BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉNERGÉTIQUE

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16.11.99)

SESSION 2001

U 12

MATHÉMATIQUES – SCIENCES PHYSIQUES

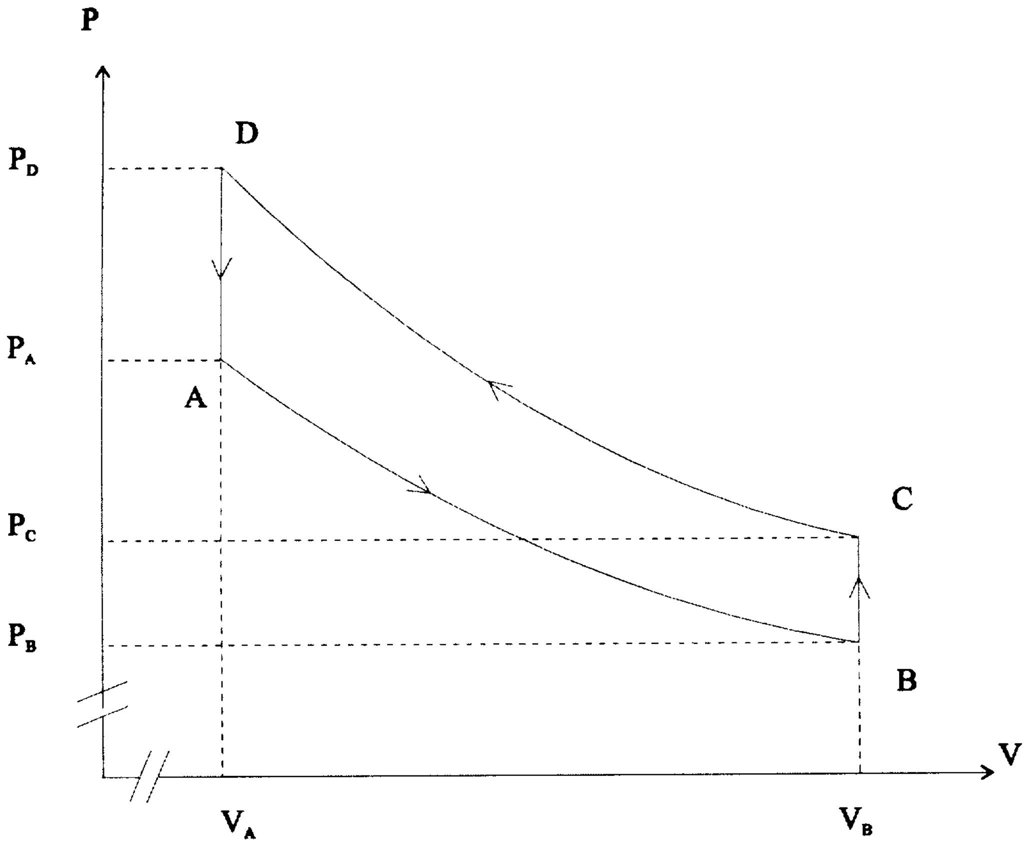
Durée : 2 heures

Coefficient : 2

SCIENCES PHYSIQUES

(5 points)

Une quantité de gaz considéré comme parfait subit successivement quatre transformations réversibles suivant le cycle schématisé ci-dessous :



Les portions de courbe AB et CD représentent des transformations isothermes (à température constante).

Les segments de droite [BC] et [DA] représentent des transformations isochores.

Le gaz occupe à l'état initial (A) un volume $V_A = 60$ L sous la pression atmosphérique $p_A = 1$ bar à la température $t_A = 20°C$.

1) D'après le schéma, que veut dire « transformation isochore » ?

2) Calculer la pression p_B à l'état (B) si le gaz occupe un volume $V_B = 100$ L à la suite de la détente isotherme.

3) Le gaz est ensuite chauffé jusqu'à ce que sa pression devienne p_C = 0,764 bar. Calculer sa nouvelle température T_C.

4) Le gaz est alors comprimé de façon isotherme jusqu'à l'état (D). Calculer sa nouvelle pression P_D.

5) Calculer le nombre de moles de gaz intervenant dans ce cycle.

6) En supposant que l'on a utilisé 2,5 moles de dioxyde de carbone (CO2), quelle est la masse de ce gaz ?

Formulaire et données :

Équation d'état des gaz parfaits : $pV = nRT$

p : pression en Pa
V : volume en m^3
n : quantité en mol
R : constante des gaz parfaits
R = 8,31 J/K.mol
T : température absolue en K

Masses molaires atomiques : M(C) = 12 g/mol   M(O) = 16 g/mol

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL ÉNERGÉTIQUE

SESSION 2001

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 : (5 points)

Lors de l'écoulement laminaire d'un fluide dans une conduite neuve, de section circulaire, la répartition de la vitesse v d'écoulement des particules satisfait à la relation :

$$v = 10^{-6}\,\frac{\Delta P}{4\eta\ell}\,(R^2 - r^2)$$

ΔP : perte de charge sur la longueur ℓ de conduite en Pa,
ℓ : longueur de la conduite en m,
R : rayon du tube en mm,
η : coefficient de viscosité dynamique du fluide,
r : distance par rapport à l'axe du tube en mm,
v : vitesse du fluide à une distance r de l'axe du tube en m/s.

1. Exprimer la vitesse v en fonction de la distance r, pour un tube de rayon R = 7,5 mm, dans les conditions suivantes :

$\Delta P = 15\,000$ Pa $\qquad \ell = 1$ m $\qquad \eta = 0{,}036$

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 7,5] par :

$$g(x) = -0{,}104\,x^2 + 5{,}86.$$

a) Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 7,5].

b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{7,5} (-0{,}104\,x^2 + 5{,}86)\,dx$.

La vitesse moyenne d'écoulement dans ce tube est donnée en m/s par la formule :

$$\mu = \frac{1}{7{,}5}\int_0^{7,5} (-0{,}104\,x^2 + 5{,}86)\,dx.$$

Calculer cette vitesse moyenne μ.

EXERCICE 2 : (10 points)

Dans les systèmes de chauffage, le vase d'expansion permet d'éviter la détérioration des conduites lors de la dilatation du liquide en circulation. Dans cet exercice, on modélise le volume d'eau en fonction de la température t par une fonction f du second degré.

1. *Détermination de la fonction f.*

On pose : $f(t) = at^2 + bt + c$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 90].
t désigne la température de l'eau en degré Celsius (°C) et $f(t)$ le volume d'eau en millilitre (mL).

a) *Calcul de c.*
Pour $t = 0$ le volume d'eau est $f(0) = 1000{,}2$. En déduire la valeur de c.

b) *Calcul de a et b.*
Pour $t = 50$ le volume d'eau est $f(50) = 1010{,}7$.
Pour $t = 90$ le volume d'eau est $f(90) = 1037{,}1$.
Traduire ces deux données par un système de deux équations d'inconnues a et b.
Résoudre ce système et en déduire les valeurs de a et b.

2. *Etude de la fonction f.*

La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 90] par $f(t) = 0{,}005\,t^2 - 0{,}04\,t + 1000{,}2$.

a) Calculer la dérivée f' de la fonction f.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 90].

c) Construire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 90].

3. *Représentation graphique de la fonction f.*

a) Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe. Les résultats seront arrondis au dixième.

b) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère situé en annexe.

4. *Exploitation de la représentation graphique.*

Le fabriquant de ce vase d'expansion installe une soupape de sécurité qui se déclenche pour un volume d'eau de 1020 mL.

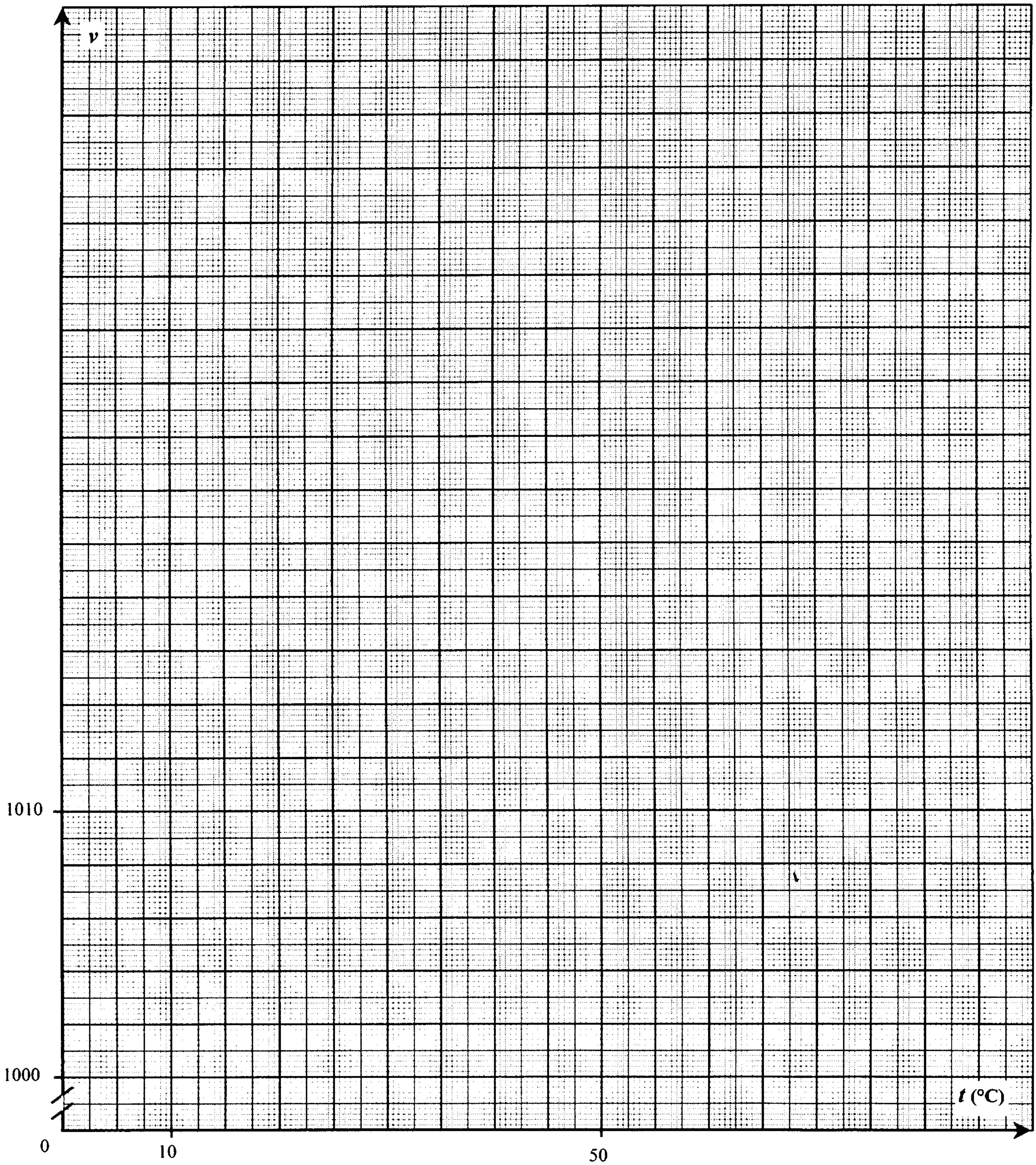
a) Déterminer graphiquement la température à laquelle la soupape se déclenche. Les traits de construction devront figurer sur le schéma.

b) Retrouver ce résultat par le calcul en résolvant l'équation $f(t) = 1020$.

ANNEXE à rendre avec la copie.

EXERCICE 2 - Question 3 - Compléter le tableau de valeurs : *(arrondies au dixième).*

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$f(t)$										



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie-Energétique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

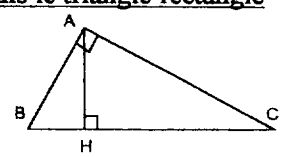
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$\sin\widehat{B}=\dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B}=\dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B}=\dfrac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_b^c f(t)\,dt$$

* $\displaystyle\int_a^b (f+g)(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_a^b g(t)\,dt$

* $\displaystyle\int_a^b kf(t)\,dt=k\int_a^b f(t)\,dt$