieure de la conduite :

$$T(d) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} \times \ln\left(\frac{R_1 + d}{R_1}\right)$$

L'épaisseur de la conduite étant de 1,5 cm, la distance $d$ appartient à l'intervalle [0 ; 1,5].

**PARTIE A : (3 points)**

**1.** Montrer que : $T(d) = 95 + \dfrac{70}{\ln 0{,}25} \times \ln(1 + 2d)$.

**2.** Vérifier que $T(0) = T_1$ et que $T(1{,}5) = T_2$.

**PARTIE B : (9 points)**

Dans cette partie, on étudie la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 1,5] par :

$$f(x) = 95 + \frac{70}{\ln 0{,}25} \times \ln(1 + 2x).$$

1. Déterminer la dérivée $f'$ de la fonction $f$, sachant que la dérivée d'une fonction $g$ définie par $g(x) = \ln(ax + b)$ est la fonction $g'$ définie par $g'(x) = \frac{a}{ax+b}$.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 1,5].
3. Établir le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle [0 ; 1,5].
4. Sur la feuille annexe :
   **a)** Compléter le tableau de valeurs.
   **b)** Tracer la représentation graphique de la fonction $f$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques : 1 cm pour 0,1 cm en abscisse et 1 cm pour 10°C en ordonnée.
5. Déterminer graphiquement la distance $d_0$ à partir de laquelle la température est inférieure ou égale à la moyenne de $T_1$ et $T_2$. Les traits de construction devront apparaître sur le schéma.
6. Résoudre l'équation : $95 + \frac{70}{\ln 0{,}25} \times \ln(1 + 2x) = 60$.

**EXERCICE 2 : (3 points)**

Une entreprise s'engage à réduire sa production de CFC. Chaque année, la production doit diminuer de 12 % par rapport à la production de l'année précédente.

Au cours de l'année 2000, la production $P_0$ a été de 500 000 tonnes.

1. Calculer les productions $P_1$, $P_2$ et $P_3$ en 2001, 2002 et 2003.
2. On note $P_n$ la production au cours de l'année (2000 + $n$). Préciser la nature de la suite de nombres $P_0$ ; $P_1$ ; $P_2$ ; $P_3$ ; … ; $P_n$ ; … ainsi que la raison de cette suite.
3. On admet que $P_n$ s'exprime en fonction de $n$ par :

$$P_n = P_0 \times 0{,}88^n.$$

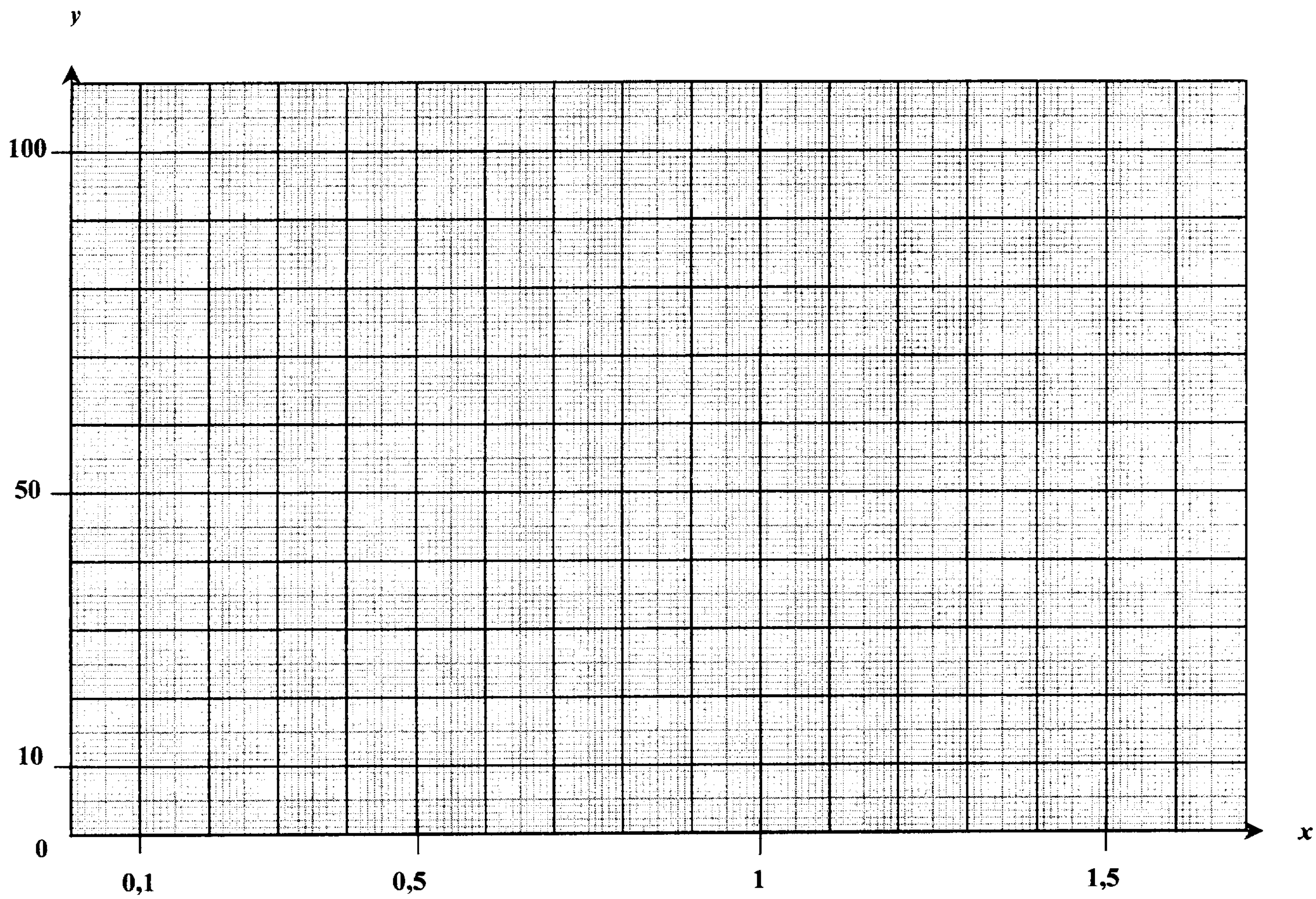
Au bout de combien d'années, la production aura-t-elle atteint le $\frac{1}{10}$ de la production initiale $P_0$ ?

## <u>ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE.</u>

**EXERCICE I**

<u>PARTIE B</u> - Question 4 - Tableau de valeurs de la fonction $f$ (valeurs arrondies à l'unité).

| $x$ | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 1 | 1,3 | 1,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | |



**FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**
**Secteur industriel : Chimie-Energétique**
( Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995 )

| Fonction $f$ | Dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $e^{ax+b}$ | $ae^{ax+b}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |
| $u(x)v(x)$ | $u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$ |
| $\frac{1}{u(x)}$ | $-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$ |
| $\frac{u(x)}{v(x)}$ | $\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$ |

**Equation du second degré** $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

**Statistiques**

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

**Suites arithmétiques**

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $r$

Terme de rang $n$ : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$

**Suites géométriques**

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $q$

Terme de rang $n$ : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

**Logarithme népérien : ln**

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

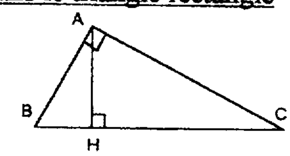
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

**Equations différentielles**

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

**Relations métriques dans le triangle rectangle**

$AB^2+AC^2=BC^2$




$\sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}$ ; $\cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}$ ; $\tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}$

**Aires dans le plan**

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

**Aires et volumes dans l'espace**

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $Bh$

Sphère de rayon $R$ :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $\frac{1}{3}Bh$

**Calcul intégral**

- Relation de Chasles :

$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$

- $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$
- $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$