BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
AÉRONAUTIQUE
MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES : (15 points)

EXERCICE 1 : (9,5 points)

La consommation de carburant C_a d'un avion léger (en croisière en vol stabilisé à 1000 m d'altitude) dépend du carré de sa vitesse V (vitesse sol). On a :

$$C_a = 13 + \frac{V^2}{1500} \qquad \text{avec } C_a \text{ en L/h et } V \text{ en km/h.}$$

Partie I : On se propose d'étudier le coût d'un vol stabilisé de 500 km lorsque l'avion vole à une vitesse constante de 160 km/h.

1. Calculer la consommation C_a de carburant. Le résultat sera arrondi à l'unité.

2. Calculer la durée du trajet.

3. Calculer le nombre de litres de carburant nécessaire au vol. Le résultat sera arrondi à l'unité.

4. Le prix du carburant est de 9 F/L. Le coût de l'entretien de l'appareil est estimé à 80 F par heure de vol.
   Calculer le prix de revient P_r de ce vol. Le détail des calculs devra être précisé.

Partie II : Dans cette partie, on étudie le prix de revient P_r de ce vol de 500 km en fonction de la vitesse V. On admet que :

$$P_r = \frac{98\,500}{V} + 3V$$

avec V appartenant à l'intervalle [120 ; 240] ; V exprimé en km/h et P_r en F.

1. Compléter le tableau de valeurs situé en **annexe 1**. Les résultats seront arrondis à l'unité.

2. Dans le repère de l'**annexe 1**, tracer la courbe représentant le prix de revient P_r en fonction de la vitesse V.

3. A l'aide de cette représentation graphique et en laissant apparents les traits de lecture :
   - **a)** Déterminer la vitesse V pour que le prix de revient P_r du vol soit minimal.
     Quelle est dans ce cas la valeur de P_r ?
   - **b)** Donner la plage utilisable des vitesses moyennes de cet avion pour que le prix de revient P_r soit inférieur à 1 100 F.

Partie III : L'objet de cette partie est de retrouver les résultats de la question **3.a)** précédente par le calcul.
Pour cela, on considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{98\,500}{x} + 3x \quad \text{pour } x \text{ appartenant à l'intervalle } [120 \,;\, 240].$$

On a ainsi $P_r = f(x)$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

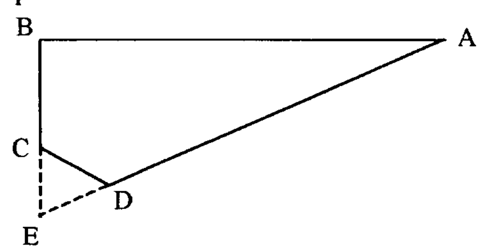
2. Monter que peut $f'(x)$ s'écrire : $f'(x) = \dfrac{3\,x^2 - 98\,500}{x^2}$.

3. Déterminer la valeur de x pour la quelle $f'(x) = 0$. Le résultat sera arrondi à l'unité.

4. On admet que la fonction f présente un minimum pour la valeur de x trouvée à la question précédente.
   Quelle est la vitesse V_m de l'avion qui permet d'obtenir un prix de revient minimal ?
   Calculer ce prix de revient.

EXERCICE 2 : (5,5 points)

On veut déterminer la surface en m^2 d'une demi-aile d'un avion de chasse à voilure variable lorsqu'il vole à une vitesse supérieure à mach 2.
La surface active de cette aile peut être schématisée par un quadrilatère ABCD.
Sur cette voilure, on relève les dimensions suivantes :



AB = 12 m ; BC = 3 m ;

$\widehat{ABC} = 90°$; $\widehat{BAD} = 20°$; $\widehat{BCD} = 120°$.

On note E le point d'intersection des droites (AD) et (BC).

1. Déterminer les mesures des trois angles du triangle CDE.

2. Calculer BE. Le résultat sera arrondi au centimètre. En déduire CE.

3. Calculer CD.

4. On note S_1 l'aire du triangle ABE et S_2 l'aire du triangle CDE.
   Calculer S_1 et S_2, arrondies au dm^2.

5. En déduire l'aire S du quadrilatère ABCD.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Un avion de masse 1 500 kg vole en palier (vol à altitude constante) ; sa trajectoire est rectiligne et sa vitesse est constante et égale à 70 m/s. Dans ces conditions de vol, l'avion est soumis à quatre forces appliquées en G centre de gravité et centre de poussée (voir figure 1) :

- le poids $\vec{P}$;
- la portance $\vec{F}$;
- la poussée $\vec{P_o}$;
- la traînée $\vec{T}$.

$\vec{P_o}$ et $\vec{T}$ ont même valeur et leur direction est horizontale.

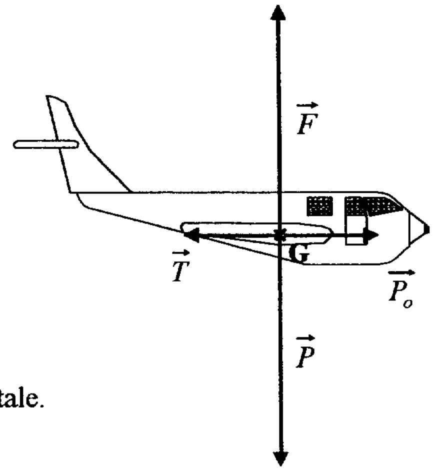


Figure 1

1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique établir une relation entre $\vec{P}$, $\vec{F}$, $\vec{P_o}$ et $\vec{T}$.

En déduire les caractéristiques de la portance $\vec{F}$.
On prendra $g = 10$ N/kg.

2. Le pilote incline l'avion d'un angle de 30° (voir figure 2). On suppose que la portance garde la même valeur et que sa direction reste perpendiculaire au plan des ailes.

Sur la figure 2, reproduite en **annexe 2**, construire la somme : $\vec{P} + \vec{F}$ et déduire le mouvement de l'avion. Laisser apparents les traits de construction.

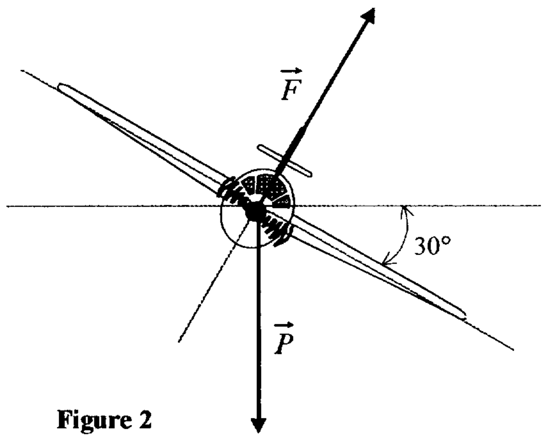


Figure 2

3. Le pilote veut conserver le vol en palier.

a) Dans ce cas, déterminer graphiquement sur la figure 3, reproduite en **annexe 2**, la nouvelle valeur $\vec{F'}$ de la portance nécessaire au maintient du vol en palier.
Echelle : 1 cm pour 5 000 N.
Laisser apparents les traits de construction.

b) On note $\vec{F_c}$ la force centripète qui provoque le virage en palier de l'avion : $\vec{F_c} = \vec{P} + \vec{F'}$.
Calculer la valeur F_C de la force centripète. Arrondir le résultat à l'unité.

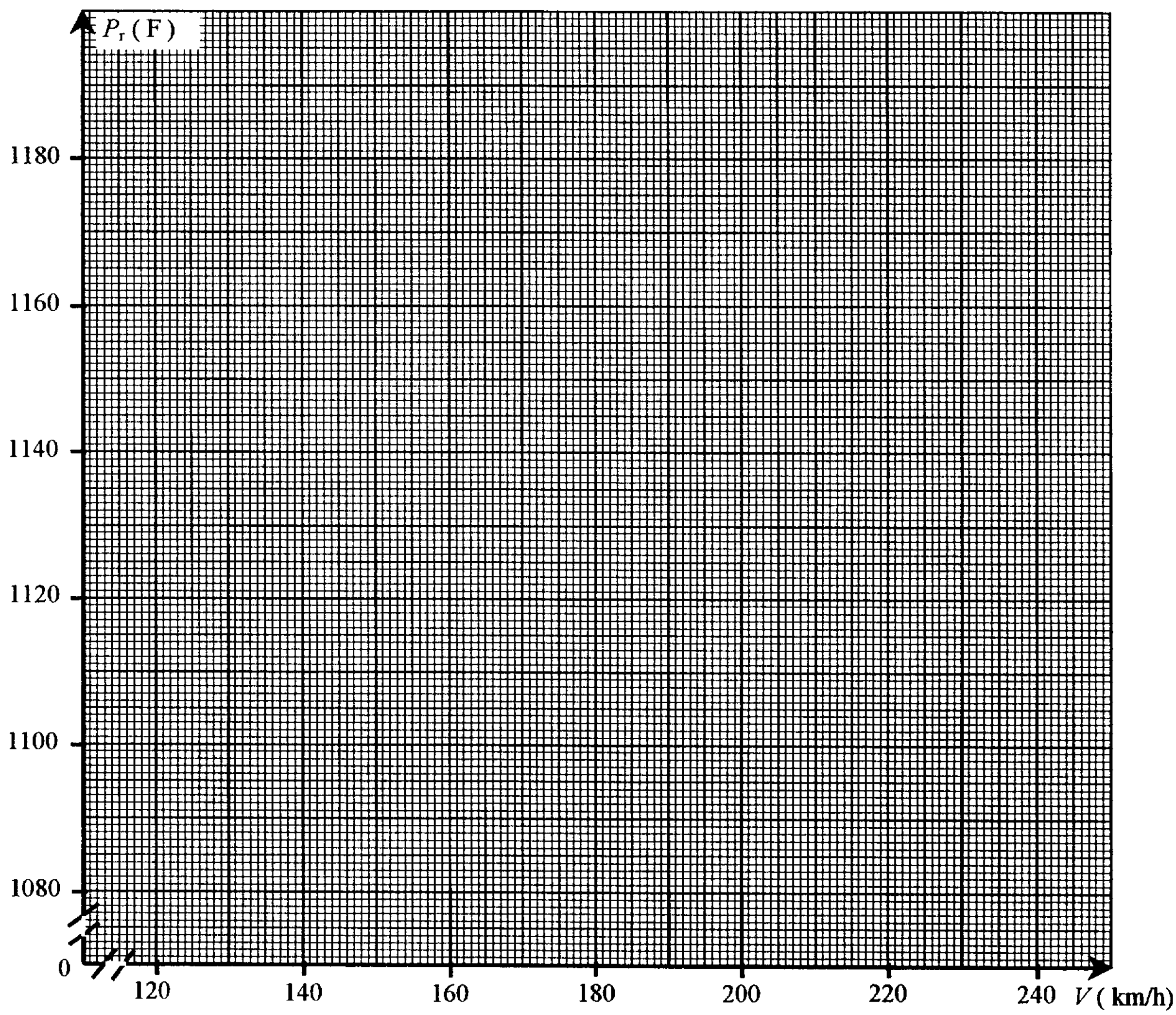
c) Sachant que lors du virage la vitesse de l'avion est maintenue constante et égale à 70 m/s, calculer le rayon de virage de l'avion. Arrondir le résultat au mètre.

Rappel : un solide de masse m en mouvement circulaire uniforme est soumis à une force centripète $\vec{F_c}$ dont la valeur est donnée par la relation : $F_c = m\dfrac{v^2}{R}$ où v est la vitesse linéaire et R le rayon de la trajectoire.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs

x	120	140	160	180	200	220	240
$f(x)$							



Annexe 2 (à rendre avec la copie)

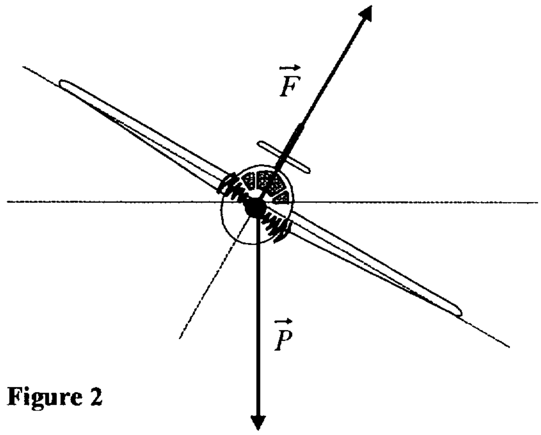


Figure 2

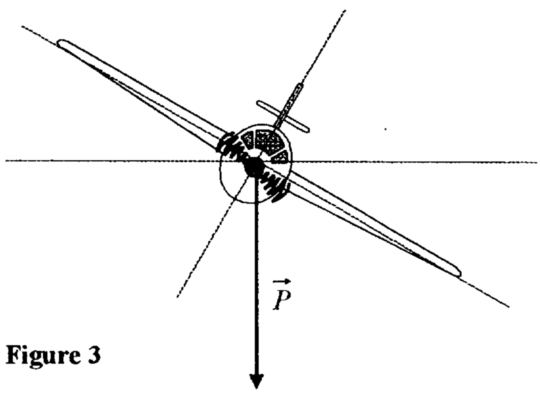


Figure 3

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance-Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(a\,b) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $a x^2 + b x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $a x^2 + b x + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison : q

Terme de rang n : $u_n = u_1\, q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

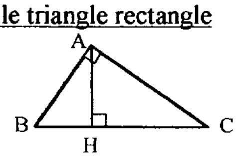
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires et plan

Triangle : $\frac{1}{2} b c \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $B\,h$

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} B\,h$

Calcul vectoriel dans le plan – dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = x x' + y y'$ $\vec{v}\cdot\vec{v'} = x x' + y y' + z z'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$