

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Maintenance de Systèmes Mécaniques Automatisés

Epreuve Scientifique et Technique

Partie B : Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Matériel autorisé :

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (circulaire n°99-018 du 1/2/1999).

Le ou les document(s) à rendre avec la copie sera(ont) agrafé(s) par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de mathématiques et de physique ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 8 pages dont :

- 1 page de garde
- 1 page annexe à rendre avec la copie
- 1 page formulaire de mathématiques

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre

Mathématiques :

Exercice 1 : Suite géométrique	4,5 points	page 2
Exercice 2 : Etude de fonctions	5,5 points	page 2 et 3
Exercice 3 : Etude statistique	5 points	page 4

Sciences :

Exercice 4 : Etude d'un moteur hydraulique	5 points	page 5
--	----------	--------

1^{ère} partie : mathématiques**Exercice 1 : Suite géométrique**

L'objectif d'une entreprise fabriquant des cames est d'augmenter sa production annuelle de 5 % par rapport à l'année précédente.

La production annuelle de la 1^{ère} année est $U_1 = 12\,000$ unités.

On appelle U_2 la production annuelle de la 2nde année, U_3 la production annuelle de la 3^{ème} année, ..., U_n la production annuelle de la n^{ième} année.

Question 1

- Calculer les productions annuelles U_2, U_3, U_4 .
- Vérifier que les termes U_1, U_2, U_3, U_4 forment une suite géométrique et préciser sa raison.
- Etablir la relation donnant U_n en fonction de n .

Question 2

Calculer la production annuelle de la 10^{ème} année si l'objectif est tenu.
Donner le résultat arrondi à l'unité.

Exercice 2 : Etude de fonctions

Afin de transformer un mouvement circulaire uniforme en mouvement rectiligne alternatif on utilise des systèmes cames/tiges.

Question 1 : Etude de la phase de montée accélérée

On donne la fonction f_1 définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $f_1(x) = \frac{1}{4}x^2$.

- Déterminer la fonction dérivée f_1' de la fonction f_1 .
- Etablir le tableau de variation de cette fonction sur l'annexe 1 à rendre avec la copie.
- Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 1 à rendre avec la copie ;
les résultats seront arrondis à 10^{-2} .
- Tracer la courbe (C_1) représentative de la fonction f_1 sur le repère de l'annexe 1 à rendre avec la copie.

Question 2 : Etude de la phase de montée décélérée

On donne la fonction f_2 définie sur l'intervalle $[2; 6]$ par $f_2(x) = 2 \ln(x) - 0,39$.

- a) Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 1 à rendre avec la copie ;
les résultats seront arrondis à 10^{-2} .
- b) Tracer la courbe (C_2) représentative de la fonction f_2 sur le repère de l'annexe 1 à rendre avec la copie.

Question 3 : Point de raccordement des courbes

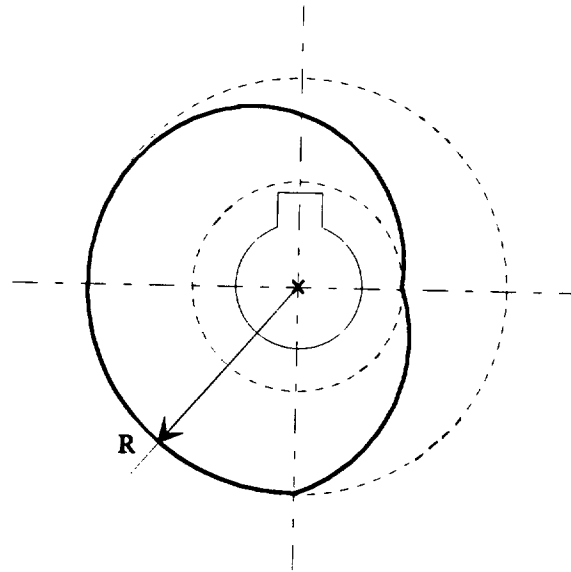
En prenant $f_1'(x) = \frac{x}{2}$ et $f_2'(x) = \frac{2}{x}$,

- a) Calculer les nombres dérivés $f_1'(2)$ et $f_2'(2)$.
- b) Tracer les tangentes aux courbes (C_1) et (C_2) au point d'abscisse 2, en laissant apparents les traits de construction sur le repère de l'annexe 1 à rendre avec la copie.

Exercice 3 : Etude statistique

Pour savoir s'il est nécessaire d'effectuer une intervention de maintenance sur une machine servant à la fabrication de cames on détermine le coefficient de capabilité de cette machine.

Pour cela, sur un échantillon significatif, on mesure le rayon R représenté sur le schéma de la came :



Le tableau donné en annexe 2, à rendre avec la copie, représente le nombre de pièces selon leur rayon en cm.

Question 1

- Compléter le tableau de l'annexe 2, à rendre avec la copie.
- Calculer le rayon moyen \bar{x} , donner la réponse arrondie à 10^{-3} cm.
- Construire l'histogramme de la série statistique sur le repère de l'annexe 2, à rendre avec la copie.

Question 2

Le cahier des charges fixe les limites suivantes :

- Limite inférieure tolérable : LIT = 3,160 cm
- Limite supérieure tolérable : LST = 3,220 cm
- Les coefficients de capabilité sont définis par : $K_1 = \frac{LST - \bar{x}}{3\sigma}$ et $K_2 = \frac{\bar{x} - LIT}{3\sigma}$

Sachant que $\sigma = 0,010$ cm et $\bar{x} = 3,193$ cm ,

- Calculer les coefficients de capabilité K_1 et K_2 .
- Le bon fonctionnement de la machine nécessite $K_1 \geq 1$ et $K_2 \geq 1$.
La machine nécessite-t-elle une opération de maintenance ?

2^{nde} partie : sciences physiques**Exercice 4 : Etude d'un moteur hydraulique**

On relève dans un catalogue les caractéristiques d'un moteur hydraulique.

Cylindrée	375 cm ³ /tr	0,375 L/tr
Débit d'arrivée d'huile	90 L/min	1,5 L/s
Pression d'arrivée d'huile	400 bar	400 × 10 ⁵ Pa
Rendement	80 %	0,80
Viscosité de l'huile	0,6 Stoke	0,6 × 10 ⁻⁴ m ² /s

Question 1

- Calculer la puissance absorbée P_a , en watt, du moteur.
- Calculer la puissance utile P_u , en watt, du moteur.
- Calculer la fréquence de rotation n , en tour par seconde, du moteur.
- Calculer le moment du couple utile M , en newton · mètre, de ce moteur.

Question 2

Le diamètre intérieur D du tube d'arrivée d'huile au moteur vaut 24 mm.

- Calculer la vitesse v , en m/s, de l'huile dans la tuyauterie.
Ce résultat est-il conforme aux données techniques ci-dessous ?
- Déterminer le nombre de Reynolds Re si la vitesse de l'huile est $v = 3,3$ m/s et en déduire le régime d'écoulement de l'huile dans la tuyauterie.

Formulaire : $P_a = p Q$

$$P_u = 2 \pi n M$$

$$Q = n C = S v$$

$$Re = \frac{v D}{\gamma}$$

Données techniques : Vitesse d'arrivée d'huile au moteur : 2 à 5 m/s

Types d'écoulement de l'huile : régime laminaire si $Re < 1\,600$

régime transitoire si $1\,600 < Re < 2\,300$

régime turbulent si $Re > 2\,300$

Annexe 1 (à rendre avec la copie)**Question 1 : Tableau de variation**

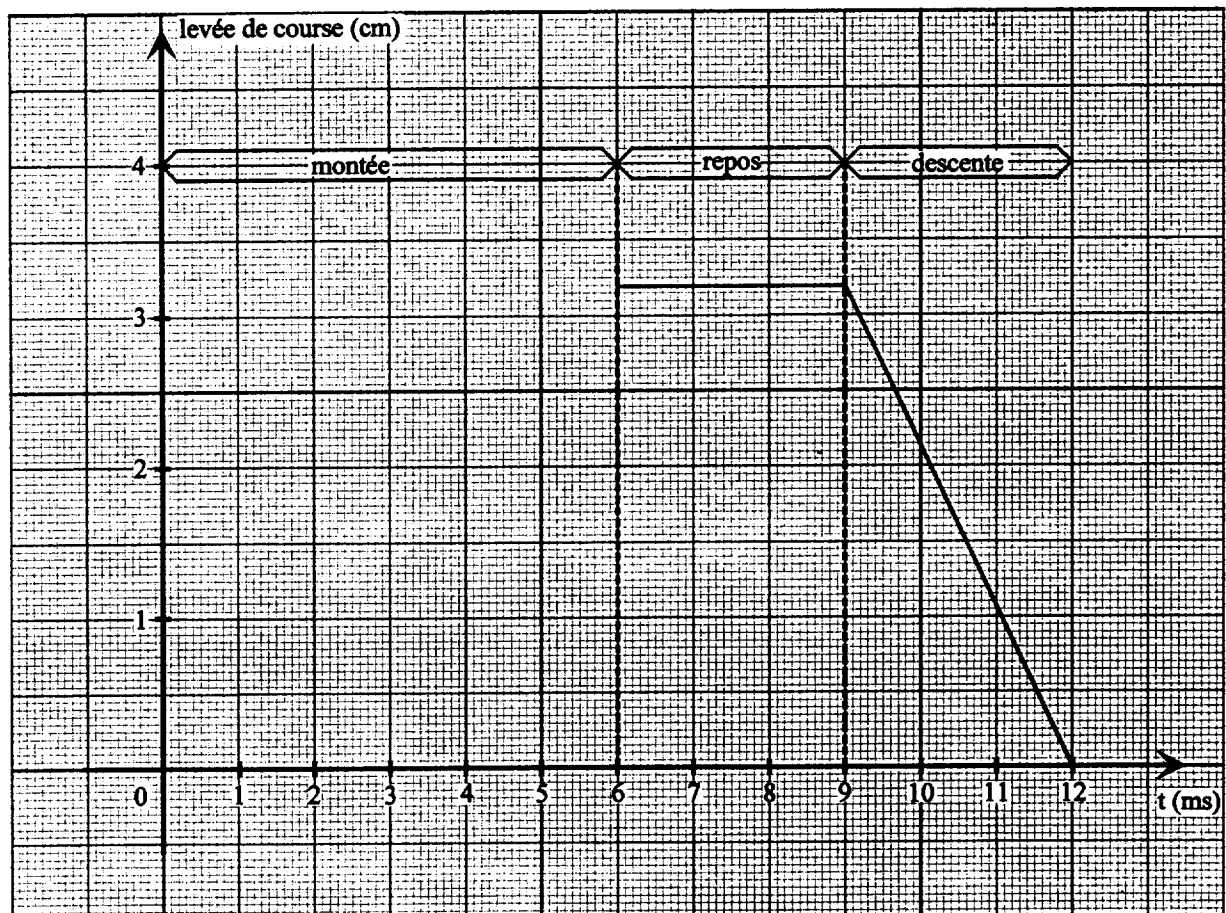
x	0	2
signe de f_1'		
variation de f_1		

Question 1 : Tableau de valeurs (résultats arrondis à 10^{-2})

x	0	0,5	1	1,5	2
$f_1(x)$		0,06	0,25		

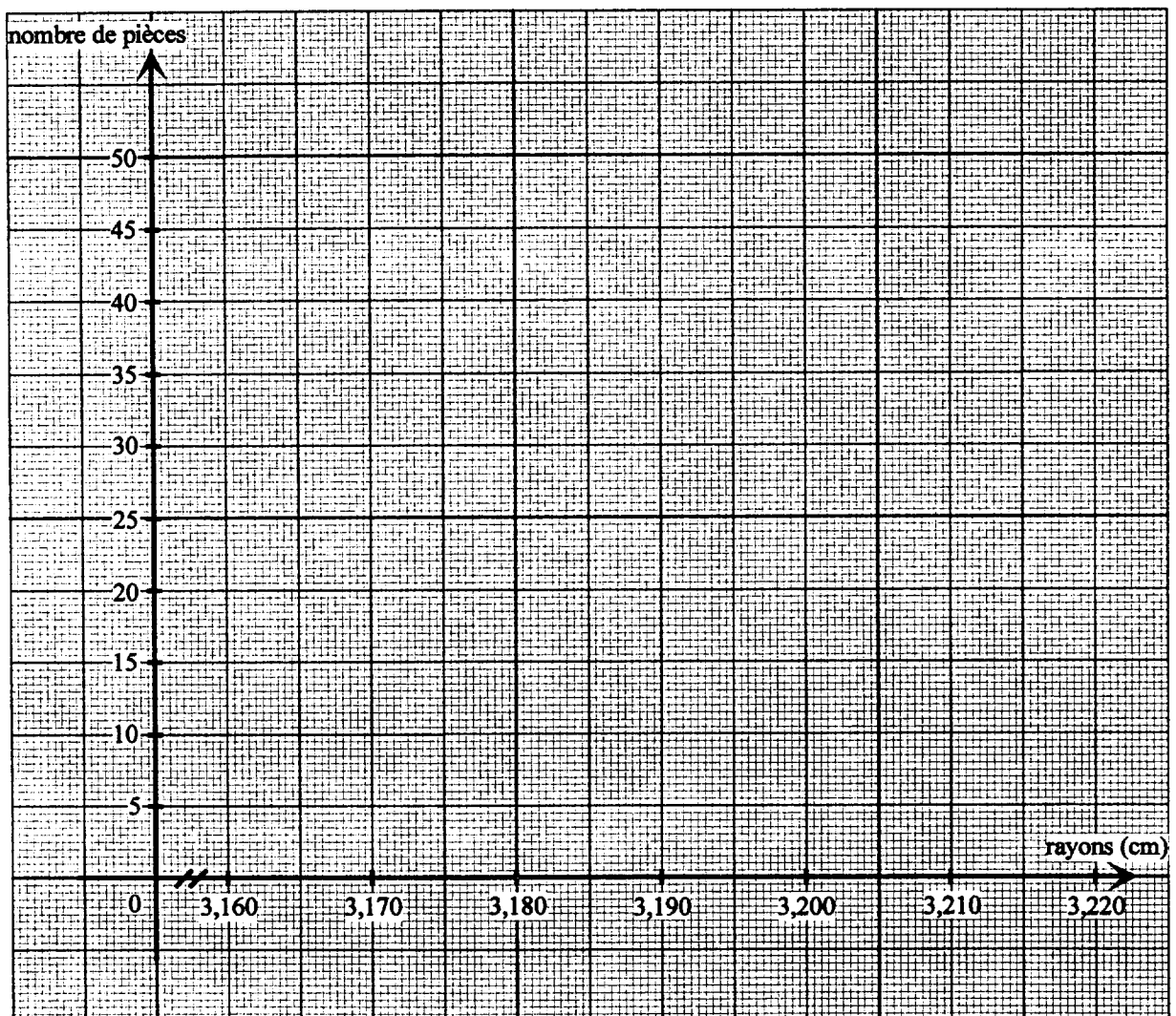
Question 2 : Tableau de valeurs (résultats arrondis à 10^{-2})

x	2	2,5	3	4	5	6
$f_2(x)$	1		1,81		2,83	



Annexe 2 (à rendre avec la copie)**Tableau statistique**

Rayons (cm)	Nombre de pièces n_i	Centre de classes x_i	$n_i x_i$
[3,160 ; 3,170[2		6,33
[3,170 ; 3,180[10	3,175	31,75
[3,180 ; 3,190[30		
[3,190 ; 3,200[50		159,75
[3,200 ; 3,210[22		
[3,210 ; 3,220[6		

Histogramme

Fonction f

$f(x)$
$ax + b$
x^2
x^3
$\frac{1}{x}$
$u(x) + v(x)$
$a u(x)$

Dérivée f'

$f'(x)$
a
$2x$
$3x^2$
$-\frac{1}{x^2}$
$u'(x) + v'(x)$
$a u'(x)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

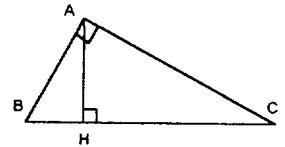
Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$



Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bcsin \hat{A}$

Trapeze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$

Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} B h$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$