BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

« MAINTENANCE ET EXPLOITATION DES MATERIELS AGRICOLES, DE TRAVAUX PUBLICS, DE PARCS ET JARDINS »

EPREUVE E1B1 - U12

SESSION 2001

SOUS-EPREUVE ECRITE

SUJET

MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

Le présent sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 1/1.

Les feuilles Annexe 1 (page 5/7) et Annexe 2 (page 6/7) sont à rendre avec le sujet. Elles seront agrafées à la copie par le centre d'examen.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

0106-MEM ST B

MATHEMATIQUES sur 15 points

Un agriculteur utilise l'épandeur représenté figure 1.

L'intérieur de la cuve de cet épandeur est modélisé ci-dessous (voir figure 2) par le cône (SDB) de diamètre [BD] et de hauteur [SA].

On considère que l'engrais contenu dans l'épandeur occupe un volume modélisé par un cône de sommet S contenu dans le dans le cône (SDB)

Dans tout le problème, les cotes sont données <u>en mètre</u>.

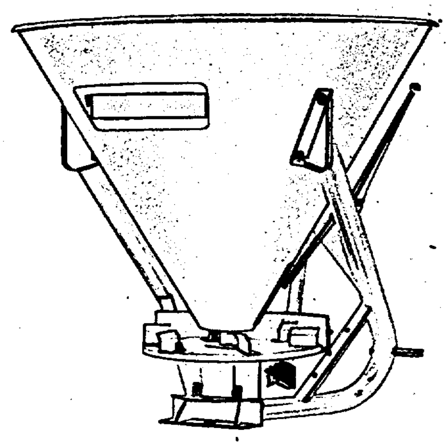


fig. 1 : épandeur d'engrais

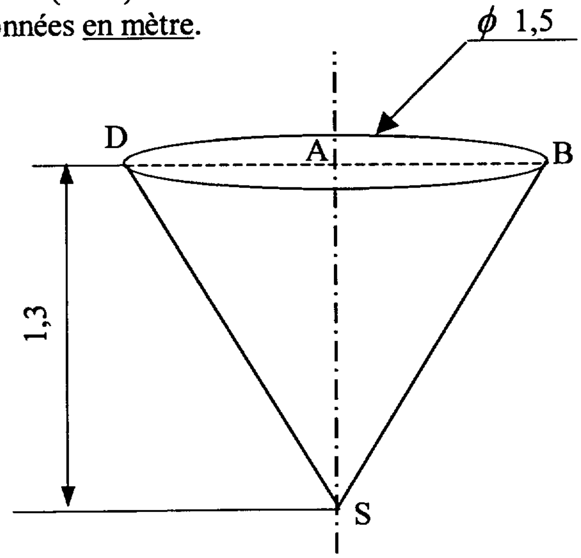


fig. 2 : modélisation

L'agriculteur souhaite faire adapter une jauge lui permettant de connaître le volume d'engrais contenu dans la cuve (voir figure 3).

Sur les figures 4 et 5, la jauge est modélisée par le segment [CE].

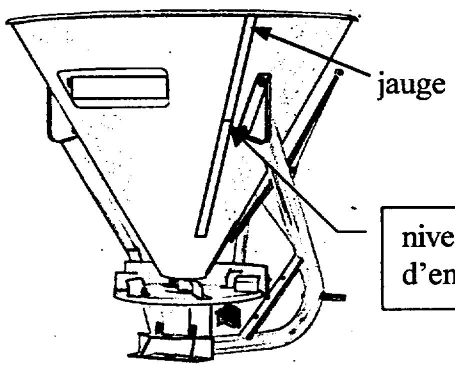


fig. 3 :
épandeur avec jauge

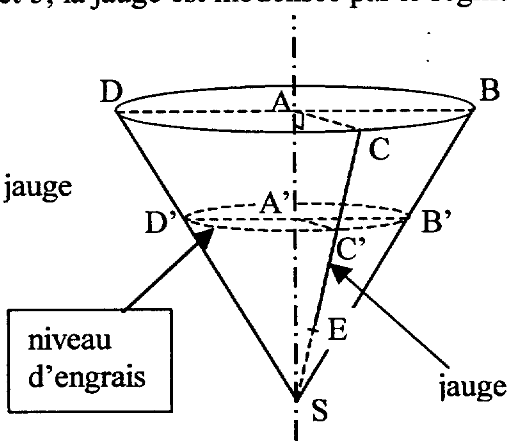


fig. 4 :
modélisation

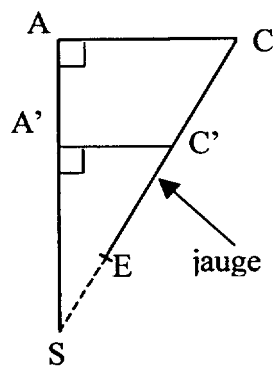


fig. 5 :
triangle rectangle SAC

L'objet du problème est de graduer cette jauge.

Partie I : calcul de volumes

1) Calculer le volume d'engrais maximal V_m que peut contenir l'épandeur (hauteur : 1,3 m).
2) Calculer le volume d'engrais si l'épandeur est rempli à mi-hauteur (hauteur : 0,65 m).

Partie II : établissement de la formule donnant le volume d'engrais contenu en fonction de la cote ℓ.

1) Calculer la longueur SC.
   Exprimer le résultat arrondi à 10^{-1}.
2) Montrer que la mesure de l'angle α, arrondie à 10^{-1}, est égale à 30°.
3) On donne : $h = \ell \cos \alpha$;

   $r = \ell \sin \alpha$;

   $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

   volume d'un cône $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

   a) Montrer, en utilisant les données précédentes, que :
   $V = [\frac{1}{3} \pi (\sin \alpha)^2 \cos \alpha] \ell^3$.

   b) Calculer l'expression :
   $\frac{1}{3} \pi (\sin \alpha)^2 \cos \alpha$ pour α =30°.
   Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-3}.

   c) En déduire l'expression de V en fonction de ℓ pour α =30°.

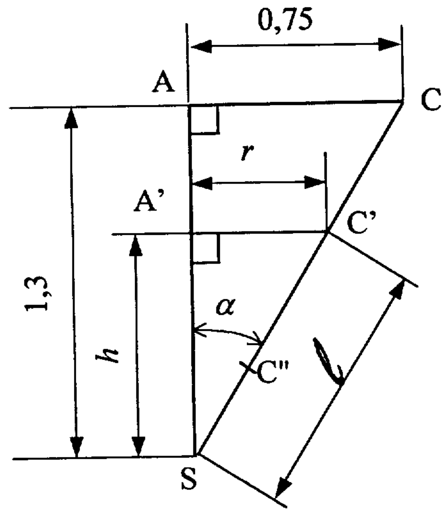


fig. 6 : cotes r, ℓ et h.

Partie III : étude d'une fonction.

On se propose d'étudier la fonction f définie, pour tout nombre x de l'intervalle [0,4 ; 1,5] par :

$$f(x) = 0,227\, x^3.$$

1) Compléter le tableau n°1 de l'annexe 1 page 4/6.
2) On note f' la fonction dérivée de f.
   Déterminer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [0,4 ; 1,5].
3) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 1 page 4/6 (tableau n°2).
4) Tracer, en annexe 2 page 5/6, la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni du repère d'axes (Ox,Oy).
5) A l'aide de la représentation graphique de la fonction f, remplir le tableau n°3 de l'annexe 1 page 4/6.
   Laisser apparents les traits de construction nécessaires à la lecture.

Partie IV : graduation de la jauge.

On considère que la fonction f étudiée modélise le volume d'engrais restant dans l'épandeur en fonction de la cote ℓ.

1) Compléter le tableau n°4 de l'annexe 3 page 6/6.
2) Sur le dessin de la jauge située annexe 3 page 6/6, la graduation 0,5 m^3 (correspondant à une hauteur d'engrais de 1,3 m) est repérée.
   Compléter la graduation de la jauge donnant le volume en m^3 pour les autres valeurs du tableau n°4 de l'annexe 3.

SCIENCES PHYSIQUES sur 5 points

I) Un compresseur à les caractéristiques suivantes :

bicylindre à courroie,
1900 W,
1420 tr/min,
21 m^3/h,
10 bar,
cuve 120 litres.

1) Calculer l'intensité efficace théorique en fonctionnement normal après le démarrage, lorsque le moteur est relié à une tension de 230 V avec une puissance absorbée de 1900 W et un facteur de puissance égale à 0,95.

2) Avant la compression, l'air est à θ_1 =18°C et à la pression atmosphérique de 1 bar. Après la compression, l'air est à θ_2 = 28 °C, sous une pression p_2 = 10 bar et occupe un volume V_2 = 120 L.

   En appliquant la relation $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$, déterminer le volume d'air (18 °C, 1 bar) qui permet de remplir la cuve (120 L, 28 °C, 10 bar).

II) Un carburant contient l'alcane suivant : 3-méthyloctane.

1) Sachant que l'octane a pour formule brute C_8H_{18} , indiquer la formule brute du 3-méthyloctane.
2) Proposer une formule semi-développée (ou développée) de cet alcane 3-méthyloctane.

ANNEXE 1

Tableau n° 1 : $f(x) = 0{,}227\,x^3$

x	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Valeur de $f(x)$ arrondie à 10^{-3}	0,015		0,049			0,165			0,392		0,622	

Tableau n° 2 :

x	0,4 1,5
Signe de $f'(x)$	
Sens de variation de f	

Tableau n° 3 :

$f(x)$	Valeur de x à la précision de la lecture graphique.
0,2	
0,4	
0,6	

ANNEXE 2

Représentation graphique

Pour tout nombre x de l'intervalle [0,4 ; 1,5] $\boldsymbol{f(x) = 0{,}227\,x^3}$

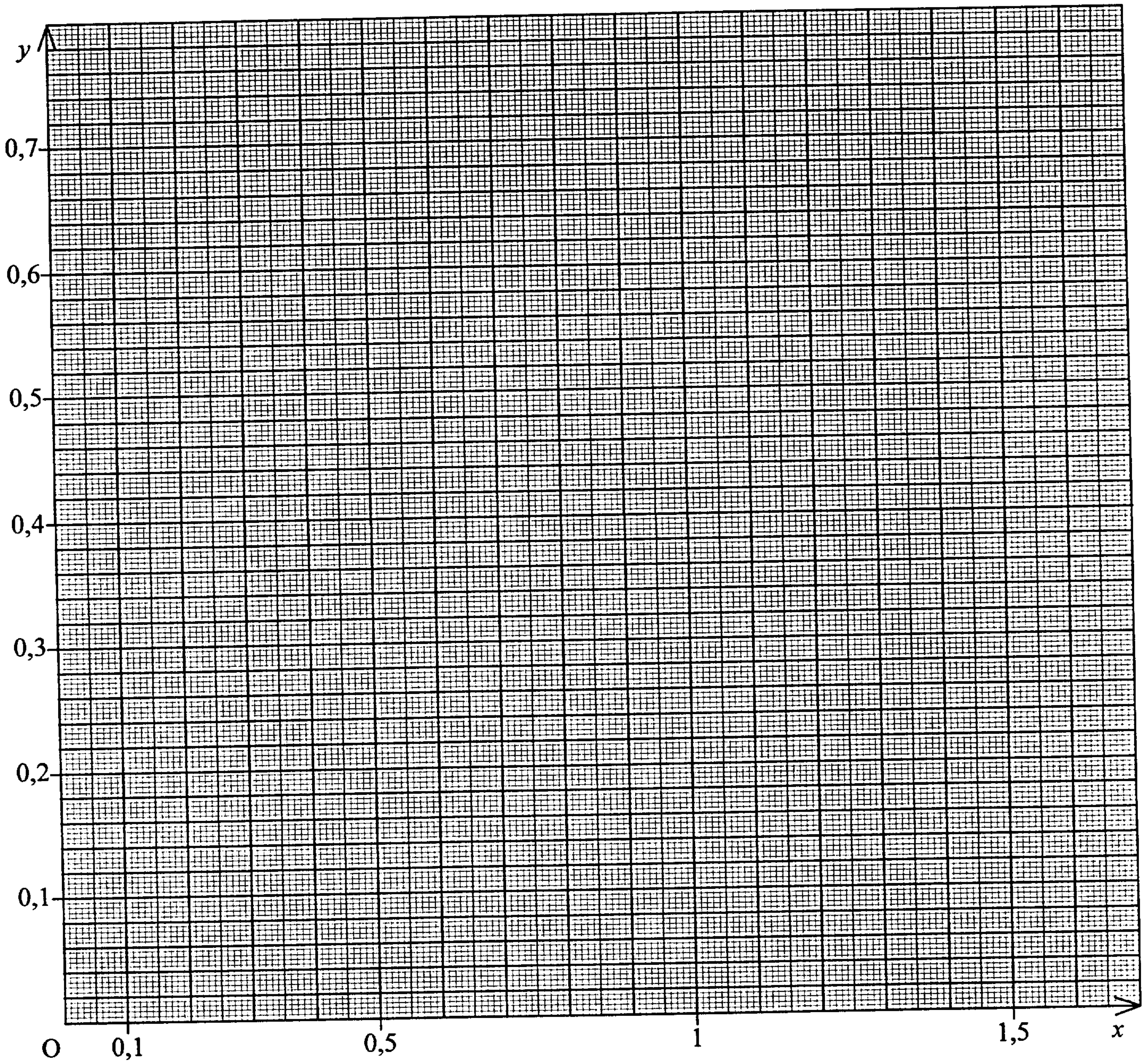
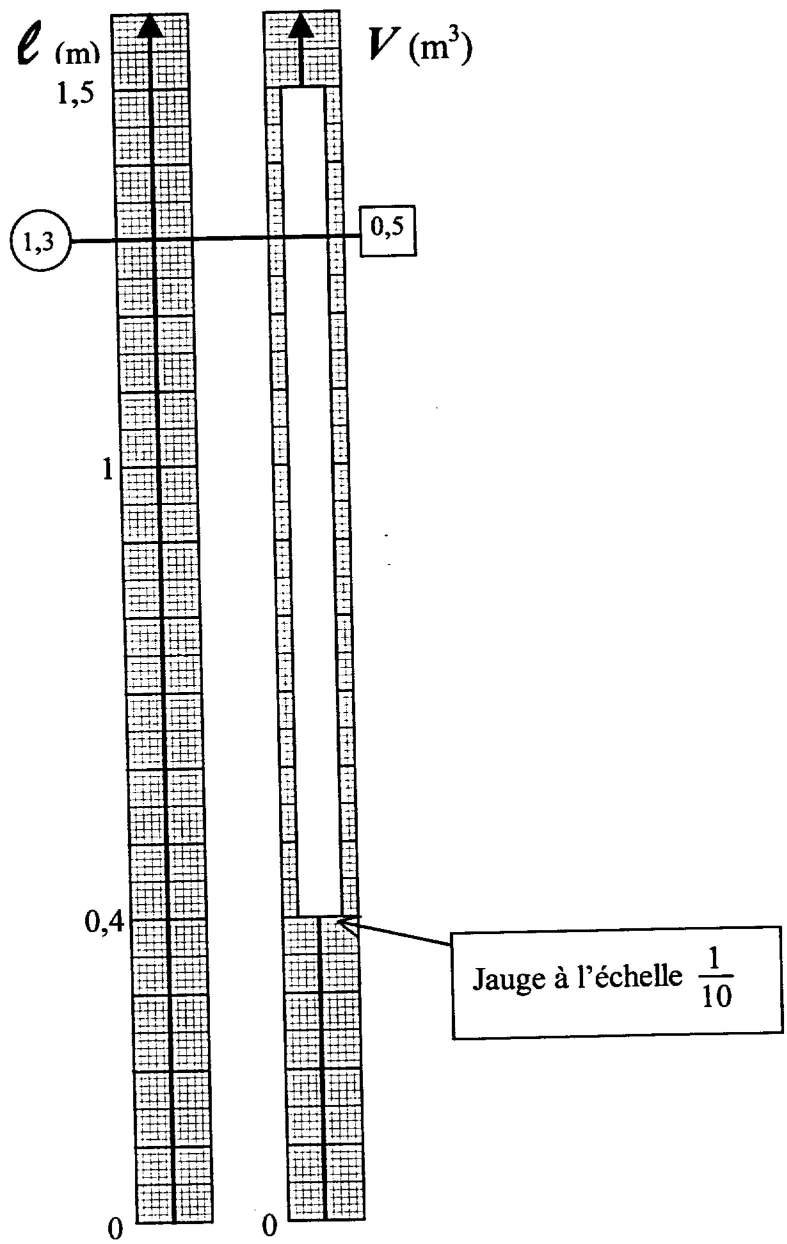


Tableau n° 4 :

Longueur ℓ (en m)	0,76		1,10		1,30	
Volume d'engrais (en m^3)	0,1	0,2	0,3	0,4	$\boxed{0,5}$	0,6

Graduation de la jauge



Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

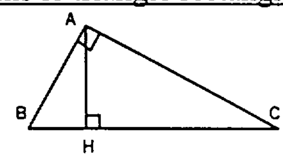
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$