BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PRODUCTIQUE MATÉRIAUX SOUPLES

- Session JUIN 2001 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –
Mathématiques et Sciences Physiques

***Coefficient* : 2**

***Durée* : 2 heures**

MATHÉMATIQUES : (15 points)

EXERCICE N° 1 : (5 points) ÉTUDE D'UNE SUITE

Pour assurer une fabrication, une entreprise doit acheter une machine dont le prix est de 80 000 €.
On estime que la machine se déprécie de 15 % par an.

On note V_1 la valeur initiale de la machine : $V_1 = 80\,000$ €.
La deuxième année de fonctionnement, la valeur sera notée V_2.
La troisième année de fonctionnement, la valeur sera notée V_3.

1 – Calculer V_2 et V_3.

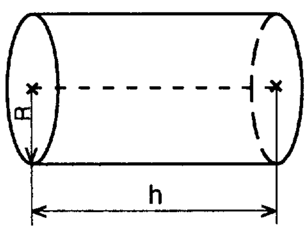
2 – Montrer que la suite des valeurs annuelles V_1, V_2, V_3 est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

3 – En utilisant le formulaire, calculer V_5.

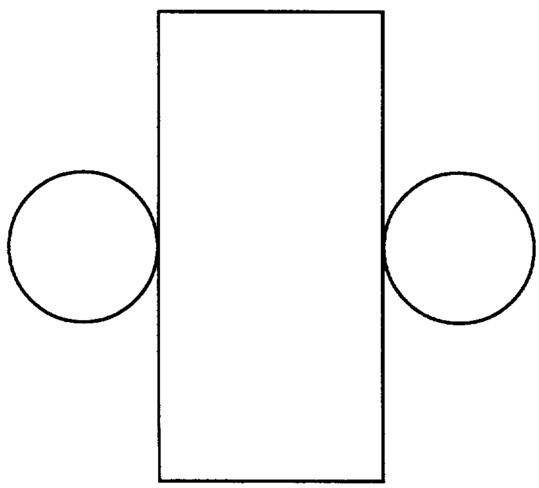
EXERCICE N° 2 : (10 points) ÉTUDE D'UNE HOUSSE

Un fabricant de sacs de couchage vend ses produits rangés dans des housses.

La housse avec le sac rangé à l'intérieur a la forme d'un cylindre de révolution de rayon R et de hauteur h (voir les figures ci-dessous).



cylindre de révolution



développement du cylindre

On donne : le volume du cylindre : $V = \pi R^2 h$

l'aire du développement du cylindre : $\mathcal{A}_t = 2\pi R^2 + 2\pi R h$

Des contraintes de fabrication impliquent que l'aire de la surface de tissu nécessaire à la confection de la housse (sans les coutures), exprimée en cm^2, soit inférieure ou égale à 5 300 cm^2.

QUESTION 1 : Exemples numériques

Le rayon et la hauteur du cylindre mesurent respectivement 15 cm et 40 cm.

1 – Calculer le volume V du cylindre, exprimé en cm^3, arrondi à l'unité.

2 – Calculer :

a) l'aire totale $\mathcal{A}_t$ du développement du cylindre, exprimée en cm^2, arrondie à l'unité.

b) On admettra que pour la réalisation des coutures, il faut rajouter 0,5 cm au rayon et 1 cm à la hauteur.
Calculer l'aire S de la surface de tissu nécessaire à la confection de la housse.
Le résultat sera exprimé en cm^2, arrondi à l'unité.

QUESTION 2 : Transformation de formules

1 – Exprimer h en fonction de V en utilisant la formule du volume du cylindre.

2 – Montrer que l'aire du développement du cylindre peut s'écrire : $\mathcal{A}_t = 2\pi R^2 + 2V / R$.

QUESTION 3 : Étude d'une fonction

Soit la fonction f, de la variable réelle x, définie sur l'intervalle [12 ; 20], par : $f(x) = 6{,}28x^2 + \dfrac{56\,548}{x}$

1 – Compléter le tableau de l'annexe (arrondir à l'unité).

2 – Dans le repère orthogonal de l'annexe continuer le tracé de la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.

3 – Tracer la droite d'équation $y = 5\,300$ dans le même repère et déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction, les coordonnées des points d'intersection de cette droite avec $\mathcal{C}_f$.

QUESTION 4 : Résolution graphique d'une inéquation

La fonction f modélise les variations de l'aire de tissu nécessaire à la confection de la housse, sans les coutures, en fonction du rayon x du cylindre. Le volume V est constant.

L'aire $\mathcal{A}_t$ doit être inférieure ou égale à 5 300 cm^2.

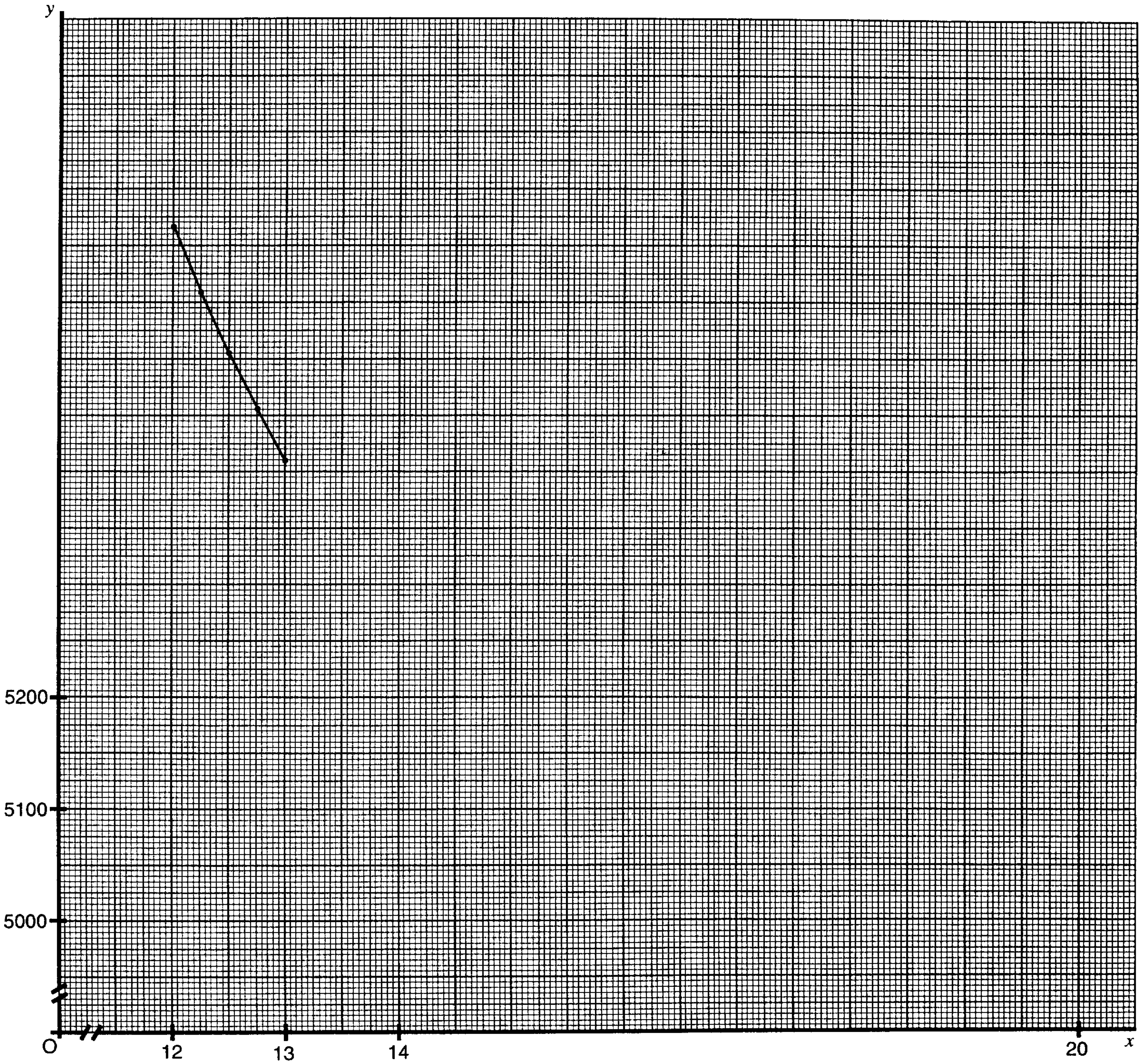
1 – Écrire l'inéquation correspondant à cette contrainte.

2 – Résoudre graphiquement cette inéquation en hachurant sur l'axe des abscisses l'ensemble des solutions.

3 – Indiquer dans quel intervalle doit appartenir x (c'est-à-dire le rayon R du cylindre) pour satisfaire cette contrainte.

Feuille annexe (À rendre avec la copie)

x	12	13	14	15	16	16,5	17	18	19	20
$f(x)$	5 617		5 270			5 137		5 176	5 243	



SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)

EXERCICE N° 1 : (3 points)

L'heptane est un hydrocarbure de formule brute C_7H_{16} .

1 – Écrire la formule développée ou semi-développée de l'heptane.

2 – Écrire la formule développée ou semi-développée du 2-méthylhexane.

3 – Calculer la masse molaire moléculaire de l'heptane.
(On donne : masse molaire du carbone : 12 g/mol ; masse molaire de l'hydrogène : 1 g/mol).

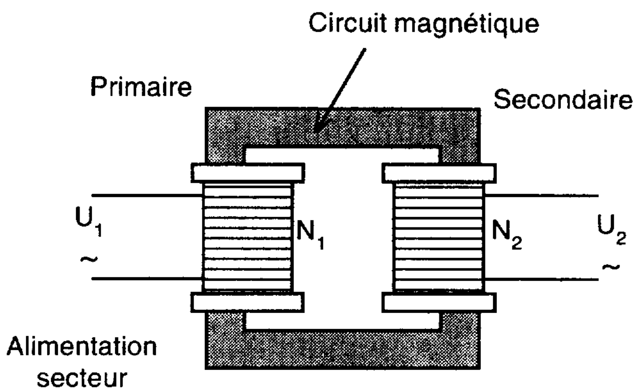
4 – Recopier et équilibrer l'équation de la combustion de l'heptane.

$$C_7H_{16} + \ldots O_2 \rightarrow \ldots . CO_2 + \ldots H_2O$$

EXERCICE N° 2 : (2 points)

La plaque signalétique d'un transformateur monophasé indique :

Tension au primaire : 230 V Tension au secondaire : 48 V



1 – Calculer le rapport de transformation de ce transformateur (arrondir le résultat à 0,1 près).

2 – L'enroulement secondaire possède 120 spires ; calculer le nombre de spires de l'enroulement primaire.

RAPPEL :

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

k : rapport de transformation
U_1 : tension primaire
U_2 : tension secondaire
N_1 : nombre de spires au primaire
N_2 : nombre de spires au secondaire

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

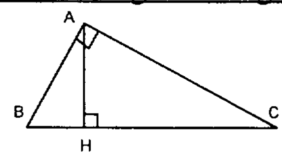
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$