BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1 :

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

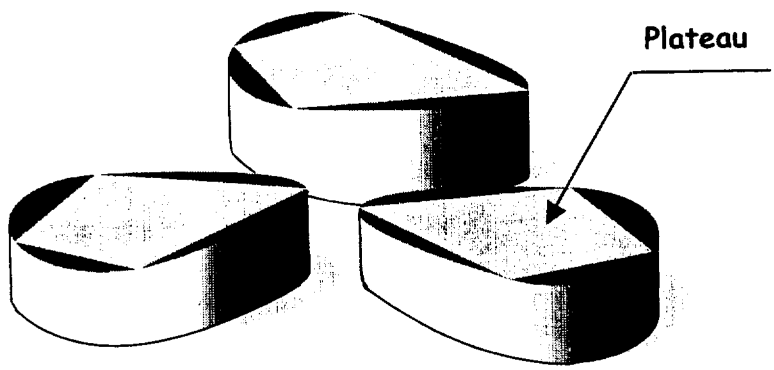
Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de **8** pages:

- le sujet numéroté de la **page 1/8** à la **page 6/8** ;
- une annexe **à joindre à la copie** donnée **page 7/8** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 8/8**.

EXERCICE 1 : présentoirs de vitrine (15 points)

L'entreprise Dubois a reçu d'un client étalagiste la commande de présentoirs de vitrine comme illustrés ci-dessous.



L'atelier de placage est chargé de réaliser le plateau de ces présentoirs.

Données :

- Le contour de ce plateau, **figure 1** ci-contre, se compose de deux parties :

  - la **partie** ① limitée par l'arc de courbe $\overset{\frown}{ASB}$, noté $\mathcal{P}$, et le segment de droite [AB] ;

  - la **partie** ② limitée par l'arc de cercle $\overset{\frown}{ADB}$, noté $\mathcal{C}$, et le segment de droite [AB].

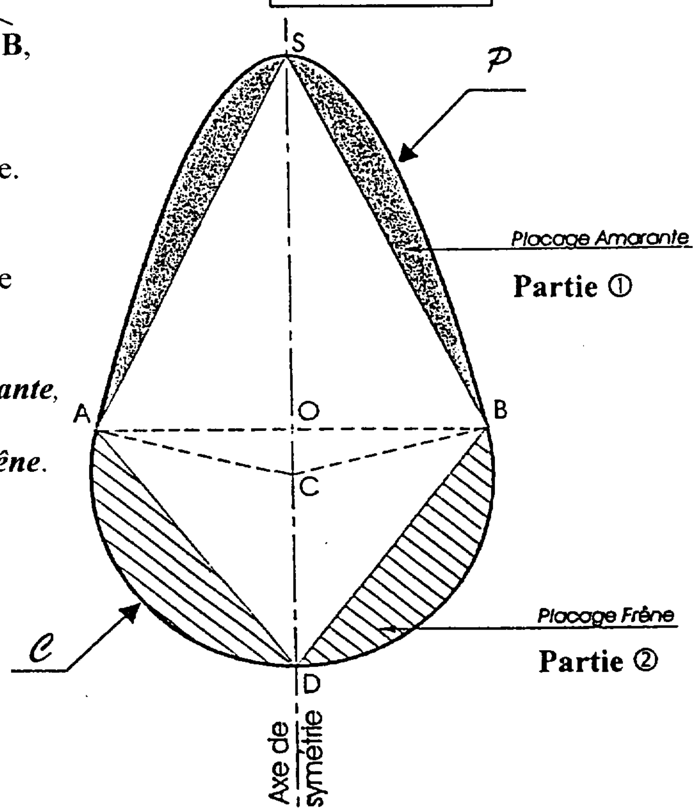
- La droite (SD) est un axe de symétrie de la figure.

Ce plateau sera en partie recouvert par du bois de placage de deux essences différentes, visualisées sur le dessin :

- la partie grisée qui correspond au bois d'essence ***Amarante***,

- la partie hachurée qui correspond au bois d'essence ***Frêne***.

Figure 1



Le problème est composé de deux parties qui peuvent être traitées indépendamment.

PREMIÈRE PARTIE : **étude du plateau**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal d'origine **O**, d'unité graphique **le centimètre** (voir **annexe page 7/8**).

A - Étude et construction du contour de la partie ①

1- Tracé de l'arc de courbe $\mathcal{P}$

1-1 - Soit les points **S** et **B** de coordonnées respectives : **S (0 ; 10)** et **B (5 ; 0)**.

L'équation de l'arc de courbe $\mathcal{P}$ a pour forme : $y = \mathbf{a}\,x^2 + \mathbf{c}$ avec **a** et **c** nombres réels et x nombre réel appartenant à l'intervalle **[– 5 ; 5]**.

Déterminer les nombres réels **a** et **c** en utilisant le fait que le point **S** et le point **B** appartiennent à $\mathcal{P}$.

1-2 - Soit f la fonction, de la variable réelle x, définie sur l'intervalle **[0 ; 5]** par :

$$f(x) = -0{,}4\,x^2 + 10.$$

a) Compléter le tableau de valeurs de ***l'annexe*** **page 7/8**.

b) Tracer, dans le plan rapporté au repère de ***l'annexe*** **page 7/8,** la représentation graphique de la fonction f.

1-3 - En déduire, par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, la construction complète de l'arc de courbe $\mathcal{P}$.

2- Tracé de la tangente en B à $\mathcal{P}$

Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

2-1 - Déterminer $f'(x)$.

2-2 - Calculer le nombre dérivé $f'(5)$.

2-3 - Soit les points **B** et **M** de coordonnées respectives : **B (5 ; 0)** et **M (3 ; 8)**.

Soit la droite **(T)** d'équation : $y = -4x + 20$.

a) Montrer que **B** et **M** sont deux points de **(T)**.

b) Tracer la droite **(T)**.

c) Justifier que la droite **(T)** est la tangente à $\mathcal{P}$ en **B**.

B - Étude et construction du contour de la partie ②

Soit les points **B** et **M** de coordonnées respectives : **B (5 ; 0)** et **M (3 ; 8)**.

1- Tracé de l'arc de cercle $\mathscr{C}$

1-1 - Soit **C** le centre de l'arc de cercle $\mathscr{C}$ de rayon **CB**.

Construire ce centre **C**, sachant que le point **C** est l'intersection de l'axe des ordonnées et de la perpendiculaire en **B** à la tangente **(T)** confondue avec la droite **(BM)**.

1-2 - Tracer l'arc de cercle $\mathscr{C}$.

2- Calculs de coordonnées, de normes de vecteurs et de mesures d'angle

2-1 - Montrer que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{BM}}$ sont **(– 2 ; 8)**.

2-2 – Le point **C** a pour coordonnées **(0 ; *y*)** avec *y* nombre réel.

a) Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$ en fonction de *y*.

b) Montrer que l'expression du produit scalaire $\overrightarrow{\mathbf{BM}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{BC}}$, en fonction de *y*, est égale à $8y + 10$.

c) En rappelant que les vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{BM}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$ sont orthogonaux , montrer que l'ordonnée *y* de **C** est égale à **– 1,25**.

2-3 - Calculer les normes suivantes, **arrondies à 0,01** :

a) $\| \overrightarrow{\mathbf{OB}} \|$,

b) $\| \overrightarrow{\mathbf{OC}} \|$,

c) $\| \overrightarrow{\mathbf{BC}} \|$, en déduire $\| \overrightarrow{\mathbf{CD}} \|$.

2-4 - Calculer :

a) la mesure, **arrondie au degré**, de l'angle $\widehat{\mathbf{OCB}}$.

b) la mesure de l'angle $\widehat{\mathbf{DCB}}$.

DEUXIÈME PARTIE : étude de la surface de placage

Les longueurs seront toutes exprimées en cm et arrondies au centième.
Les aires seront toutes exprimées en cm² et arrondies au centième.

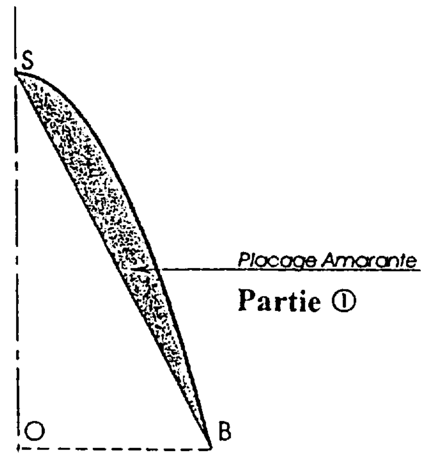
A - Calcul de l'aire de bois de placage Amarante

On prend dans toute cette partie les données réelles suivantes :

OB = 25 cm et **OS = 50 cm**.

On donne la mesure $\mathcal{A}_1$ de l'aire délimitée par les segments de droite **[OS]** et **[OB]** ainsi que par l'arc de courbe $\overset{\frown}{SB}$: $\mathcal{A}_1 = 883$ **cm²** (voir **figure 2**).

Figure 2



1 - Calculer l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle **SOB**.

2 - En déduire l'aire $\mathcal{A}_3$ de la surface grisée.

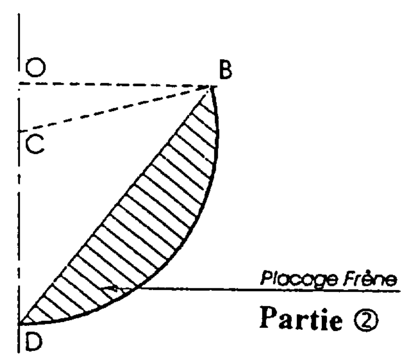
3 - En déduire l'aire $\mathcal{A}_{Am}$ du placage **Amarante** pour un plateau (voir **figure 1 page 2/8**).

B - Calcul de l'aire de bois de placage Frêne

On prend dans toute cette partie les données réelles suivantes :

OB = 25 cm ; CD = 26 cm et OC = 6,25 cm.

Figure 3



1- Calculer l'aire $\mathcal{A}_4$ du du triangle **BOC** (voir **figure 3**).

2- **a**) Calculer la longueur **OD**.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}_5$ du triangle **BOD**.

c) En déduire l'aire $\mathcal{A}_6$ du triangle **BCD**.

3- On donne la mesure $\mathcal{A}_7$ de l'aire de la portion de disque **BCD** : $\mathcal{A}_7 =$ **613,52 cm²**.

a) En déduire l'aire $\mathcal{A}_8$ de la surface hachurée.

b) En déduire l'aire totale $\mathcal{A}_{Fr}$ du placage **Frêne** pour un plateau (voir **figure 1 page 2/8**).

C - Calcul de l'aire totale de placage

Déterminer l'aire totale $\mathcal{A}_T$ du placage **(Frêne et Amarante)** pour un plateau.

EXERCICE 2 : contrôle de fabrication (5 points)

L'élément de base, avant placage, de ces présentoirs de vitrine, est usiné lors d'une fabrication en série.

Pour vérifier si un réglage de la machine est nécessaire, un ouvrier procède à un contrôle de la hauteur de **50 présentoirs**. Il établit le **tableau** ① de relevés suivants :

Tableau ①

Hauteur du présentoir *(mm)*	Effectif n_i
[249,5 ; 250,5 [	**8**
[250,5 ; 251,5 [	**19**
[251,5 ; 252,5 [	**14**
[252,5 ; 253,5 [	**9**

Pour l'exploitation de ces données, on considère, dans le traitement de l'exercice, que l'effectif n_i d'une classe est affecté au centre x_i de cette classe. On obtient alors, sur l'écran d'un ordinateur, le **tableau** ② suivant :

Tableau ②

x_i	n_i	$n_i . x_i$	$n_i . x_i^2$	$n_i (\overline{x} - x_i)^2$
250	**8**	**2 000**	**500 000**	**17,5232**
251	**19**	**4 769**	**1 197 019**	**4,3776**
252	**14**	**3 528**	**889 056**	**3,7856**
253	**9**	**2 277**	**576 081**	**20,7936**

avec x_i : centre de classe et n_i : effectif de la classe.

1 - a) Recopier, à partir du formulaire, la relation permettant de calculer la hauteur moyenne $\overline{x}$ des présentoirs.

b) Calculer la **valeur exacte de** $\overline{x}$.

2 - a) Recopier, à partir du formulaire, les relations choisies pour le calcul de la variance **V** et de l'écart-type σ.

b) Calculer σ, **arrondi au centième**.

3 - Déterminer le pourcentage de présentoirs dont la hauteur a une valeur supérieure ou égale à **250,5 mm** et inférieure à **252,5 mm** .

4 - On considère que la machine est correctement réglée **si au moins 68%** des présentoirs ont une hauteur dont la valeur est supérieure ou égale à **250,5 mm** et inférieure à **252,5 mm**.

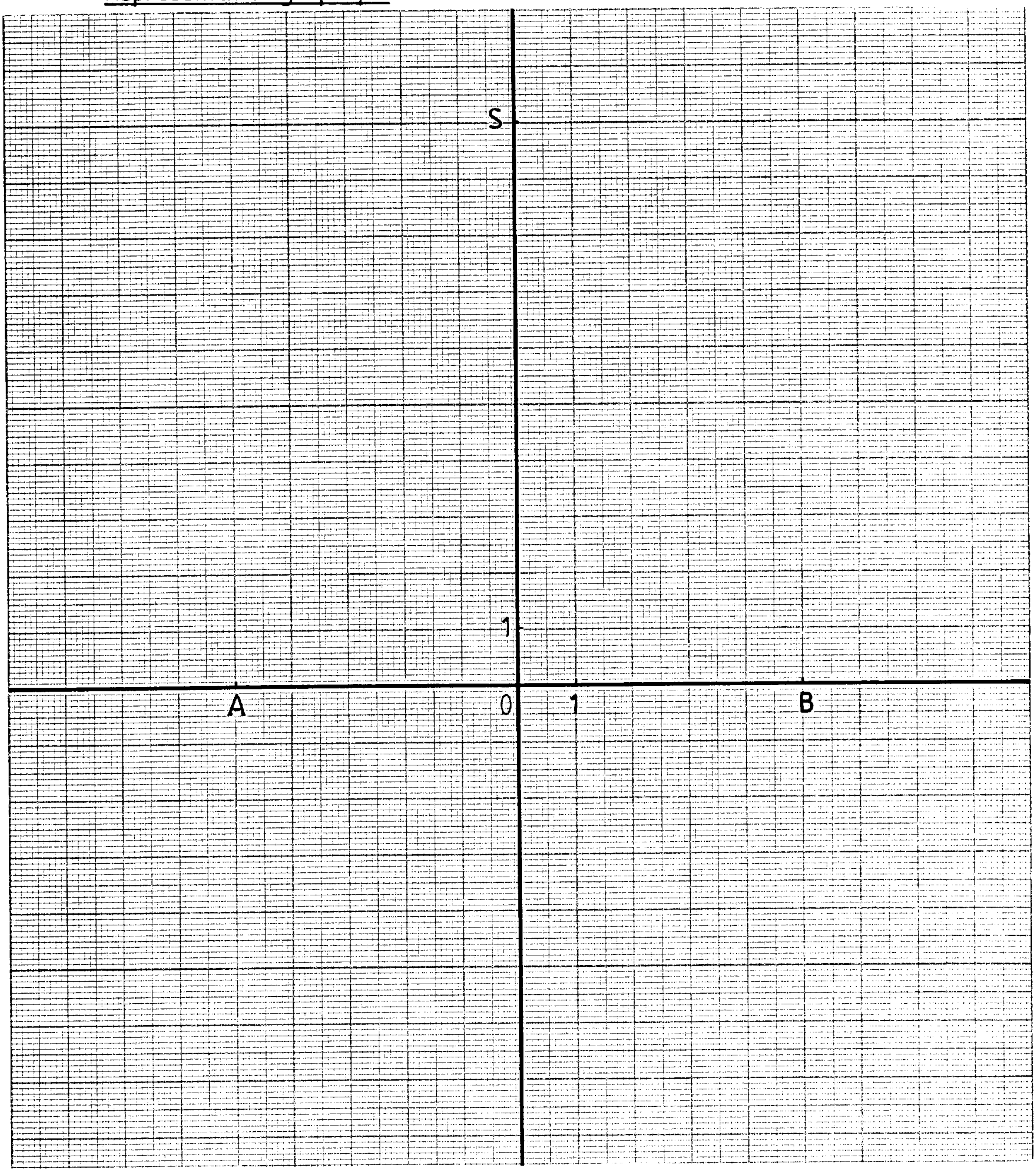
La machine doit-elle subir un réglage ? Justifier la réponse.

<u>ANNEXE</u> à joindre à la copie

<u>Tableau de valeurs</u>

Valeurs de x	0	1	2	3	4	5
Valeurs de $f(x)$						

<u>Représentation graphique</u>



Fonction f / Dérivée f'

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suite arithmétique

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suite géométrique

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\quad = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

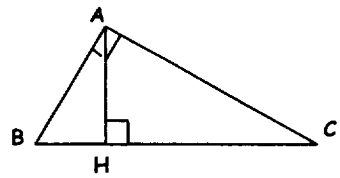
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume = Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire = $4\pi R^2$ Volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume = $\frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$: $\vec{v} \cdot \vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$